

Cabri-Géomètre :

Les rapports entre visuel et géométrique dans un EIAO

Colette LABORDE- IMA Grenoble

Cet article a pour sujet le logiciel Cabri-Géomètre et son utilisation par des élèves de collège. Il pose la question de l'interaction entre les aspects visuels et les aspects théoriques dans l'activité des élèves en géométrie. Il étudie comment les caractéristiques de ce logiciel peuvent affecter cette interaction et analyse à partir de ce point de vue les processus de résolution des élèves quand ils sont confrontés à des situations problèmes sur ordinateur.

The paper deals with the geometry program Cabri-géomètre and its use by middle school pupils. It addresses the question of the interaction between visual aspects and theoretical aspects in the pupils' activity in geometry. It will discuss how the characteristics of the software may affect this interaction and analyse from this point of view the solving processes of the pupils when they are confronted to problem situations on the computer.

I - L'interaction entre visuel et géométrique, objet d'apprentissage

Le domaine de savoirs concerné est ici la géométrie plane et les apprenants sont des élèves de collège. L'environnement retenu pour l'étude est fourni par le logiciel Cabri-géomètre (Laborde 1986). L'apprentissage de la géométrie passe à ce niveau scolaire par l'apprentissage du contrôle de l'interaction entre aspects visuels et aspects théoriques. La géométrie enseignée au collège traite d'objets théoriques mais met aussi en jeu des représentations graphiques. En reprenant une distinction déjà faite ailleurs (Parzysz 1988), on appelle ici figure le référent théorique (objet d'une théorie, par exemple la géométrie euclidienne, la géométrie projective,...) en opposition au dessin qui est une représentation graphique de la figure. Une figure géométrique donne lieu à des descriptions dans différents langages et à des représentations graphiques sous forme de dessins. Un dessin renvoie à des objets d'une théorie dans une lecture faite à l'aide de cette théorie (plusieurs lectures sont possibles) et il fait aussi appel à la perception en donnant lieu à des

effets visuels. Dans la mesure où la géométrie enseignée ne peut se passer de dessins, il importe que les élèves apprennent à contrôler par des connaissances théoriques les aspects perceptifs liés au dessin. On a pu montrer en effet (Duval 1988) que les aspects perceptifs du dessin peuvent gêner ou au contraire favoriser sa lecture géométrique. Savoir sélectionner les éléments pertinents d'un dessin pour les interpréter géométriquement, savoir attacher des dessins à des propriétés géométriques ne sont pas des compétences spontanées chez les élèves; elles ne peuvent être que le résultat d'un apprentissage.

La difficulté du contrôle de l'interaction entre perceptif et géométrique chez les élèves repose en partie sur la nature de cette interaction dans l'environnement papier crayon. D'une part le dessin ne rend pas compte du domaine de variation des constituants de la figure géométrique, d'autre part certains aspects visuels du dessin ne sont pas pertinents pour une lecture géométrique (Laborde 1993). Des environnements logiciels ont été créés en vue d'offrir une autre interaction entre dessin et

figure. Cabri-géomètre est un des ces environnements rendant compte de la variabilité des constituants de la figure par le déplacement du dessin fourni par la manipulation directe, et disqualifiant certains éléments visuels non pertinents dans une interprétation géométrique en offrant un déplacement contrôlé par la théorie (dans le déplacement, le dessin se déforme en respectant les propriétés géométriques qui ont servi à son tracé). Un nouvel objet que nous appelons Cabri-dessin est fourni à l'interface dont le comportement (en particulier lors de son déplacement par manipulation directe) n'est plus un simple dessin comme celui du papier crayon. Il est le résultat d'une description de l'utilisateur à l'intention du dispositif informatique, faite à l'aide de primitives du logiciel. Deux catégories de primitives sont possibles: des primitives de dessin pur, des primitives de dessin fondées sur des relations géométriques (médiatrice, perpendiculaire,...).

L'article présent analyse les modifications que Cabri-géomètre peut entraîner sur cette interaction entre visuel et géométrique dans les traitements mis en œuvre par les élèves lorsqu'ils sont confrontés à certains types de tâches à réaliser avec Cabri-géomètre.

II - L'interaction entre visuel et géométrique dans l'environnement Cabri-géomètre

Les primitives de Cabri-géomètre rendent possibles deux catégories de traitement et de contrôle pour l'utilisateur à la fois dans l'analyse de dessins tracés à l'écran et dans les actions de tracé à l'écran

- traitements et contrôles perceptifs fondés sur la reconnaissance visuelle de phénomènes comme l'alignement, la perpendicularité, le parallélisme, ou de formes culturellement familières carré, rectangle, losange ;

- traitement et contrôles par des connaissances théoriques géométriques.

Ces deux types de traitement et

de contrôle s'effectuent en interdépendance. Nous faisons l'hypothèse que cette interdépendance est plus forte dans l'environnement Cabri-géomètre que dans l'environnement papier-crayon pour au moins deux raisons :

- parce que fourni par une machine le tracé est reconnu comme exact par les élèves;

- le déplacement donne à l'appréhension perceptive un rôle plus important puisqu'il est fondé sur des connaissances théoriques (il préserve les propriétés de la figure).

Citons quelques processus possibles chez des élèves dans l'usage du logiciel, indices d'une étroite interaction entre le visuel et le théorique :

- 1 - Une recherche par essai-erreur des primitives géométriques qui fournissent visuellement le tracé escompté.

- 2 - Des inférences de type géométrique à partir de l'appréhension perceptive :

Si trois droites gardent un point commun tout au long du déplacement du dessin, les présomptions pour qu'elles soient concourantes pour la figure associée sont très fortes.

- 3 - Un phénomène visuel permet de conclure à une interrogation de type géométrique dans plusieurs cas :

- (i) Le tracé d'un dessin représentant une figure ne résiste au déplacement que si le dessin a été obtenu à l'aide de caractéristiques géométriques. Parce que l'utilisateur a une connaissance visuelle du dessin de deux droites perpendiculaires, il rejette la description donnant lieu à un Cabri-dessin qui montre par le déplacement que deux droites tracées au jugé apparemment perpendiculaires ne restent pas perpendiculaires.

- (ii) De même le visuel peut disqualifier une construction faite à l'aide de connaissances théoriques mais erronées. Un losange construit comme un quadrilatère n'ayant

qu'une seule des deux diagonales médiatrice de l'autre sera refusé parce qu'il n'aura pas la forme apparente d'un losange.

(iii) Pour vérifier certaines propriétés géométriques, on peut tracer des objets à l'aide de primitives géométriques et vérifier visuellement s'il y a coïncidence lors du déplacement. Par exemple, on peut vérifier que trois points sont alignés en traçant la droite déterminée par deux d'entre eux et en s'assurant visuellement que le dernier point appartient toujours à cette droite lors du déplacement.

La plus grande interaction entre visuel et théorique n'est pas sans conséquence sur les pratiques des élèves et donc sur les apprentissages. On peut soupçonner que le passage entre une pratique fondée sur des connaissances géométriques et une pratique empirique fondée sur le perceptif («problématique géométrique» versus «problématique pratique» selon les termes de Berthelot & Salin 1992) est facilité dans les deux sens. On peut ainsi penser a priori que dans des tâches de construction de Cabri-dessins, le déplacement fournit un élément important de déstabilisation de pratiques empiriques fondées sur la perception et que Cabri-géomètre constitue alors probablement un milieu favorisant le recours à des connaissances théoriques alors que dans des phases d'exploration d'un Cabri-dessin donné (par exemple dans des tâches de démonstration), le glissement vers une pratique empirique se satisfaisant de l'observation est facilité.

Nous présentons ci-dessous à titre d'illustration deux situations expérimentées avec des élèves familiers de Cabri-géomètre (plusieurs mois d'utilisation de façon régulière en géométrie). Ces situations consistent à demander aux élèves la production d'un Cabri-dessin mais à partir de données différentes : dans la première situation la caractérisation discursive de la figure géométrique

était donnée, dans la deuxième c'est un Cabri-dessin inconnu qu'il s'agissait d'analyser pour le reproduire avec Cabri-géomètre.

III - Deux exemples

Construction d'une parallèle à une droite en utilisant des symétries en classe de 4ème

L'objectif est de faire utiliser les symétries en tant qu'outils matériels de tracé, objectif impossible à satisfaire en environnement papier crayon avec les instruments usuels. Ce qu'on énonce classiquement comme un théorème (comme celui de «la droite des milieux dans un triangle» ou celui de la composition de deux symétries centrales) devient ici un outil opératoire de tracé. L'environnement permet une extension de l'ensemble des classes des situations attachées à ces théorèmes. Un compte rendu détaillé de cette expérimentation figure dans Capponi (1993). La consigne est la suivante :

Soit une droite D et un point P extérieur à la droite. Il s'agit i) de construire une parallèle à la droite D passant par P en ayant à sa disposition les primitives : point sur objet, intersection de deux objets, symétrique d'un point et bissectrice; ii) de justifier par écrit la construction en donnant les propriétés mathématiques qui assurent que la droite construite est parallèle à D . Le symétrique d'un point peut être obtenu aussi bien par symétrie orthogonale que centrale.

Plusieurs procédés de construction sont possibles. Nous citons trois d'entre eux :

-double utilisation de la symétrie centrale (fig.1).

- utilisation d'une symétrie orthogonale et d'une symétrie centrale (fig.2)

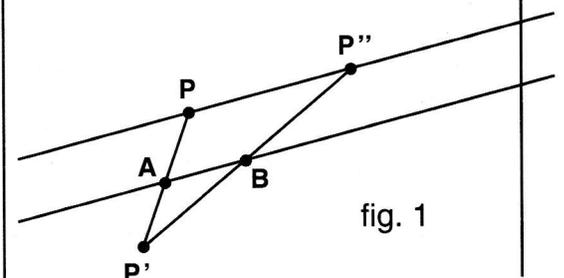


fig. 1

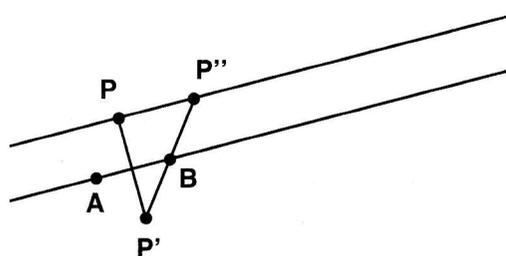


fig. 2

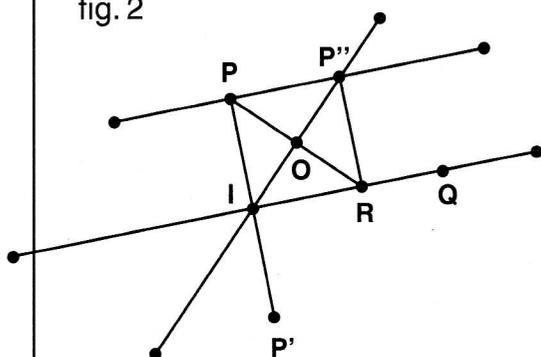


fig. 3

- construction d'un carré (fig.3)

P' est le symétrique orthogonal de P par rapport à D , PP' coupe D en I . Q est un point pris sur D . On trace la bissectrice de l'angle QIP puis le symétrique orthogonal R de P par rapport à cette bissectrice. RP coupe la bissectrice en O . P'' est le symétrique de I par rapport à O . PIR'' est un carré. PP'' est la droite cherchée.

Nous voudrions souligner, d'une part la grande réussite à la construction (21 binômes sur 22), résultat d'une évolution des stratégies, d'autre part le plus faible succès à la justification (la moitié des binômes). Les stratégies de construction ont évolué pour 9 binômes, de l'utilisation de primitives de dessin pur à des primitives géométriques, et cela grâce au déplacement invalidant visuellement les tracés au jugé. Le recours aux primitives géométriques de tracé a été favorisé mais il est difficile d'affirmer que ce recours s'accompagne toujours d'un passage à une pratique fondée sur des connaissances géométriques. En effet, la moitié des binômes seulement fournit une justification écrite, de plus parmi ces dernières, certaines ne

sont que des descriptions du procédé de tracé ou des justifications fondées sur une lecture perceptive. Il semblerait plutôt que la démarche de ces derniers binômes soit une conjonction de pratiques empiriques et géométriques : ils ne se livrent pas à une analyse géométrique du problème mais pour autant n'essaient pas des primitives géométriques au hasard; ils utilisent soit les primitives disponibles qui n'exigent pas de construction intermédiaire, soit les primitives dont ils ont une idée approximative a priori du résultat visuel qu'elles fournissent, et procèdent ainsi en cherchant à s'approcher du résultat final «la parallèle à D » en effectuant des analyses géométriques locales. Si le déplacement dans tous les cas a invalidé le tracé obtenu, il n'a été analysé qu'une fois pour corriger le procédé de tracé.

Boîte noire

On donnait à des élèves de 3ème un Cabri-dessin formé d'un parallélogramme $ABCD$ et d'un dessin central inconnu lié par des relations géométriques inconnues à $ABCD$ (fig.4). Leur tâche consistait à construire le dessin correspondant à un autre parallélogramme donné $PQRS$. On trouvera un compte rendu détaillé des stratégies des élèves dans Boury (1993).

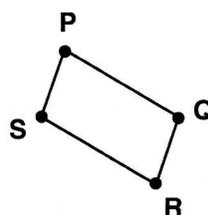
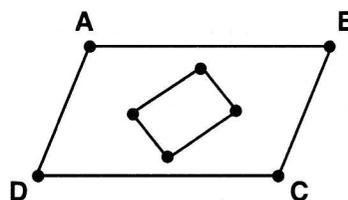


fig. 4

La solution passe par l'analyse géométrique du Cabri-dessin à l'aide du déplacement et des diverses fonctionnalités de Cabri-géomètre puis par la reconstruction à l'aide de cette analyse. Les élèves observés n'ont pas en général adopté cette stratégie et ont plutôt essayé en majorité de reproduire immédiatement le dessin central procédant par essai et correction, chaque fois que déplaçant la reproduction, ils constataient soit que le dessin central ne suivait pas entièrement le parallélogramme PQRS (ils avaient tracé des éléments visuellement au jugé), soit qu'il ne se comportait pas de la même façon que le modèle. Ils ont donc procédé à une lecture essentiellement perceptive du dessin fourni sans chercher à valider cette lecture par les autres fonctionnalités disponibles. Ainsi le dessin central a presque toujours été reconnu comme un rectangle mais aucun binôme n'a cherché à s'assurer du parallélisme des côtés opposés, ni de la perpendicularité des côtés consécutifs.

Quelques binômes ont eu une stratégie complètement empirique en traçant droites et cercles en espérant obtenir à la longue les sommets du rectangle comme intersections. Mais la plupart (9 sur 12) ont là encore eu une démarche partiellement géométrique, partiellement perceptive. Cherchant à reproduire le rectangle, ils ont placé au jugé un point libre à l'intérieur du parallélogramme PQRS puis construit le rectangle de façon à ce qu'il ait pour centre le centre de PQRS ; le déplacement d'un sommet de PQRS a immédiatement invalidé leur tracé puisque le rectangle obtenu ne bougeait pas. Le sommet n'était pas «attaché» au parallélogramme, il fallait le lier, ce qu'ils ont fait en traçant le premier sommet du rectangle comme point sur objet (sur une droite des milieux de PQRS) mais là encore le déplacement a invalidé leur tracé, le rectangle produit ne se comportant pas comme le modèle. Ils ont alors cherché à déterminer le sommet du rectangle de façon géométrique soit par une ana-

lyse, soit par tâtonnement à l'aide de constructions empiriques.

IV - Connaissances de l'environnement et connaissances géométriques en interaction

Pour ces élèves la conjonction du déplacement et des primitives de tracé favorise l'abandon du recours à des stratégies au jugé purement visuelles dans les activités de construction mais ne débouche pas nécessairement vers une pratique totalement géométrique. Le vocabulaire relevé dans les échanges verbaux entre les élèves donnerait à penser que la géométrie du logiciel serait davantage pour eux une géométrie du Meccano : les relations géométriques sont des liaisons mécaniques entre éléments du dessin les solidarissant dans le déplacement, la recherche de ces liaisons pouvant se faire de façon empirique. Les stratégies observées certes montrent une coexistence du visuel et du géométrique mais cette dernière pourrait s'exercer davantage à d'autres niveaux plus avancés : le géométrique n'est mis en œuvre que localement sous pression du visuel, les propriétés lues visuellement sont peu mises à l'épreuve à l'aide de connaissances géométriques.

Le déplacement est particulièrement efficace, pour tous les élèves observés, à un premier niveau d'invalidation de dessins faits perceptivement au jugé («tout ne bouge pas ensemble», «des éléments ne sont pas accrochés»). Il est aussi utilisé en liaison avec une connaissance visuelle de formes familières : un rectangle doit rester rectangle lors du déplacement. Il est utilisé pour invalider des propriétés conjecturées sur un Cabri-dessin qui ne résistent pas au déplacement (comme par exemple, le rectangle de la boîte noire reste à l'intérieur du parallélogramme). En revanche il est moins utilisé à des niveaux plus géométriques comme par exemple dans l'étude géométrique des trajectoires de certains éléments, ou la recherche de propriétés géométriques in-

variantes par déplacement. L'usage de primitives géométriques pour valider ou invalider une propriété géométrique lue perceptivement ne paraît pas développé. On peut en conclure que la maîtrise complète d'un environnement aussi complexe prend du temps et qu'elle s'appuie elle-même sur la mobilisation de connaissances géométriques. Il y a donc un certain coût à son appropriation. La thèse souvent défendue de la nécessité d'une multiplicité d'environnements divers pour la richesse des apprentissages effectués par les élèves se trouve remise en question.

Signalons aussi que le référent théorique auquel renvoie le Cabri-dessin n'est donc pas totalement identique au référent de la géométrie, car ont été introduites dans sa description des caractéristiques nouvelles dues à la séquentialité et au caractère algorithmique de cette description. L'exemple de la construction d'un triangle ABC rectangle en A illustre cette affirmation. Le triangle peut être construit avec A et B (resp. A et C) comme points de base et C (resp. B) point sur la perpendiculaire à (AB) (resp. (AC)) en A. Il peut être construit avec B et C comme points de base et A sur le cercle de diamètre BC. Cabri-géomètre introduit la distinction de trois catégories de

points : points libres, points sur objet (à un degré de liberté), points construits (à degré de liberté nul). Dans l'exemple précédent, la première construction attribuait un degré de liberté à C et deux à A et B, la deuxième un degré de liberté à A et deux à B et C. L'introduction de cette nouvelle caractéristique introduit de nouveaux problèmes quant au comportement du Cabri-dessin dans le déplacement. Comment varie un point à un degré de liberté (point sur un objet) quand un point libre est déplacé ? Par exemple comment varie A lorsque B est déplacé dans la deuxième construction. Cette décision relève du concepteur du logiciel, elle n'est pas complètement arbitraire dans la mesure où l'utilisateur n'attend pas n'importe quoi. En l'occurrence le choix fait a été de garder constant l'angle que fait OA (O est milieu de BC) avec une direction fixe du plan.

Un seul déplacement continu (celui de A ou B) dans la première construction permet de confondre A et B mais C reste distinct de ces deux points tandis qu'un seul déplacement continu (celui de B ou C) permet de confondre les trois points A, B et C dans la deuxième construction.

□

Références

- BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de l'Université Bordeaux 1
- BOURY, V.(1993) *La distinction entre figure et dessin en géométrie : étude d'une «boîte noire» sous Cabri-géomètre*, Rapport de stage du DEA de sciences cognitives, Equipe DidaTech, LSD2 IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble
- CAPPONI B.(1993) Modifications des menus dans Cabri-géomètre. Des symétries comme outils de construction, *Petit x*, n°33, pp.37-68
- DUVAL R. (1988) Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Université Louis Pasteur et IREM, Strasbourg, Vol 1, pp. 57-74
- LABORDE C. (1993) The computer as part of the learning environment : the case of geometry, in *Learning from Computers* Keitel C. & Ruthven K. (eds), NATO ASI Series, Springer Verlag, Heidelberg (à paraître)
- LABORDE J.M. (1986) Projet d'un Cahier de Brouillon Informatique de géométrie, *Rapport interne LSD (IMAG)*, Université Joseph Fourier, Grenoble
- PARZYSZ B. (1988) Knowing vs Seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures, *Educational Studies in Mathematics*, Vol.19, n°1, pp. 79-92