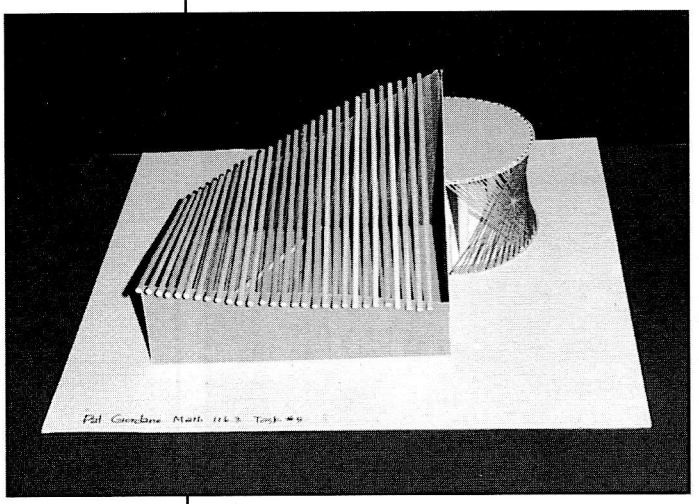
Périmètre et aire

Catherine PARVERY, Patrick WIERUSZEWSKI - IREM d'Orléans

Ce qui suit est un inventaire des difficultés rencontrées sur les concepts de périmètre et d'aire et plus généralement de "dimension" d'un objet géométrique, fait après analyse des résultats de l'évaluation sixième. Il est suivi d'une présentation d'activités élaborées en stage et de travaux entrepris par des chercheurs en didactique des mathématiques.



Evaluation nationale d'entrée en 6ème

Les notions de périmètre, d'aire et de volume, dissociées de toute activité liée à la mesure, font appel plus généralement au concept de dimension d'un ensemble de points.

Au cours des stages que nous avons animés ces dernières années nous avons eu l'occasion d'étudier avec les stagiaires dans les livrets de l'Evaluation Nationale de sixième les items se rapportant à ce concept.

Nous avons observé de manière régulière au fil des années que les élèves sont en échec sur ce sujet, non seulement au début de la classe de sixième, mais aussi au lycée : c'est ce qui nous a conduits à nous intéresser plus précisément à cette question.

Nous avons travaillé avec les stagiaires, analysé les erreurs sur les livrets des élèves et élaboré des activités, mais nous avons aussi étudié des articles de recherche, en particulier les travaux de R. Douady et M.-J. Perrin de l'IREM de Paris VII.

Nous présentons ce travail d'analyse au travers de trois axes principaux :

- les résultats aux Evaluations Nationales de sixième en 1989, 1990 et 1991 : une étude de phénomènes qui induisent des erreurs chez les élèves.
- un exposé théorique sur le concept.
- quelques activités possibles avec les élèves : c'est volontairement que ces activités ne sont pas des fiches toutes prêtes mais plutôt des pistes d'étude ainsi qu'elles ont été proposées en stage et travaillées avec les collègues.

Chacun pourra éventuellement y trouver des idées, adaptera à sa personnalité et au type de travail qu'il entend poursuivre avec ses élèves.

Il convient tout d'abord de situer l'opération Evaluation Nationale en mathématiques à l'entrée en sixième de la DEP. On retrouve ce type d'opération à l'entrée en CE2 et à l'entrée en Seconde.

C'est d'ailleurs en étudiant de plus près les productions des élèves sur les notions

de périmètres et d'aires que nous avons décidé de mettre en chantier tout ce travail.

Objectifs et caractéristiques

Il ne s'agit pas de lister l'ensemble des objectifs liés à cette action mais de retenir ceux qui nous paraissent importants :

- permettre aux parents de lire une évaluation différente d'une note.
- permettre une lecture plus rigoureuse des performances des élèves par les enseignants, l'administration, les parents.
- s'inscrire dans un processus de démocratisation de l'enseignement par une évolution et un élargissement de la référence sociale.
- permettre de développer des actions de recherche par apport de "matière première".
- permettre de dynamiser des actions de formation continue.

...

Bien qu'il y ait des choses à dire, notre propos n'est pas de nous intéresser aux modalités liées à l'évaluation. Nous allons plutôt chercher à la caractériser.

Cette évaluation est qualifiée de *diagnostique*. Un premier commentaire s'impose.

On a trop tendance en lisant "*évaluation diagnostique* " à ne retenir que l'aspect instantané d'un état de connaissances à un moment donné. Bien souvent le qualificatif anecdotique remplace diagnostique !

En fait, il s'agit non seulement de reconnaître des acquis mais aussi de localiser les difficultés des élèves, d'en repérer les causes et par conséquent de prévoir des réponses spécifiques (Cette évaluation est un outil au service de la décision, voir l'article : Exploitation des données de l'évaluation sixième).

Evolution sur la durée

En 1989 (année de lancement), l'évaluation proposait 77 prises d'informations (=items) réparties sur 33 exercices en 4 séquences de moins d'une demi-heure chacune. Les champs d'application parcourus sont codés N, O, S, L et D.

N : nombres et numération.
O : techniques opératoires.
S : sens des opérations.
L : lecture et exploitation des données.
D : organisation d'une démarche.

De 90 à 92, on note une nette évolution tant au point de vue quantitatif que du point de vue contenu. En effet, on observe une augmentation considérable du nombre de prises d'informations (plus d'une centaine d'items) toujours réparties sur 4 séquences.

De plus, la dénomination et la spécification des champs ont changé. On retrouve cinq champs codés N, O, S, G et R, G et R étant :

G : travaux géométriques.
D : réception, traitement et production d'informations.

Cependant, le nombre d'items concernant le champ O a considérablement diminué. Et, dans le même temps de nouveaux exercices apparaissent : lecture de tableaux, questionnements sur les grandeurs, exercices communs aux deux disciplines français et mathématiques, ... Enfin, des compétences transversales sont introduites permettant de repérer des objectifs tels que savoir observer, savoir se situer dans l'espace, savoir se situer dans le temps...

On remarque donc que l'évaluation sixième se modifie, se transforme, progresse tout en respectant son caractère diagnostique.

Résultats nationaux

Ils sont fournis par une brochure de la DEP "les dossiers, éducation et formation" : Evaluation CE2-6e.

Le traitement des données est fait en pourcentage pour chaque code, chaque item, chaque exercice et ceci globalement par champs avec indication du score moyen de réussite (chaque année supérieur à 70 %).

Pour être complet, un autre document est édité pour communiquer des études plus fines, mais sa diffusion semble confidentielle ou tout du moins limitée.

Quelques remarques :

1. **Les résultats dépassent 70 % de réussite** : on peut donc considérer que les tests sont qualitativement "bons". Cependant, si on s'arrête à cette seule lecture, il y a danger de voir là une nouvelle norme. On peut simplement estimer des performances comparables sur les quatre années. Il faut aller plus loin.

2. A la lecture de cette brochure, on observe :

• des pourcentages significatifs de **réussite** sur des objets de savoir bien définis : les élèves ont des connaissances !

• des pourcentages significatifs sur un inventaire (éventuellement limité) de types d'erreurs permettant de repérer certaines causes de difficultés et certaines connaissances mal faites.

On peut faire le commentaire suivant : le professeur a une *lecture atomisée, parcellaire* du savoir d'un élève. En conséquence, la tendance de normer l'élève par rapport aux résultats nationaux est grande. De plus, une lecture limitée à ce seul type de traitement conforte dans l'idée d'apporter des réponses de type *accumulatif*. Un dysfonctionnement ayant été repéré, on cherche à y remédier en accumulant, sous diverses formes, les exercices sur l'erreur pistée, ce qui peut alors dispenser d'investir d'autres approches possibles pour apporter des réponses aux erreurs. *Ce type de document est inducteur de pratiques scolaires.*

Analyse des résultats

Il nous a paru important de présenter la totalité des exercices sur périmètres et aires depuis 1989.

En 1992, on remarque une reprise d'exercices des années 90 et 91. On note une stabilité certaine des résultats. On observe une nette évolution sur le sujet qui nous intéresse : un seul exercice en 1989, cinq exercices distincts en 1992.

Exemples d'exercices et analyses

Calculer une aire avec un formulaire

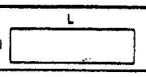
Exercice 24 -1990 - Entrée en 6ème

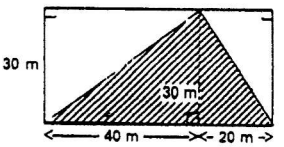
Formulaire :

On veut calculer en mètres carrés (m2), l'aire de la partie hachurée.

a. Recopie la formule d'aire que tu utilises :

FORMULAIRE

Noms des figures	Représentation des figures	Dimensions	Formule de l'aire
Rectangle		Longueur : L largeur : l	$\mathcal{A} = L \times l$
Carré		Côté : c	$\mathcal{A} = c \times c$
Triangle		base : b hauteur : h	$\mathcal{A} = (b \times h) : 2$



On veut calculer en mètres carrés (m²), l'aire de la partie hachurée.

a. Recopie la formule d'aire que tu utilises :

1290 / 71

b. Écris tes calculs et donne le résultat :

$\mathcal{A}$ = m²

D 1390 / 72

R 1290 / 73

12 réussite

a) 16,3% de réussite et 43% de non reponses.

b) * D 39,5% réussite c'est à dire de démarche correcte mais 57% de démarches incorrectes ou d'absence de réponse.

* R 27,4% réussite.

b. Ecris tes calculs et donne le résultat :

A =_____ m2

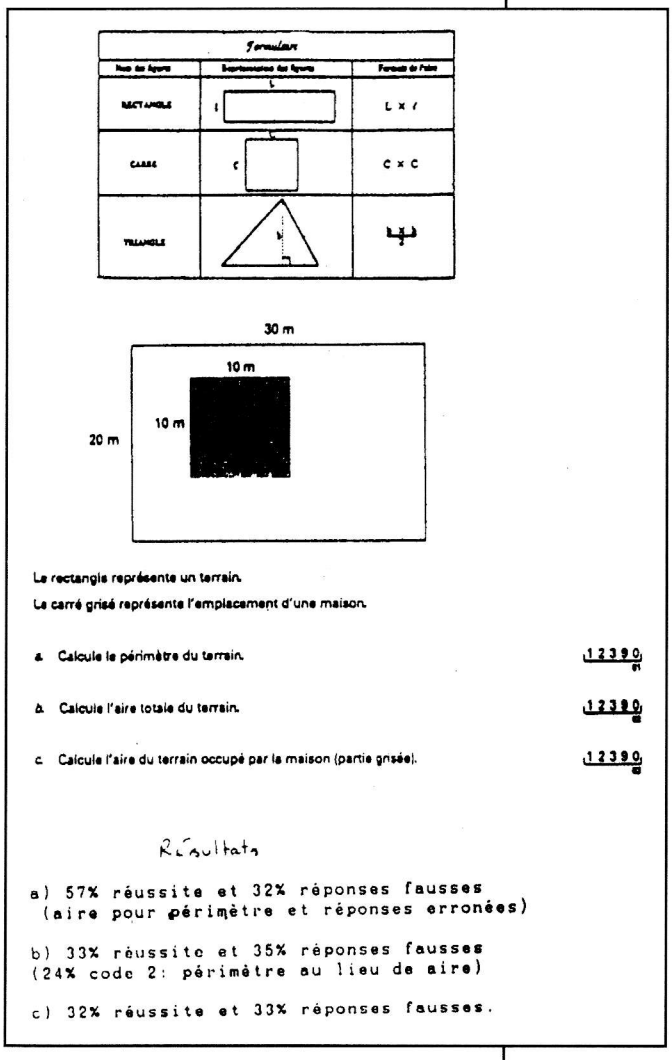
Résultats :

a) 46,3 % de réussite et 43 % de non réponses.

b) • 39,5 %de démarche correcte mais 57 % de démarches incorrectes ou d'absence de réponse.

• 27,4 % de réponses correctes.

Exercice 26 -1989 - entrée en 6ème



Formulaire :

Le rectangle représente un terrain.

Le carré grisé représente l'emplacement d'une maison.

a. Calcule le périmètre du terrain.

b. Calcule l'aire totale du terrain.

c. Calcule l'aire du terrain occupé par la maison (partie grisée).

Résultats

a) 57 % de réussite et 32 % de réponses fausses (aire pour périmètre et réponses erronées).

b) 33 % de réussite et 35 % de réponses fausses (24 % : périmètre au lieu de aire).

c) 32 % de réussite et 33 % de réponses fausses.

— — — — — — — — •••.....

Commentaires

L'exercice 26 en 1989 proposait de calculer une aire avec un formulaire .

Or la première consigne demande de calculer un périmètre ! On peut observer ici un premier décalage entre le souci de perfection d'élaboration d'un exercice sur un objet de savoir déterminé et sa "réalisation", c'est-à-dire les réponses des élèves. Ce premier effet pervers disparaît dès 1990.

Pour l'exercice 24 de 1990, on demande toujours de calculer une aire avec un formulaire, mais tout questionnement sur le périmètre a disparu et on demande dans l'item a un lien explicite entre le formulaire et l'exercice. Une question se pose : utiliser un formulaire fait-il partie du contrat habituel au primaire ? On enregistre 43 % de non réponses à cet item. En outre, si plus de 46 % des élèves ont balisé la bonne formule, ils ne sont plus que 27,4 % à réussir à calculer l'aire du triangle. On ne sait pas, pour cet exercice, d'où proviennent les erreurs, ni même les réussites !

En conclusion, sur les quatre années, moins d'un élève sur trois réussit à calculer une aire avec un formulaire.

Et pour le périmètre ?

Exercice 38 -1991- Entrée en 6ème

Objectif : répondre à des questions simples sur des comparaisons de périmètres ou d'aires.

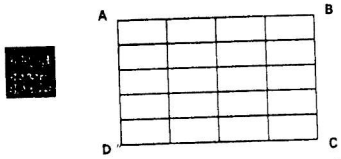
Tous les petits rectangles qui compo-

Septembre 1991
Exercice 38: répondre à des questions simples portant sur des comparaisons de périmètres ou d'aires.

Ne rien écrire dans la colonne

Exercice 38

a)



Tous les petits rectangles qui composent le rectangle A B C D et le carré colorié sont identiques

Mets une croix devant la bonne réponse.

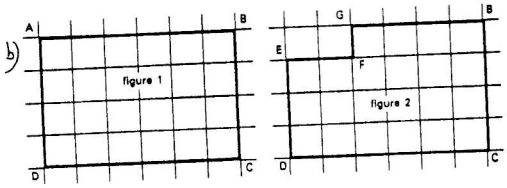
L'aire totale du rectangle A B C D est :

Réponses:

- ☐ 2,5 fois celle du carré colorié
- ☐ 4 fois celle du carré colorié
- ☐ 6,5 fois celle du carré colorié
- ☐ 8 fois celle du carré colorié
- 58% ☒ 10 fois celle du carré colorié
- ☐ 11 fois celle du carré colorié
- ☐ 20 fois celle du carré colorié

a) 134590 106

b)



On compare les périmètres des figures 1 et 2.

Mets une croix devant la bonne réponse :

- 26% ☒ le périmètre de la figure 1 est égal à celui de la figure 2 ;
- 58% ☒ le périmètre de la figure 1 est plus grand que celui de la figure 2 ;
- ☐ le périmètre de la figure 1 est plus petit que celui de la figure 2 ;
- ☐ je ne peux pas le savoir.

b) 134590 109

58 % le périmètre de la figure 1 est plus petit que celui de la figure 2 ;
le périmètre de la figure 1 est plus petit que celui de la figure 2 ;
je ne peux pas le savoir.

Exercice 28 -1991- Entrée en 6ème

Objectif : calculer un périmètre ou une aire par somme ou différence

Triangle A
Triangle B

Le périmètre du triangle A est 12 m.
Le périmètre du triangle B est 17 m.
La figure F est formée à l'aide des deux triangles, comme indiqué sur le dessin.
Quel est le périmètre de la figure F ?
Ecris tes calculs :

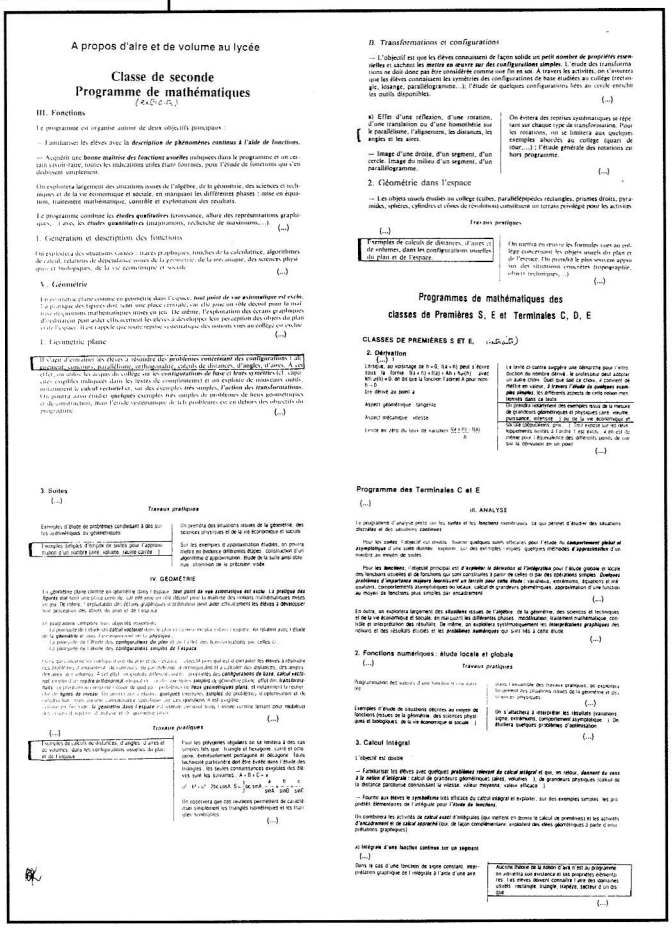
Le périmètre de la figure F est : _____ m

Réponses :
20,3 % de réussite mais 45,5 % ont ajouté les deux périmètres.

_____.....

sent le rectangle ABCD et le carré colorié sont identiques. Mets une croix devant la bonne réponse.
L'aire totale du rectangle ABCD est :
2,5 fois celle du carré colorié
4 fois celle du carré colorié
6,5 fois celle du carré colorié
8 fois celle du carré colorié
58 % 10fois celle du carré colorié
11fois celle du carré colorié
20fois celle du carré colorié

On compare les périmètres des figures 1 et 2.
Mets une crois devant la bonne réponse :
26 % le périmètre de la figure 1 est égal à celui de la figure 2 ;


A propos d'aire et de volume au lycée

Classe de seconde
Programme de mathématiques

III. Fonctions

IV. GÉOMÉTRIE

Programmes de mathématiques des classes de Premières S, E et Terminales C, D, E

Programme des Terminales C et E

Commentaires

Les exercices identiques 35 de 1991 et 33 de 1992 demandent de calculer le périmètre d'un trapèze rectangle connaissant les longueurs des côtés. On note une réussite "normale" autour de 70 %. Cependant il ne s'agit de l'objectif premier de cet exercice (exercice non présenté ici).

A partir de 1990, on rencontre un type nouveau d'exercice portant sur l'objectif : répondre à des questions simples portant sur des comparaisons de périmètres ou d'aires. Il s'agit des exercices identiques 36 de 1990 et 36 de 1992 (non présenté) et de l'exercice 38 de 1991.

Pourquoi ? Nous faisons l'hypothèse que ce type d'exercices rejoint un champ de recherche actuel sur la notion de dimensions et sur les structures additives et multiplicatives (voir les travaux de G. Vergnaud (INRP) et des IREM).

Ce qui frappe à la lecture des résultats, pour ces trois exercices, c'est l'échec massif aux Items *b* qui valide l'existence de l'idée chez les élèves que si l'aire est plus grande, alors le périmètre l'est aussi. On peut même ajouter, qu'en 1991, on a vraiment l'impression "qu'il manque un morceau" au rectangle, figure régulière bien connue des élèves. De plus, très peu d'élèves se réfugient dans la réponse "je ne peux pas savoir" (toujours l'effet contrat !).

En conclusion, sur les trois dernières années, moins d'un élève sur trois réussit à répondre à des questions simples portant sur des comparaisons de périmètres ou d'aires. Le choix explicite de près d'un élève sur deux de ranger les périmètres comme les aires atteste clairement d'une connaissance mal faite sur le concept de dimension. Il s'agit donc de retravailler et de reconstruire cette connaissance.

Enfin, pour abonder dans le sens de notre analyse, les résultats obtenus aux exercices identiques 28 de 1991 et 29 de 1992 montrent que la confusion entre aire et périmètre conduit l'élève à appliquer la règle d'additivité des aires à un calcul de périmètres : près d'un élève sur deux a ajouté les deux périmètres, sans compter les "autres réponses" ou "absence de réponses" !

Pour conclure

Quelques mots pour conclure notre longue (?) étude.

L'apport de matière première fournie par les résultats à l'évaluation à l'entrée en sixième permet à la fois aux enseignants et aux chercheurs de se pencher sur les mêmes vraies difficultés liées à la dimensionnalité d'un ensemble de points.

A notre niveau, dans la suite de l'article, nous allons chercher à poursuivre notre analyse et à présenter des pistes de travail.

Progressivité des acquisitions et nécessité de réinvestissement

Nous trouverez en fin d'article un document résumant le programme du collège : à chaque niveau une notion nouvelle est étudiée nécessitant le réinvestissement des connaissances antérieures et des extraits des programmes des classesde 2de, 1ère et terminales.

Un travail important est effectué à l'école primaire. Cependant on peut remarquer dans certains manuels des documents ou formulaires dont voici deux exemples et qui peuvent induire et effectivement produire chez les enfants différents types d'erreurs.

Nous pouvons à la lecture de ces documents faire ces remarques :

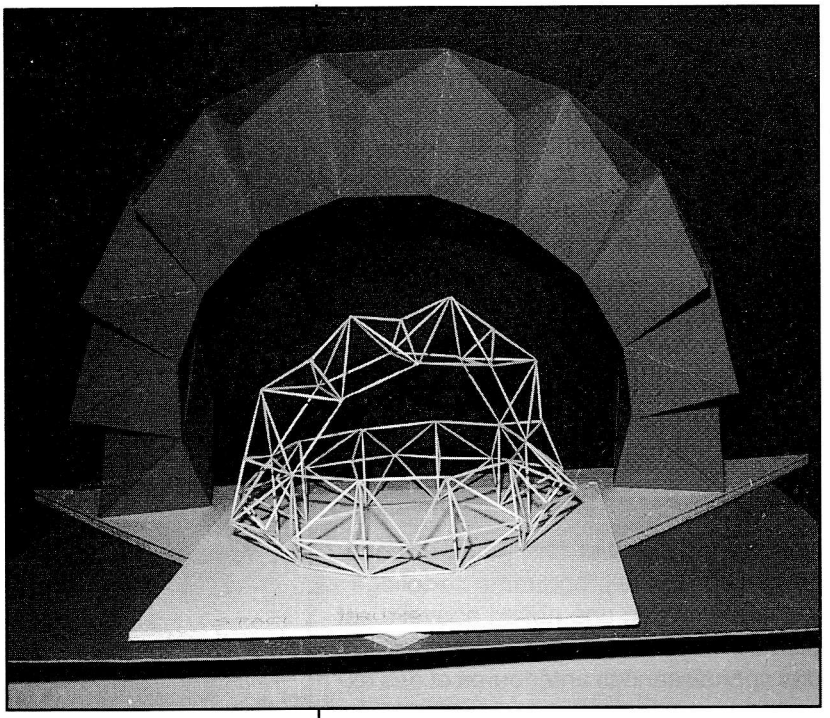
- il y a une formule pour calculer le périmètre du cercle, du rectangle, du carré mais pour les autres figures ? Les triangles, parallélogrammes et trapèzes n'ont donc pas de périmètre !... ou alors comment faire pour le calculer ?

- le triangle isocèle pourrait éventuellement avoir un périmètre... quant aux autres triangles ?

Ces pratiques induisent le comportement suivant : seules les figures "régulières" ont une aire ou un périmètre, et en se sécurisant avec une "formule" l'enfant cherche un refuge et perd complètement le sens du problème.

- chaque "formule" de périmètre est donnée avec une notation multiplicative ce qui est contraire à sa nature additive et viendra ensuite perturber la notion d'aire, de dimension 2, qui , elle, relève d'une structure multiplicative.

Nous proposons que les "pseudo-formules" de calcul de périmètres soient rem-



placées par des énoncés non fermés dans un quelconque algorithme de calcul : par exemple

"pour calculer le périmètre d'une figure j'ajoute les longueurs des côtés".

(Nous rappelons qu'il s'agit d'une étape dans un processus de reconstruction d'une connaissance !).

Formulaires pour calculer des périmètres et des aires

Hatier : réussir en CM1

Cercle : périmètre = diamètre x 3,14
aire = rayon x rayon x 3,14

Rectangle : périmètre = (Longueur + largeur) x 2
aire = Longueur x largeur

Carré : périmètre = côté x 4
aire = côté x côté

Triangle :

$$\text{aire} = \frac{\text{base x hauteur}}{2}$$

Parallélogramme : aire = Longueur x hauteur

Trapèze :

$$\text{aire} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$

N'oublions pas non plus lorsque nous travaillons avec des élèves en début de sixième que de façon tout à fait naturelle, ces enfants sont en cours de maturation intellectuelle et que sans même être particulièrement en difficulté la perception qu'ils ont de l'espace est en cours d'évolution.

Thirioux : CM2

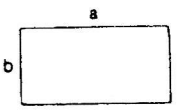
83 calculs de périmètres

Pour chaque figure ci-dessous :

- construis un exemple ;
- indique de quelles informations tu as besoin pour calculer le périmètre ;
- mesure pour trouver ces informations, puis calcule le périmètre ;
- compare ton calcul avec celui de tes camarades ;
- explique la formule.

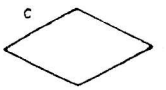
• Rectangle :

$\mathcal{P} = (a + b) \times 2$



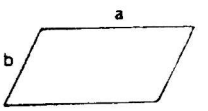
• Losange ou carré :

$\mathcal{P} = c \times 4$



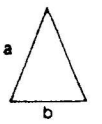
• Parallélogramme :

$\mathcal{P} = (a + b) \times 2$



• Triangle isocèle :

$\mathcal{P} = (a \times 2) + b$



Géométrie et dimensions

La maîtrise des notions de dimension 1, 2 et 3 est nécessaire dans le domaine géométrique aussi bien qu'algébrique et fonctionnel : on retrouve de nombreuses activités en lycée, liant la notion de fonction à la géométrie, d'étude de variation d'un volume en fonction d'une dimension par exemple.

N'oublions pas la nécessité de cette maîtrise pour une étape ultérieure encore, comme support à l'intuition dans l'intégration multiple en particulier.

Le lecteur trouvera ici des exemples d'activités et de problèmes au second cycle, à propos des distances, des aires, des volumes au lycée.

Eléments de repères théoriques. Vocabulaire utilisé dans le travail concernant les aires et les périmètres.

Surface plane (objet géométrique)

Partie bornée d'un plan dont l'intérieur (non vide) est limité par une ou plusieurs courbes fermées de longueur finie.

l'aire (classe d'équivalence) est une grandeur mesurable

par déplacement (découpage, recollement...).
les surfaces se superposent ou s'incluent.
Les surfaces occupent "plus ou moins" de place dans le plan.

La notion d'aire a pour but de rendre compte de l'occupation d'un plan indépendamment de la forme.

à unité fixée, la mesure d'une aire est un nombre.
(unité de mesure des aires, système MKS).

Segment (objet géométrique)

de droite, sous-ensemble non vide d'une droite
intersection de deux demi-droites d'origines distinctes.

la longueur (classe d'équivalence) est une grandeur mesurable

par superposition les segments de droite sont "plus courts", "superposables" ou "plus longs".

La notion de longueur a pour but de rendre compte du caractère commun à plusieurs segments

à unité fixée, la mesure d'une longueur est un nombre.
(unité de mesure des longueurs, système MKS).

Compléments :

On pourra noter aussi que périmètre et aire ne sont pas "si indépendants que cela".

Voici une conjecture vieille de 2 000 ans : «Si p est le nombre qui mesure le périmètre d'une figure d'aire a, alors

$$p2 > 4 \pi a \ !$$

Confusions entre grandeurs et **mesure :**

1. On trouve différents emplois du mot "unité" selon le contexte : il désigne soit un nombre soit une grandeur, d'où des difficultés de conceptualisation.
2. L'écriture des calculs sur les grandeurs incite à confondre grandeur et nombre (de par l'analogie de structure entre ensembles de grandeurs et ensembles de nombres).
3. Quelques exemples de confusion entre grandeur et nombre :

• exemple 1 : "pour réaliser un abat-jour en ficelle il faut 3 mètres de ficelle. Si on en fait plusieurs, la longueur de ficelle est le triple du nombre d'abats-jours... ". Observation : la longueur est un nombre ?

• exemple 2 : (grand classique) "le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1...". Cet énoncé doit être pris dans le sens suivant : "le cercle dont la mesure du rayon est prise pour unité de longueur". Selon le contexte rayon désigne : "tout segment qui joint le cercle à un point du cercle" ou "la longueur commune de tels segments". Quels sens sont compris par les élèves ?

Exemples d'exercices au 2d cycle

Partage de solide et problèmes d'optimisation

Utilisation de la dérivation dans des problèmes de géométrie (révisions).

Classe de T.C/E
Collection Spirales
Tome 1. Ed. Belin

Les faces ABC, ACD et ABD d'un tétraèdre ABCD sont des triangles rectangles isocèles de sommet principal A tels que AB = AC = AD = 12 cm. Soit E un point du segment [AB]. On note x la distance AE. Le plan parallèle aux droites (AD) et (BC) contenant E coupe respectivement en F, G et H les droites (AC), (CD) et (DB).

1. Faire une figure. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Exprimer l'aire **A(x)** du quadrilatère EFGH en fonction de x. Etudier la fonction **A** sur l'intervalle [0 ; 12]. Pour quelle position de E sur [AB] l'aire est-elle maximale ?

2. Exprimer le volume V(x) de la pyramide EFGHA en fonction de x. Etudier les variations de la fonction **V** quand E décrit le segment [AB].

3. Démontrer que, pour x = 6 et seulement pour cette valeur, le quadrilatère EFGH partage le tétraèdre ABCD en deux solides de même volume.

4. Démontrer qu'il existe une sphère S contenant les points A, E, F, G, H et préciser la position de son centre O. Exprimer le rayon r(x) de S en fonction de x. Etudier les variations de la fonction $f : x \longrightarrow [r(x)]^2$. En déduire les variations de la fonction r. Pour quelle position de E sur [AB] le volume de la sphère S est-il minimal ?

5. On désigne par I le milieu de [AD] et par K le milieu de [BC]. Démontrer que O est un point du segment [IK].

Brochure AIRES
IREM de Poitiers

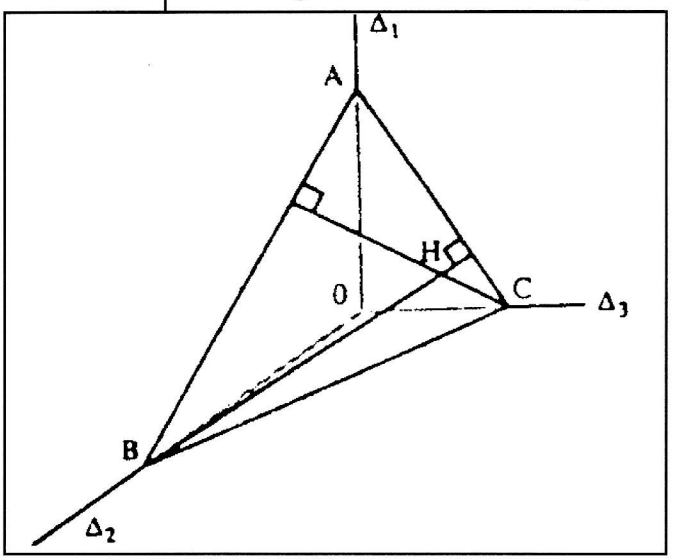
1er exercice :

Dans l'espace, on considère 3 demi-droites D_1, D_2 et D_3 concourantes en O et telles que

$D_1 \perp D_2$, $D_1 \perp D_3$, $D_2 \perp D_3$

Soient les points A, B et C distincts de O, $A \in D_1$, $B \in D_2$, $C \in D_3$.

H désigne l'orthocentre du triangle ABC



a) Montrer que (OH) est orthogonale au plan (ABC).

b) Démontrer que

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

c) Démontrer que

[aire (ABC)]^2 = [aire (OAB)]^2 + [aire (OAC)]^2 + [aire (OBC)]^2.

2ème exercice

Deux rectangles isométriques se coupent en 8 points distincts.

Démontrer que l'aire de l'intersection de ces 2 rectangles est supérieure à la moitié de l'aire de ces rectangles.

3ème exercice

A et B sont donnés distincts.

Construire dans un même demi-plan, les points C (situé sur la perpendiculaire en B à (AB)) et D sur le demi-cercle de diamètre [AB] pour que :

aire (ABC) = 4 x aire (ABD).

Choix d'une problématique (d'après les travaux de R. Douady et M.-J. Perrin)

Position du problème

Au collège, la pratique habituelle (scolaire ?) pour l'enseignement du concept de dimension consiste à retenir les objets "lignes" et "nombres" et à construire une "application mesure" qui, à tout segment associe un nombre ; puis à retenir les objets "surfaces" et "nombres" et à construire une "application mesure" qui, à toute surface "régulière" associe un nombre.

Des difficultés, inhérentes à cette pratique, peuvent s'expliquer par le fait que les élèves développent au sujet des longueurs et des aires une conception "**forme**" liée au domaine géométrique ou une conception "**nombre**" liée au domaine numérique ou les deux SANS nécessairement établir de relation entre ces deux domaines.

Ainsi, on observe, par exemple, que les "théorèmes" "si variation de périmètres ALORS variation d'aires dans le même sens" et réciproquement constituent des "savoirs-élèves" prégnants. On peut aussi observer chez les élèves l'attitude sui-

vante : puisque la longueur et l'aire sont des nombres, il suffit de relever des informations numériques sur les figures puis de les combiner par application de "formules" "apprises par cœur" pour trouver la réponse à un problème.

Hypothèses didactiques

a) L'étude et le développement dans l'enseignement des concepts de longueur et d'aire en tant que **grandeurs** permettent aux élèves d'établir les relations nécessaires entre "cadre géométrique" et "cadre numérique".

b) Une identification trop précoce entre grandeurs et mesure de ces grandeurs par des nombres favorise chez l'élève un amalgame entre les deux grandeurs "longueur" et "aire".

Choix d'une méthodologie

On pourra proposer différentes séquences et activités pour reconstruire ou développer un apprentissage en fonction des hypothèses (a) et *(b)* répondant aux objectifs suivants :

- approcher de façon géométrique "avoir même longueur que" et "avoir même aire que",
- différencier, dissocier longueur et aire sans recours à la mesure,
- caractériser de nouveaux outils,
- étudier des variations de périmètres et des variations d'aires (si une dimension est multipliée par n alors le périmètre est multiplié par n et l'aire est multipliée par n^2),
- travailler sur les unités,
- approfondir.

Conclusion

- Une longueur se mesure avec une longueur (!).
- Une aire se mesure avec une aire (et non pas avec une longueur).

Il convient donc de privilégier la structure additive pour des travaux sur les longueurs et la structure multiplicative pour des travaux sur les aires.

On pourra bien sûr trouver des limites à ces travaux, mais ce sont celles fixées par nos choix.

On trouvera ci-après des exemples de tests permettant d'entreprendre à n'importe quel moment de l'année des activités en rapport avec la situation individuelle de chacun des élèves (chaque exercice est bien sûr modifiable à loisir !).

Nous vous rappelons qu'il ne s'agit ici que de fournir quelques pistes de travail proposées et défrichées lors des stages ces 3 dernières années.

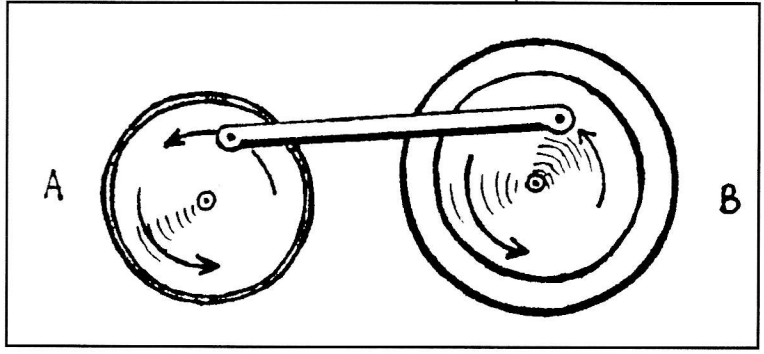
Enfin, nous voudrions citer l'article du Petit x avant toute présentation d'activités :

"Les concepts se construisent à l'occasion d'actions. Ils prennent leur sens grâce aux problèmes qu'ils permettent de résoudre. Chaque nouveau problème contribue à enrichir le concept.

- Un nouveau concept se construit aussi en se situant par rapport aux connaissances déjà acquises soit pour les élargir et les généraliser, soit pour les remettre en cause et en construire de nouvelles mieux adaptées au problème posé.
- Un problème fait en général intervenir plusieurs concepts. Chacun prend ainsi son sens dans les relations qu'il entretient avec les autres concepts impliqués dans le problème.
- Cette diversité apparaît notamment si le problème peut se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances (par exemple cadre physique, cadre géométrique, cadre numérique et cadre graphique)".

Eléments de bibliographie

- *Grandeur, Mesure*, APMEP Mots, brochure n° 82.
- *Aires de surfaces planes*, Douady et Perrin, Petit X n° 6 et 8. Irem de Grenoble (1984).
- *Suivi scientifique de 6e*, bulletin Inter-Irem, IREM de Lyon, (1985-1986).
- *Aires et périmètres du CM à la Seconde*, IREM de Poitiers.
- *Le sens de la mesure*, N. Rouche, Hatier-Didier Bruxelles (1992).



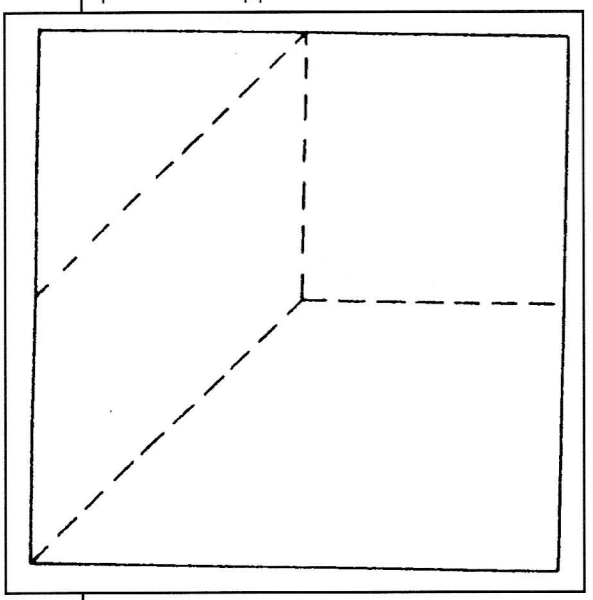
Quelle est la roue qui tourne le plus vite? A ou B?

Activité 1
L'aire est constante et le périmètre varie

Matériel nécessaire : ciseaux, colle, crayons de couleur, papier transparent auto-collant (3 m2 pour une classe), grand tableau.

Scénario possible

1. Chaque enfant dispose de la figure ci-contre (ici réduite, le carré mesure 10 cm de côté) : on lui propose de découper chaque morceau du puzzle et de fabriquer une nouvelle figure qu'il collera sur son cahier en utilisant les cinq morceaux qui doivent "se toucher bord à bord" sans précision supplémentaire.



2. Chaque élève reporte ensuite le périmètre de sa figure après l'avoir repassé en couleur et vient sur le grand tableau marquer le segment représentant le périmètre de sa figure : lors de la phase de mise en commun on peut en général observer qu'il y a beaucoup de périmètres différents et surtout que des formes différentes ont le même périmètre.

3. On propose à chaque enfant de recouvrir sa figure avec du papier transparent auto-collant.

4. On pose la question : "quelle est la mesure de la surface de papier auto-collant effectivement collée sur votre figure ?".

Les calculs sont d'abord individuels mais apparaît ensuite la phase de conjecture et de validation : "nous avons tous utilisé la même surface de papier auto-collant".

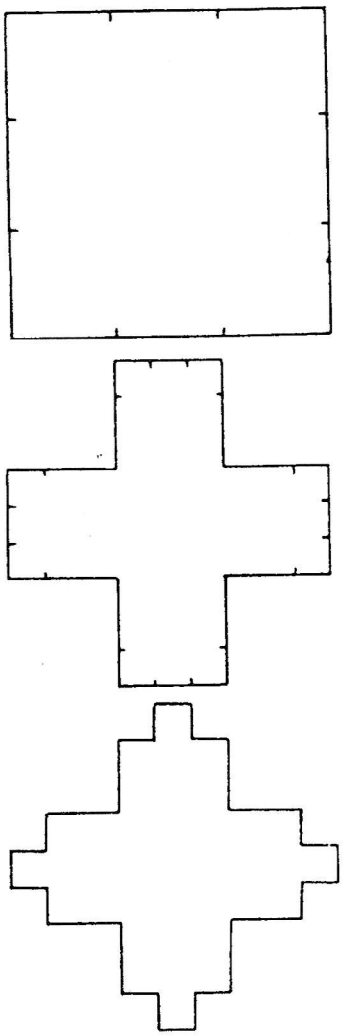
Cette constatation n'est pas immédiate et jusqu'à présent nous n'avons rencontré aucun élève en 6e qui ait répondu immédiatement 100 cm2. Ils ont besoin de passer par la phase d'étude de cinq formes, de comparaison des résultats entre eux, et d'échange pour que le résultat emporte l'assentiment de tous. C'est une phase longue mais absolument nécessaire car est vraiment mis en défaut leur savoir antérieur "à périmètres différents, aires différentes".

Conclusion

Des figures ayant la même aire ont des périmètres différents.

Activité 2
Le périmètre est constant et l'aire varie

Cette activité est individuelle et nécessite que chaque enfant dispose de plusieurs grandes feuilles de papier A4 quadrillé 5 x 5.



Le principe est le suivant : on dessine un carré puis on découpe un carré à chaque coin et on continue sur la figure obtenue. Le périmètre est inchangé et l'aire diminue.

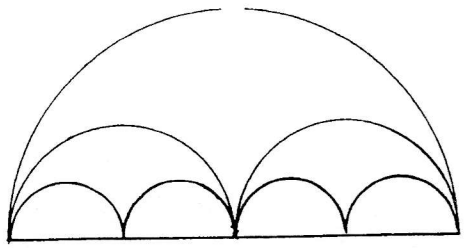
Par expérience, 18 cm de côté pour le carré de départ permet d'aller assez loin et il faut vraiment laisser le temps à chaque enfant de découper ses carrés, de recalculer le périmètre : aucune étape ne doit être précipitée et tout doit passer par l'action découpage et collage du dessin avec le précédent ou le suivant.

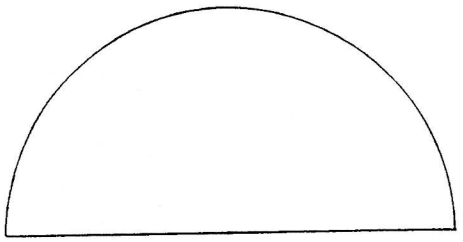
Conclusion

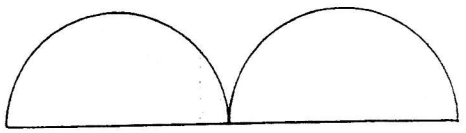
Deux figures peuvent avoir des formes différentes et le même périmètre, de plus le périmètre peut rester constant avec une aire qui décroît.

Activité 3
Le périmètre est constant et l'aire varie

Cette activité peut être étudiée en 6e ou en réinvestissement en 5e. On comparera les aires et les périmètres des figures successives.





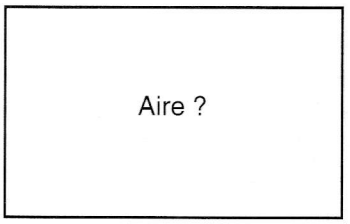


Conclusion

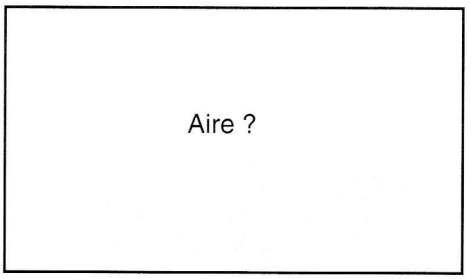
La même que pour l'activité 2.

Activité 4
Périmètre constant, Aire qui varie.

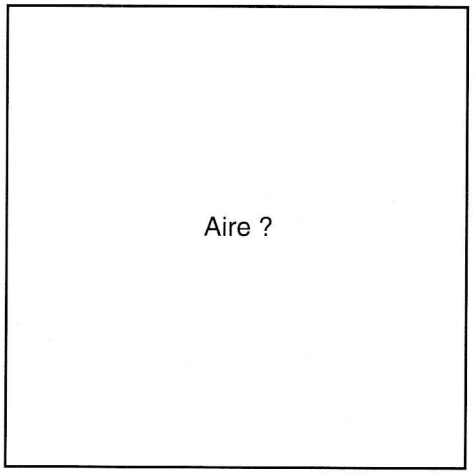
Cette activité est une "activité de chercheurs" de l'IREM de Paris : elle est détaillée dans le bulletin Inter Irem du Suivi Scientifique de 6e. C'est une activité très riche et il faut bien avoir conscience au départ que le choix du nombre fixé comme périmètre est une variable didactique essentielle.



En effet il vient se greffer ici une notion très importante et qui est loin d'être dominée par la majorité des élèves de 6e : c'est celle d'intercalation d'un décimal entre deux autres décimaux puis c'est aussi l'idée qu'il puisse exister un nombre illimité de décimaux entre deux autres.



On peut imaginer une foule de scénarios et d'organisations de classe possibles mais nous croyons que l'essentiel est de choisir un périmètre qui va poser problème et obliger l'enfant à revenir à la nature des décimaux et à une struc-



ture additive : 12 n'a pas le même statut que 11 ni que 11,5 !

On peut par exemple, proposer :

1. "Vous êtes un groupe de trois et chaque groupe dessine plusieurs rectangles de périmètre fixé (on peut fixer un périmètre différent par groupe)".

2. Pour chaque rectangle on calcule l'aire.

3. Une phase de confrontation entre les groupes.

4. On observe que l'aire maximale est atteinte pour le carré.

Conclusion

Deux figures peuvent avoir le même périmètre et pas la même aire laquelle peut augmenter ou diminuer selon la forme du rectangle. Entre deux décimaux on peut toujours en intercaler un autre.

Conclusion générale

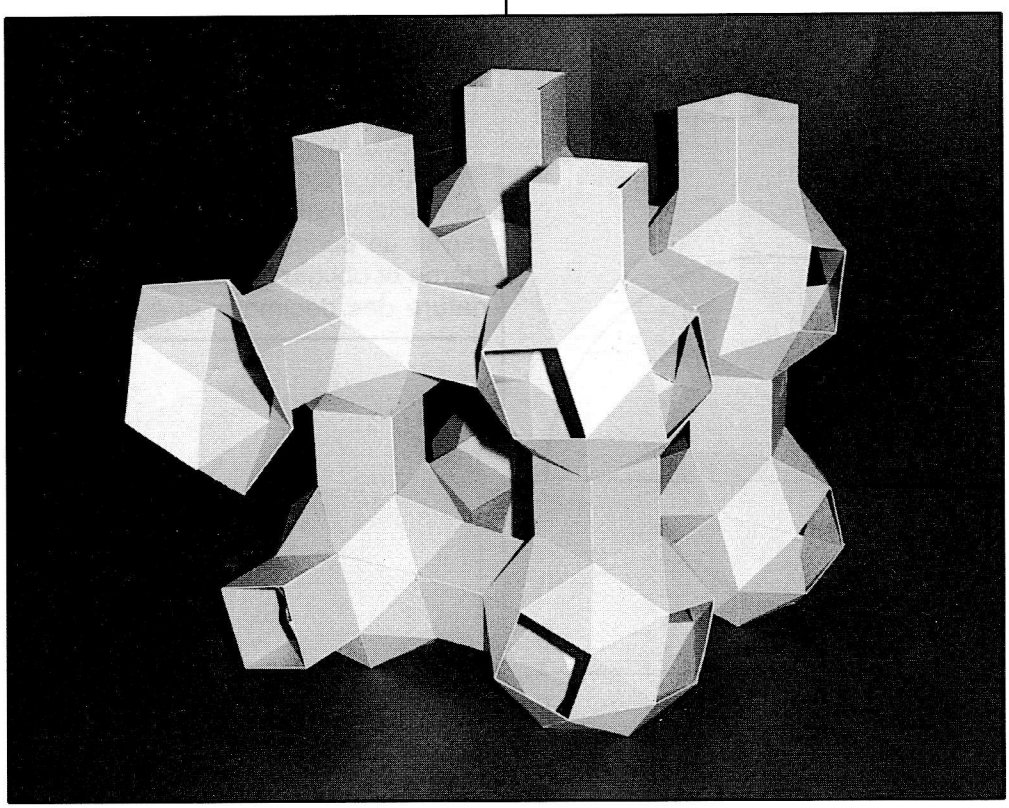
Il paraît indispensable tout au long des classes de 6^e et de 5^e de privilégier des activités concernant la dimension de différents objets géométriques.

Ce peut être l'occasion à propos des échelles, de l'étude des triangles, des configurations de base, etc.

Même en classe de 3^e on aura l'occasion de poursuivre ce travail : rappelons que l'on peut lire dans la colonne "exigible" des programmes :

"Utiliser dans l'agrandissement ou dans la réduction d"un objet géométrique du plan ou de l'espace, la propriété que si les longueurs sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2, les volumes le sont par k^3, les angles sont conservés".

Voilà donc un travail qui ne se limitera pas à la classe de 6^e puisqu'il n'est qu'un maillon de la chaîne qui conduit l'enfant à la conceptualisation de la notion de dimension ; afin de le poursuivre en classes de 4^e et de 3^e, vous pouvez consulter le fascicule Aires Périmètres de l'IREM de Poitiers où ces concepts interviennent comme validation de conjecture et permettent un réinvestissement dans les domaines numériques mais aussi algébriques et géométriques.



A propos d'aire et de volume au lycée

Classe de seconde
Programme de mathématiques
(extraits)

III. Fonctions

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :

— Familiariser les élèves avec la ***description de phénomènes continus à l'aide de fonctions.***

— Acquérir une ***bonne maîtrise des fonctions usuelles*** indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant fournies, pour l'étude de fonctions qui s'en déduisent simplement.

On exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : mise en équation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

Le programme combine les ***études qualitatives*** (croissance, allure des représentations graphiques,...) avec les ***études quantitatives*** (majorations, recherche de maximums,...).
(...)

I. Génération et description des fonctions

On exploitera des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale.
(...)

V. Géométrie

En géométrie plane comme en géométrie dans l'espace, ***tout point de vue axiomatique est exclu.*** La pratique des figures doit tenir une place centrale, car elle joue un rôle décisif pour la maîtrise des notions mathématiques mises en jeu. De même, l'exploitation des écrans graphiques d'ordinateur peut aider efficacement les élèves à développer leur perception des objets du plan et de l'espace. Il est rappelé que toute reprise systématique des notions vues au collège est exclue.
(...)

1. Géométrie plane

Il s'agit d'entraîner les élèves à résoudre des problèmes concernant des configurations; alignement, concours, parallélisme, orthogonalité, calculs de distances, d'angles, d'aires.

3. Suites
(...)

Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.	On prendra des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la vie économique et sociale.

Exemples simples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre (aire, volume, racine carrée...)

leur perception des objets du plan et de l'espace.

Le programme comporte trois objectifs essentiels :
- La poursuite de l'étude du ***calcul vectoriel*** dans le plan et sa mise en place dans l'espace, en relation avec l'étude de la ***géométrie*** et avec l'enseignement de la ***physique***.
- La poursuite de l'étude des ***configurations du plan*** et de l'effet des transformations sur celles-ci.
- La poursuite de l'étude des ***configurations simples de l'espace***.

En ce qui concerne les configurations du plan et de l'espace, l'objectif principal est d'entraîner les élèves à résoudre des problèmes d'alignement, de concours, de parallélisme, d'orthogonalité et à calculer des distances, des angles, des aires, des volumes. A cet effet, on exploite différents outils : propriétés des ***configurations de base***, ***calcul vectoriel***, emploi d'un ***repère orthonormal*** adéquat et, sur des exemples ***simples*** de géométrie plane, effet des ***transformations***. Le programme comporte l'étude de quelques problèmes de ***lieux géométriques plans***, et notamment la recherche de ***lignes de niveau***. On pourra aussi étudier ***quelques*** exemples ***simples*** de problèmes d'optimisation et de construction, mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible.
Comme en Seconde, ***la géométrie dans l'espace*** est utilisée pendant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis d'algèbre, d'analyse et de géométrie plane.
(...)

Travaux pratiques

(...)

Exemples de calculs de distances, d'angles, d'aires et	Pour les polygones réguliers on se limitera à des cas

Exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.

gles semblables.
(...)

B. Transformations et configurations

— L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un ***petit nombre de propriétés essentielles*** et sachent les ***mettre en œuvre sur des configurations simples***. L'étude des transformations ne doit donc pas être considérée comme une fin en soi. A travers les activités, on s'assurera que les élèves connaissent les symétries des configurations de base étudiées au collège (rectangle, losange, parallélogramme...); l'étude de quelques configurations liées au cercle enrichit les outils disponibles.
(...)

a) Effet d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation ou d'une homothétie sur le parallélisme, l'alignement, les distances, les angles et les aires.	On évitera des reprises systématiques se répétant sur chaque type de transformation. Pour les rotations, on se limitera aux quelques exemples abordés au collège (quart de tour,...) ; l'étude générale des rotations est hors programme.
— Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle. Image du milieu d'un segment, d'un parallélogramme.	

(...)

2. Géométrie dans l'espace

— Les objets usuels étudiés au collège (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits, pyramides, sphères, cylindres et cônes de révolution) constituent un terrain privilégié pour les activités.

Travaux pratiques

Exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.

Programmes de mathématiques des classes de Premières S, E et Terminales C, D, E

CLASSES DE PREMIÈRES S ET E,
(extraits)

2. Dérivation
(...)

Lorsque, au voisinage de $h = 0$, $f(a+h)$ peut s'écrire sous la forme $f(a+h) = f(a) + Ah + h\varphi(h)$, avec $\lim_{h\to 0} \varphi(h) = 0$, on dit que la fonction f admet A pour nombre dérivé au point a.	Le texte ci-contre suggère une démarche pour l'introduction du nombre dérivé ; le professeur peut adopter un autre choix. Quel que soit ce choix, il convient de mettre en valeur, ***à travers l'étude de quelques exemples simples***, les différents aspects de cette notion mentionnés dans ce texte.
Aspect géométrique : tangente	On prendra notamment des exemples issus de la mesure de grandeurs géométriques et physiques (aire, volume, puissance, intensité...) ou de la vie économique et sociale (populations, prix, ...). Tout exposé sur les développements limités à l'ordre 1 est exclu ; il en est de même pour l'équivalence des différents points de vue sur la dérivation en un point.
Aspect mécanique : vitesse	
Limite en zéro du taux de variation $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$	

(...)

Programme des Terminales C et E

(...)

III. ANALYSE

Le programme d'analyse porte sur les ***suites*** et les ***fonctions*** numériques, ce qui permet d'étudier des situations ***discrètes*** et des situations ***continues***.

Pour les ***suites***, l'objectif est double : fournir quelques outils efficaces pour l'étude du ***comportement global et asymptotique*** d'une suite donnée ; explorer, sur des exemples simples, quelques méthodes ***d'approximation*** d'un nombre au moyen de suites.

- Pour les ***fonctions***, l'objectif principal est ***d'exploiter la dérivation et l'intégration*** pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et de fonctions qui sont construites à partir de celles-ci par des opérations simples. ***Quelques problèmes d'importance majeure fournissant un terrain pour cette étude*** : variations, extrémums, équations et inéquations, comportements asymptotiques ou locaux, calcul de grandeurs géométriques, approximation d'une fonction au moyen de fonctions plus simples par encadrement.
(...)

En outre, on exploitera largement des ***situations*** issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et interprétation des résultats. De même, on exploitera systématiquement les ***interprétations graphiques*** des notions et des résultats étudiés et les ***problèmes numériques*** qui sont liés à cette étude.
(...)

2. Fonctions numériques : étude locale et globale
(...)

Travaux pratiques

Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable.	Dans l'ensemble des travaux pratiques, on exploitera largement des situations issues de la géométrie et des sciences physiques.
Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale ...).	(...) On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extrémums, comportement asymptotique ...). On étudiera quelques problèmes d'optimisation.

(...)

3. Calcul intégral

L'objectif est double :

— Familiariser les élèves avec quelques ***problèmes relevant du calcul intégral*** et qui, en retour, ***donnent du sens à la notion d'intégrale*** : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes ...), de grandeurs physiques (calcul de la distance parcourue connaissant la vitesse, valeur moyenne, valeur efficace...).

— Fournir aux élèves le ***symbolisme*** très efficace du calcul intégral et exploiter, sur des exemples simples, les propriétés élémentaires de l'intégrale pour ***l'étude de fonctions***.

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme: on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels; rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

Travaux pratiques

Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales

On pourra, sur des exemples simples, décrire et appliquer quelques méthodes usuelles (rectangle, point milieu, trapèzes) et comparer leurs performances. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications nécessaires doivent être fournies.

Calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral. Exemples de calcul de volumes de solides usuels

Les élèves doivent connaître la formule $\mathcal{V} = \int_a^b S(z)dz$ et savoir l'appliquer au calcul du volume d'une boule, d'un prisme, d'un cylindre, d'une pyramide, d'un cône.

Exemples simples d'emploi du calcul intégral pour le calcul de grandeurs géométriques, mécaniques ou physiques.

Aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible et toutes les indications utiles doivent être fournies.

(...)

IV. GÉOMÉTRIE

Le programme comporte trois objectifs essentiels :

- Poursuivre l'étude du ***calcul vectoriel*** en relation avec l'enseignement de la ***géométrie*** et de la physique : le programme met en place le produit scalaire dans l'espace et le produit vectoriel.
- Approfondir la géométrie du plan et de l'espace à travers l'étude de ***configurations*** et de ***l'action de transformations sur ces configurations***.
- Développer une ***vision géométrique des problèmes*** grâce à la mise en œuvre systématique d'activités graphiques (figures, tracés de courbes, croquis perspectifs, schémas ...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.

- ***En géométrie plane***, le champ des objets étudiés est enrichi (coniques, exemples simples de courbes paramétrées) et celui des transformations est élargi et réorganisé à travers l'étude plus systématique de la ***composition des transformations*** élémentaires et la recherche d'invariants associés, ce qui conduit à exploiter les ***isométries***, les ***déplacements*** et, sur des exemples ***très*** simples, les similitudes directes. Cet approfondissement de la géométrie plane passe par une ***bonne pratique des outils*** fournis par le programme (propriétés des configurations de base, effet des transformations, calcul vectoriel, calcul de distances et d'angles, emploi d'un repère orthonormal adéquat, emploi des nombres complexes).

Les élèves doivent savoir utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un parallélogramme ou d'un triangle, pour déterminer un vecteur normal à un plan

Calculs de distances, d'angles, d'aires et de volumes dans les configurations usuelles du plan (polygones, cercles, coniques ...) et de l'espace (prismes, pyramides, sphères, cylindres, cônes ...).

Les élèves doivent être capables de calculer la distance d'un point à une droite dans le plan, ou d'un point à un plan dans l'espace.

Exemples de recherche de lieux géométriques dans le plan (conditions de distances et d'angles, lignes de niveau, points liés à une configuration mobile).

Pour les lignes de niveau, on exploitera notamment des situations issues des sciences physiques.

3. Transformations et configurations

En géométrie plane, il s'agit d'approfondir et de réorganiser les acquis des classes antérieures dans le cadre des ***isométries*** et des ***déplacements***, grâce à une étude plus systématique de la ***composition des transformations*** et de leur ***effet sur les configurations*** et à l'exploitation des ***transformations vectorielles*** associées. Il ne convient donc pas de reprendre l'étude des isométries à partir de zéro : on s'appuiera sur les résultats acquis antérieurement concernant les translations, les réflexions et les rotations. Le programme comporte aussi ***quelques*** notions sur les ***similitudes directes***; les objectifs sont ***très modestes*** : on se borne à exploiter leur écriture complexe.

En géométrie de l'espace, on étudie ***l'action des transformations élémentaires*** sur les configurations usuelles mais l'étude systématique de transformations composées est hors programme, ainsi que la notion de transformation vectorielle associée.

(...)

a) **Isométries du plan** (bijections conservant la distance).

La composée de deux isométries est une isométrie, la réciproque d'une isométrie est une isométrie.

En s'appuyant sur les exemples étudiés en Première, on observera que la conservation de la distance est valable non seulement pour les réflexions, les translations et les rotations, mais aussi pour leurs composées, ce qui amène à introduire les isométries.

(...)

Il en est de même pour leur effet sur les barycentres, les angles et les aires.

b) **Notions sur les similitudes directes du plan**

Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Écriture complexe.
Similitudes directes (bijections transformant les distances dans un rapport donné et conservant les angles

L'étude générale des similitudes (bijections transformant les distances dans un rapport donné) est hors programme. Il en est de même pour la composition des similitudes directes et pour la notion de transformation vectorielle associée à une telle similitude.

Ils doivent connaître leur effet sur les barycentres et les aires.

l'espace

Translation. Homothétie, symétrie centrale. Réflexion

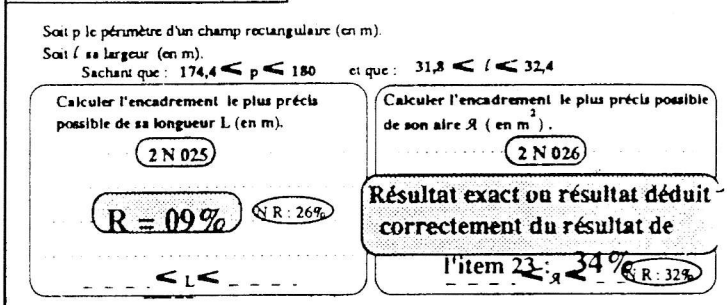
Les élèves doivent savoir que les transformations con-

Ils doivent connaître leur effet sur les barycentres, les distances, les aires et les volumes.

La notion de dimension à travers les programmes de 6e à Terminale

	CLASSE DE SIXIÈME	CLASSE DE CINQUIÈME	CLASSE DE QUATRIÈME	CLASSE DE TROISIÈME
GRANDEURS ET MESURES	· Périmètre et aire du carré, du rectangle · Longueur du cercle · Volume du parallélépipède rectangle · Unités usuelles : longueur, aire, volume, angle	· Aire du parallélogramme, du triangle, du disque · Aire et volume du cylindre de révolution, des prismes droits · Somme des angles d'un triangle · Unités usuelles : durées	· Aire de la sphère, volume de la boule	· Volume d'une pyramide, d'un cône de révolution · Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueur, aires et volumes, masses
			· Grandeurs quotients (vitesse en km/h et en m/s, débit...) · Grandeurs produits (voyageurs x km, kwh...)	
REPÉRAGE DISTANCES ET ANGLES	· Repérage sur une droite graduée par les nombres relatifs · Repérage dans un plan quadrillé (coordonnées)		· Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite · Cosinus d'un angle, comme opérateur de projection orthogonale · Propriété de Pythagore et sa réciproque · Pente d'une droite	· Coordonnées d'un vecteur du plan ; somme vectorielle · Trigonométrie dans le triangle rectangle · Distance en repère orthonormal. Équation d'une droite sous la forme : $y = mx$; $y = mx + p$; $x = p$
CONFIGURATIONS CONSTRUCTIONS ET TRANSFORMATIONS	· Parallélépipède rectangle · Rectangle, losange · Triangle, triangle isocèle · Cercle · Transformation de figures par symétrie par rapport à une droite	· Prismes droits, cylindre de révolution · Parallélogramme · Triangle : les médiatrices sont concourantes · Transformation de figures par symétrie par rapport à un point	· Sphère ; section par des plans · Dans le plan, projection sur une droite selon une direction ; conservation du milieu · Triangle : «droites des milieux» ; concours des bissectrices, médianes et hauteurs · Triangle rectangle : cercle circonscrit · Transformation de figures par translation, par rotation ; polygones réguliers	· Pyramides, cônes de révolution ; section par des plans parallèles au plan de base · Angle inscrit dans un cercle et angle au centre associé · Enoncé de Thalès relatif au triangle · Construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires
NOMBRES ET CALCUL	· Ecriture fractionnaire des nombres décimaux positifs et opérations $+, -, \times$ · Quotient de deux décimaux positifs. Approximations de ce quotient · Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 · Troncature et arrondi. Rangement de décimaux positifs	· Comparaison et addition de deux nombres positifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire · Egalités $k(a+b) = ka + kb$ pour les décimaux positifs · Comparaison, addition et soustraction de nombres relatifs en écriture décimale · Equations numériques $a + x = b$ ou $ax = b$ $(a \neq 0)$	· Opérations $(+, -, \times, /)$ sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire · Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre · Puissances entières d'exposant positif ou négatif · Ecriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur · Développement d'expressions de la forme $(a+b)(c+d)$ · Equations et inéquations du premier degré à une inconnue ; problèmes qui y conduisent	· Factorisation d'expressions de la forme : $a^2 - b^2$, $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ · Calculs élémentaires sur les radicaux · Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; problèmes qui y conduisent · Problèmes se ramenant au premier degré · Exemples élémentaires d'algorithmes ; application numérique sur ordinateur
REPRÉSENTATION ET ORGANISATION DE DONNÉES	· Lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques		· Fréquences, expression en pourcentage · Effectifs cumulés, fréquences cumulées	· Moyenne, moyennes pondérées · Médiane
FONCTIONS NUMÉRIQUES	· Multiplication par une fraction $\frac{a}{b}$ · Application d'un pourcentage	· Vitesse moyenne · Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence, d'un taux	· Proportionnalité. Applications linéaires · Pourcentages, indices	· Applications affines
	· Changement d'unités de longueur, d'aire et de volume · Echelle d'une carte, changements d'échelle. Quatrième proportionnelle			

EVAPM 2/91 B 23-24



Si l'on analyse les résultats du B23-24, outre les problèmes posés par les notions de périmètre et d'aire, qui perturbent fortement les élèves, les élèves ont été effrayés par la complexité de cet exercice et beaucoup d'entre-eux ont renoncé à l'aborder. Pour l'item B24, le résultat obtenu à B23, éventuellement faux, a souvent été correctement utilisé. Il est clair que cet exercice n'a pas permis de tester les capacités relatives à la manipulation d'encadrements.

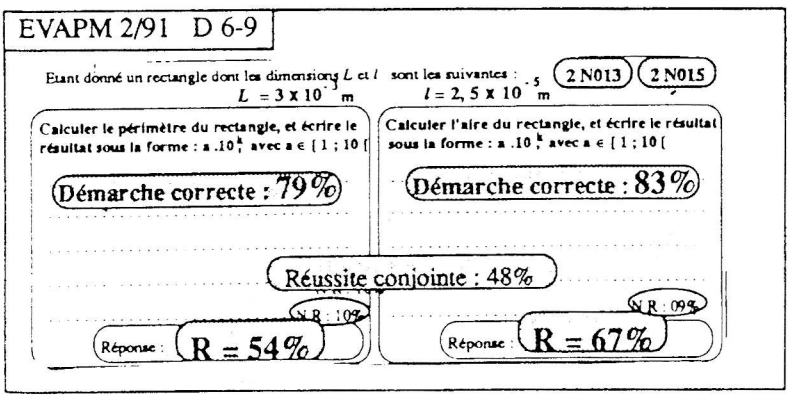
Calculs mettant en jeu des puissances de 10

La question D6-9 présentait deux difficultés sans rapport avec l'objectif qu'il s'agissait de contrôler :

* la notion du périmètre : on trouve souvent le demi, ou 2 x l x L...
* la notion d'aire : on trouve L + l...

Cependant, rares sont les élèves qui, n'utilisant pas les bonnes formules, utilisent les puissances de 10 correctement. On trouve des erreurs du genre : $6 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-7}$ où l'élève confond l'addition et la multiplication.

EVAPM 2/91 D 6-9

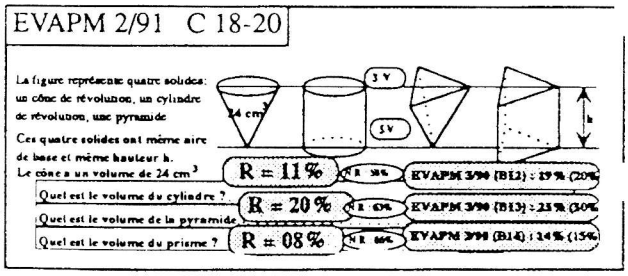


A propos des configurations de l'espace, connaître et utiliser les formules donnant la mesure du volume des solides suivants : Parallélépipède rectangle, Prisme droit, Cylindre de révolution, Pyramide régulière, Cône de révolution.

La question C18-20 n'a pas pour objectif de vérifier la connaissance des formules, mais plutôt de voir si les élèves connaissent (au moins en actes), les relations existant entre les volumes des divers solides.

Contrairement aux deux questions précédentes, la question proposée a une réussite inférieure à celle de EVAPM3/90.

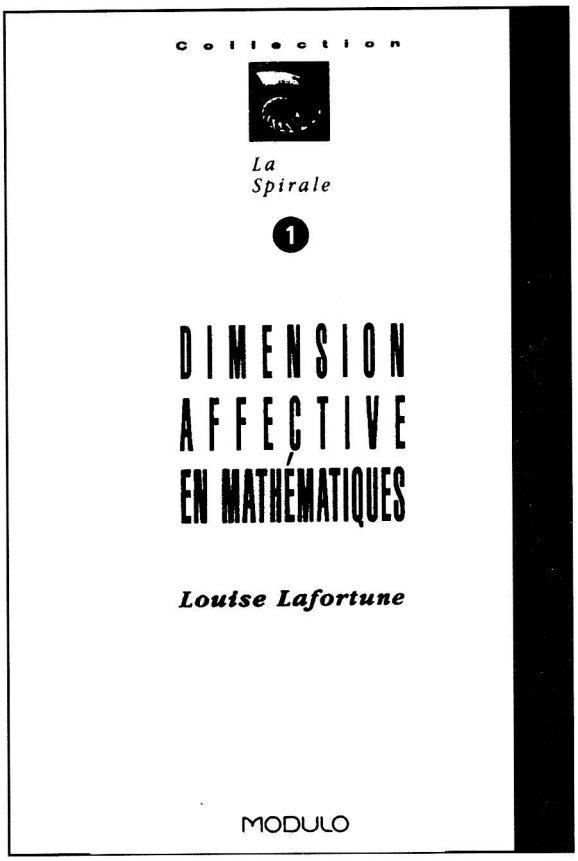
EVAPM 2/91 C 18-20



En Seconde, le pourcentage d'élèves ayant répondu respectivement aux trois sous-questions est de 11%, 20% et 8% contre une réussite en Troisième de 20%, 30% et 15%, pour les élèves admis en Seconde. Il faut de plus aussi observer que plus d'un élève sur deux n'a pas abordé la question.

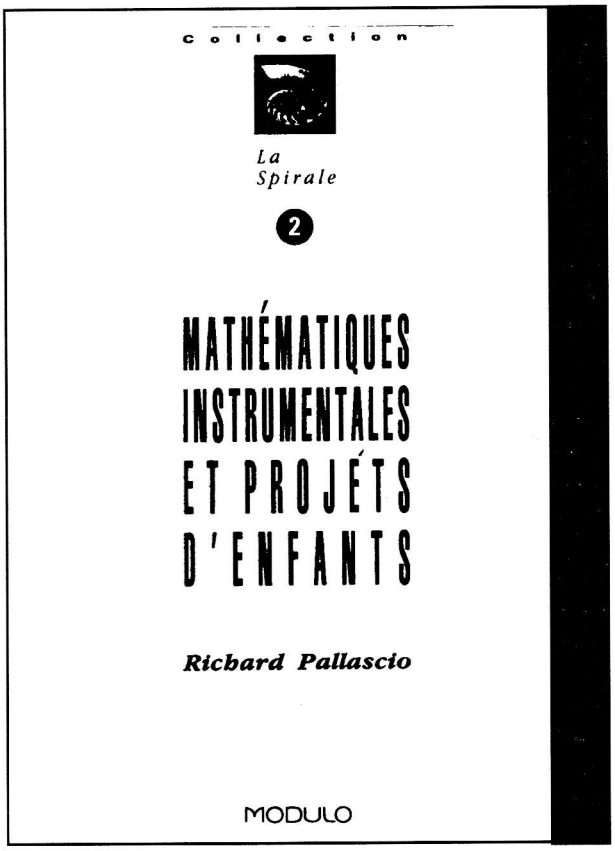
On peut s'interroger sur les raisons de ce manque de réussite. Il peut, peut-être, s'expliquer par le fait que cette partie de cours, supposée étudiée dans les classes antérieures, n'a pas été revue en Seconde (contrairement à ce que précise le programme). Les élèves ont oublié les formules, ce qui n'est sans doute pas l'essentiel, et ne possèdent pas davantage les savoirs généraux ou les images mentales qui leur permettraient de se passer des formules.

Le salon du Livre... Mathématique !

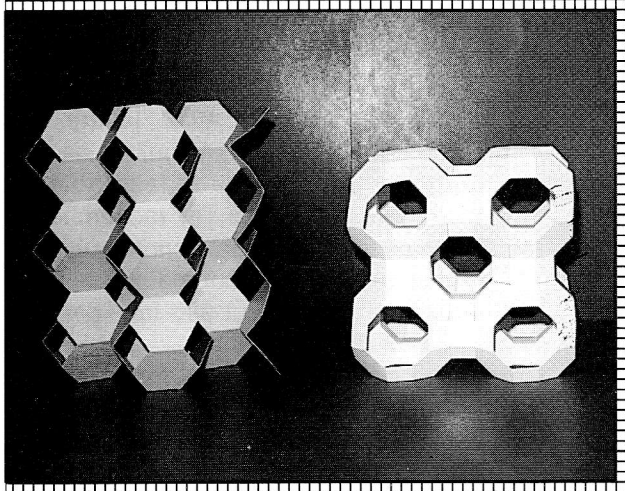


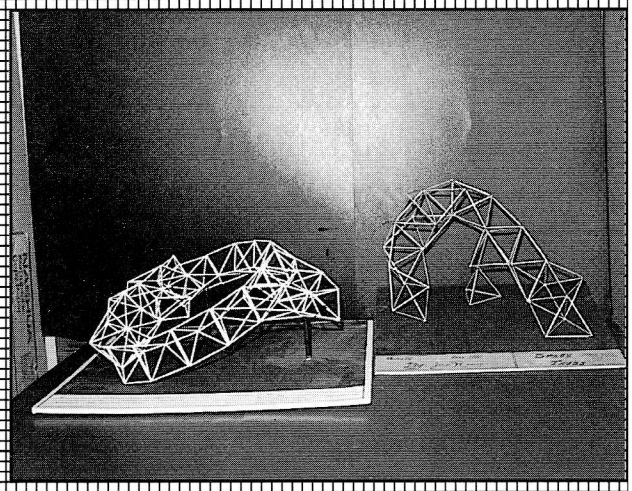
Ce livre de 180 pages vous fera aussi découvrir comment chacun, jeune ou adulte, se comporte avant, pendant et après un examen, un devoir en classe. Une analyse nouvelle qui permet de porter un regard nouveau sur nos comportements face aux mathématiques.
Coût du livre : 120 F

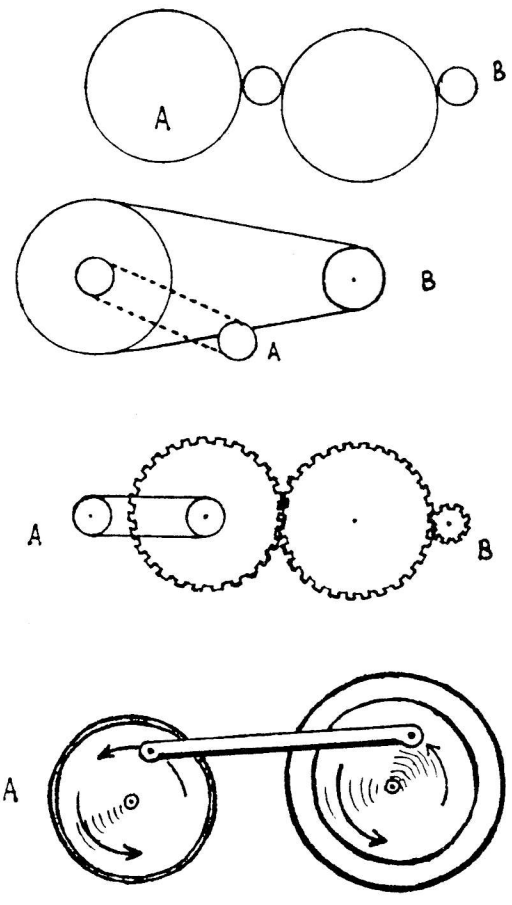
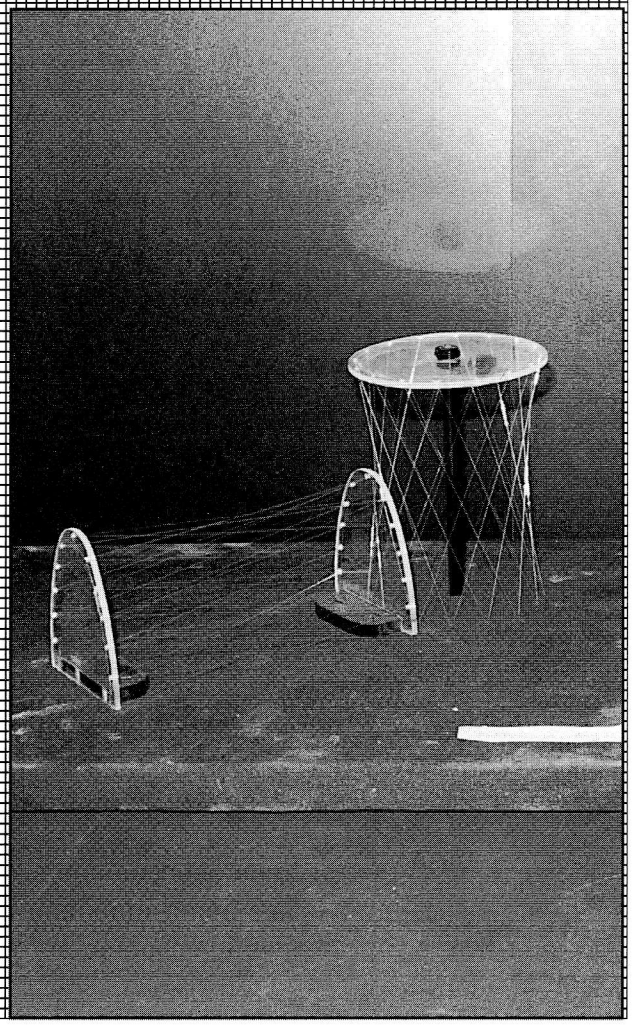
Avant que ces livres québécois soient publiés par un éditeur français, vous pouvez les commander auprès du journal PLOT (pensez à y rajouter 25 F de frais d'envoi).



Un petit livre, 100 pages, qui donnera à la fois des outils de pratique et de réflexion exploitable au primaire comme au collège.
Coût du livre : 100 F







Quelle est la roue qui tourne le plus vite? A ou B?