Pratique autonome de la mathématique

François JAQUET et Michel CHASTELLAIN - Canton de Vaud

François JAQUET travaille à l'Institut romand de recherche pédagogique (IRDP) à Neuchâtel, et Michel CHASTELLAIN au Séminaire pédagogique de l'enseignement secondaire (SPES) du canton de Vaud, à Lausanne.

Donner du sens

La recherche en didactique des mathématiques nous offre une riche source de réflexions et de connaissances sur la manière dont l'élève construit ses propres savoirs et sur les conditions nécessaires à cette élaboration. Elle a conduit de multiples expérimentations et tenté des approches nouvelles de séquences d'enseignement. Mais, entre la recherche et la pratique de la classe, il y a des obstacles non négligeables, à abattre ou à contourner.

L'autonomie de l'élève, la signification de ses activités, la différenciation pédagogique et l'interdisciplinarité sont généralement prises en compte par nos programmes et objectifs généraux. Mais on a de la peine à briser la chaîne traditionnelle qui part des "savoirs savants", passe obligatoirement par les manuels et les professeurs pour aboutir aux connaissances inculquées à l'élève. Il n'est en effet pas aussi évident qu'il n'y paraît, de remplacer la transmission du type "cours suivi d'exercices" par une activité porteuse de sens et à modifier le rôle du maître qui, d'"enseignant", pourrait devenir animateur-conseiller et concéder une partie de son pouvoir.

Quelques suggestions

Parmi les nombreuses modalités suggérées par la recherche ou proposées par certains enseignants qui éprouvent le besoin de modifier leurs pratiques, il y en a certaines, dont le développement est réjouissant, qui nous paraissent susceptibles d'être généralisées et de durer au-delà d'une brève expérimentation :

— la technique des "problèmes ouverts" et des "situations-problèmes" (Arsac, Mante, 1988),

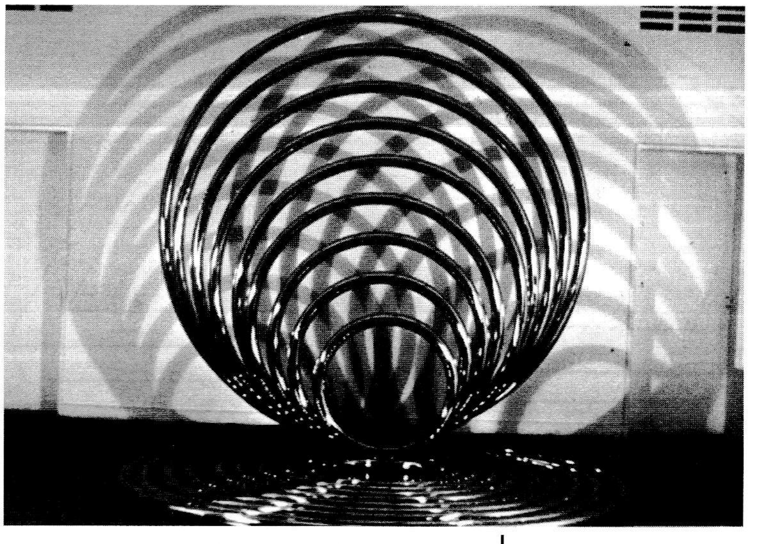
— les "ateliers de mathématiques", proposés par certains moyens d'enseignement de Suisse romande pour les degrés 5 à 9 de la scolarité (Chastellain, Jaquet, Michlig, 1985-1986 : Calame, Jaquet, Crevoiserat 1988-1990).

— les "clubs de mathématiques" et les nombreux championnats, rallyes et concours de jeux mathématiques qui fleurissent actuellement,

— le "coin mathématique" qui fait l'objet de cette communication (GERME, 1988).

L'atelier

Une première description générale permettra de situer le "coin mathématique" dans le contexte de sa pratique et d'en décrire quelques caractéristiques. Cette présentation sera suivie d'un exemple. Une discussion des apports pédagogiques et didactiques, ainsi que des obstacles apparus lors des premières années de pratique de ces situations mathématiques, fait office de synthèse de cette communication.



Les ACTIVITÉS

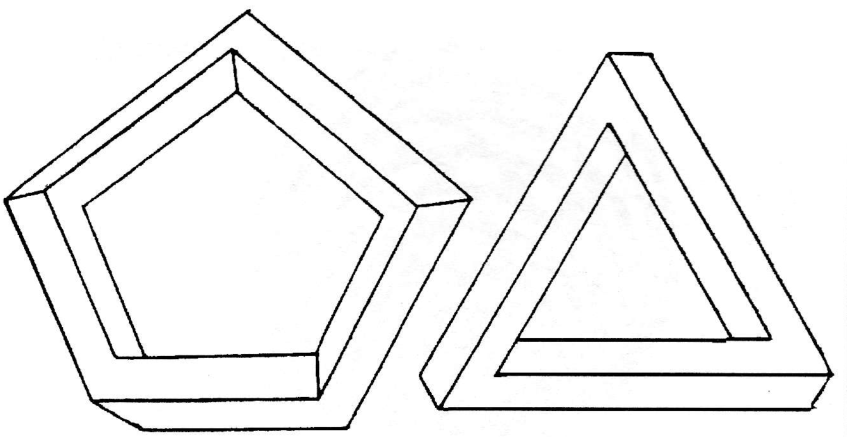
Le contexte

En Suisse romande, après la réforme des "mathématiques modernes" des années soixante-dix, le besoin d'activités qui ont du sens pour l'élève était manifeste et a conduit à de nombreuses expérimentations pratiques. L'Institut romand de recherche pédagogique (IRDP) a réuni des maîtres et chercheurs dans un "Groupe de travail pour l'étude et la recherche de moyens d'enseignement et d'apprentissage" (GERME), qui a proposé deux modalités pour une pratique autonome : le "coin" et les "chantiers" mathématiques.

L'autonomie de l'éleve

Le dossier préparé par le groupe est un recueil d'une cinquantaine d'activités mathématiques, destinées à des élèves de 6 à 12 ans. L'autonomie y est décrite en ces termes :

Etre autonome, c'est être capable : de prendre des informations, d'informer et de communiquer, de décider par soi-même, de poursuivre une recherche de longue haleine, d'organiser son activité et choisir ses démarches, de se donner des buts intermédiaires, de vérifier son travail, de relancer soi-même sa recherche, de faire preuve de curiosité, d'obtenir un résultat utile et de s'en souvenir.



Le "coin mathématique"

C'est un emplacement de la classe aménagé de manière attrayante, fréquenté librement par les élèves lorsqu'ils le désirent, à leur rythme et sans la présence active de l'enseignant.

On y trouve tout ce qui est nécessaire aux activités : boîtes contenant les consignes, le matériel et d'éventuelles fiches de réponse, etc.

On s'y rend en tout temps, lorsque le travail obligatoire est terminé, ou à certains moments de la journée déterminés par le maître, avec un temps de passage défini ou non, individuellement ou par petits groupes (deux en général, selon les caractéristiques de l'activité choisie). On note son passage sur un tableau de fréquentation et on remet ses éventuelles feuilles de travail au maître, pour le contrôle et l'évaluation.

Les consignes peuvent être présentées par une fiche, une cassette ou un programme d'ordinateur. Elles doivent être très claires afin de permettre un travail autonome. Toutefois, selon le degré scolaire, les activités peuvent être tout d'abord présentées à l'ensemble de la classe ou transmises par quelques élèves chargés d'initier leurs camarades.

De par sa définition même, le coin mathématique ne permet pas un suivi classique des élèves. Certaines de ses activités, des jeux en particulier, ne sont pas conçues pour obtenir une production écrite de l'élève. Le maître doit par conséquent avoir acquis — par des observations, par une formation spécifique, grâce à des résultats de recherche — la conviction qu'il "se passe quelque chose" dans le coin mathématique. Il existe cependant quelques moyens qui permettent d'exercer un contrôle global sur les activités du coin mathématique : le tableau de fréquentation, les fiches de travail (lorsqu'elles sont prévues), les interventions du maître lorsque son assistance est demandée par les élèves, des discussions collectives de synthèse ou d'échanges sur l'une ou l'autre des activités.

Une ÉTUDE de CAS

"L'échiquier"

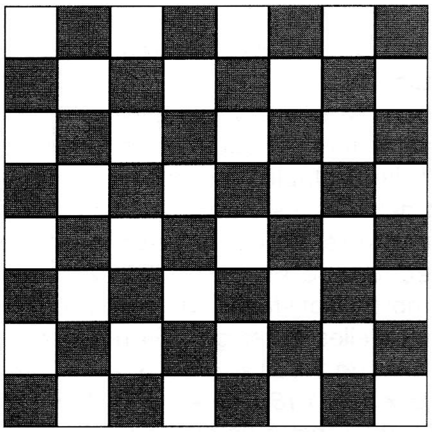
Cette situation est présentée à des élèves de 10 à 15 ans dans la pratique de "coin mathématique", elle n'est cependant pas limitée à ces degrés de la scolarité. Les participants à l'atelier y ont trouvé matière à une intense activité de recherches.

Le matériel se limite à cette fiche de présentation et à sa consigne :

Myriam affirme qu'il y a plus de 200 carrés dans cet échiquier.

Qu'en penses-tu ?

Note tout ce que tu fais et justifie ta réponse.



LES RÉACTIONS DES PARTICIPANTS

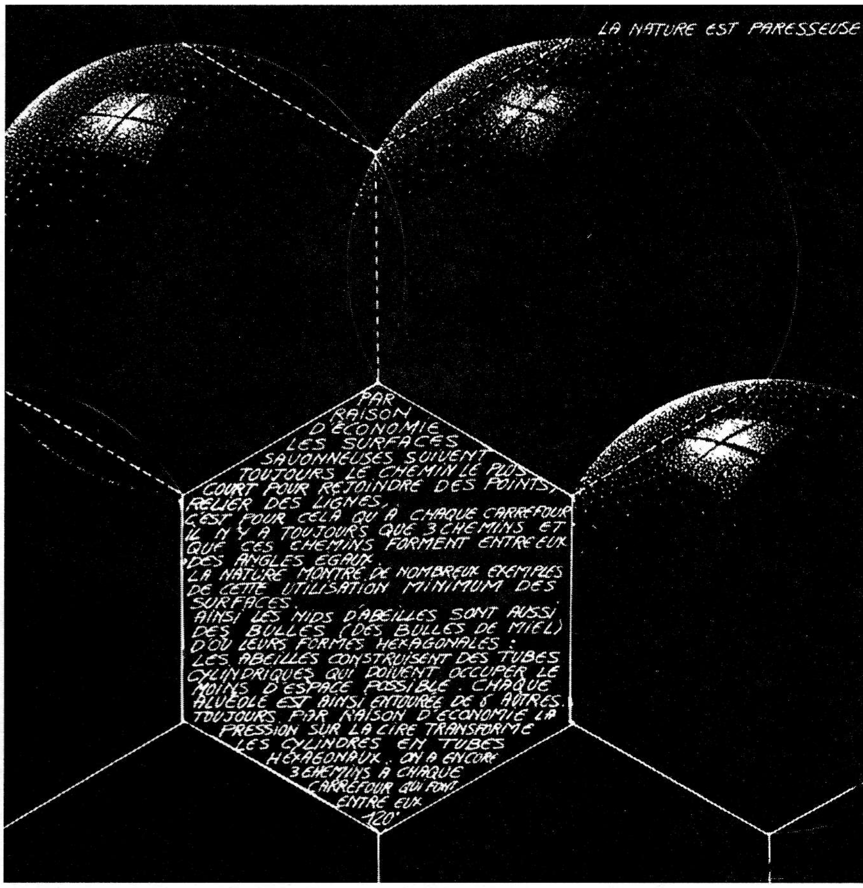
Les adultes appelés à s'engager dans cette situation mathématique ont eu des réactions qui correspondent parfaitement à celles qui ont été relevées chez les élèves :

La première visualisation de l'échiquier et toutes les connaissances antérieures à propos de cette figure font que seules les 64 cases unités apparaissent dans l'inventaire des carrés.

La banalité de cette première hypothèse suscite alors une relecture de l'énoncé et permet de distinguer "carré" et "case". Il apparaît alors un nouveau carré : le pourtour de l'échiquier.

Là encore, la réponse paraît trop simple et évidente. On attend plus de résistance d'une situation qui a été présentée comme un "problème à résoudre". Dans la majorité des cas, ce sont alors les carrés de 2 x 2 qui s'imposent et ceux qui les ont distingués en comptent généralement 16, c'est-à-dire 4 rangs de 4. Ici, c'est la représentation de "parties" carrées de 4 cases associée à une opération temporelle de découpage ou de partage, qui provoque l'obstacle. Selon cette même conception, on découvre encore un partage total en 4 parties carrées de 16 cases, les autres sont incomplets.

C'est souvent à propos de la recherche des carrés de 3 x 3 que s'opère la rupture. La représentation "parties" doit céder la place à la reconstruction de la notion adéquate de "carrés" qui, dans ce cas, se chevauchent, car le partage complet n'est plus possible et il y a plusieurs possibilités différentes d'entamer le découpage. ce n'est qu'à ce moment que peut débuter le dénombrement proprement dit et qu'apparaît la formule mathématique :



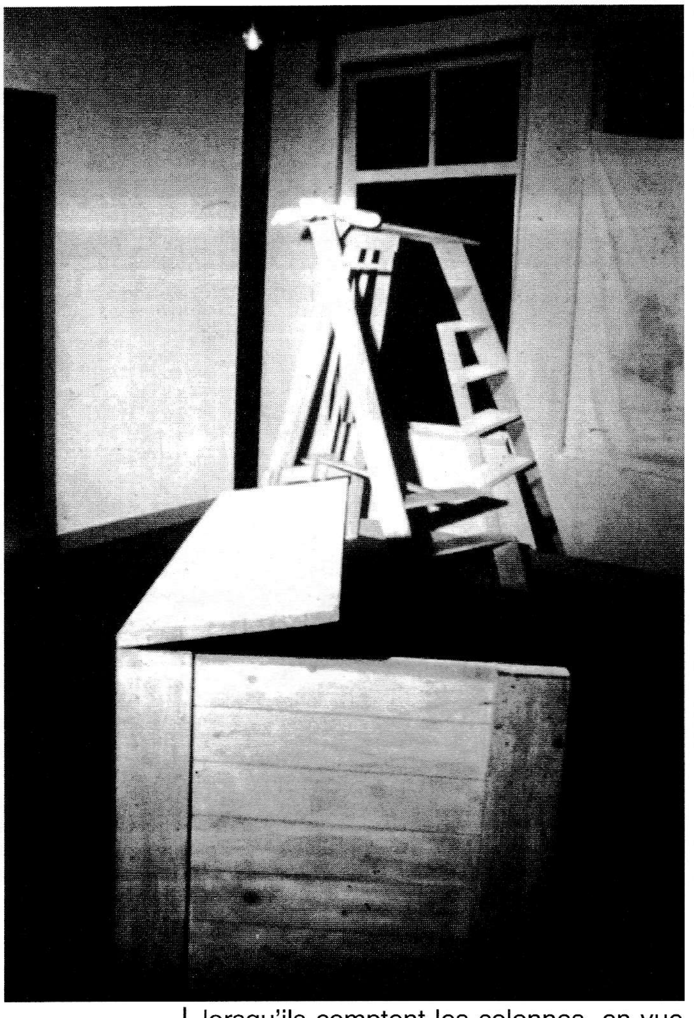
$N = 1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 204$ donnant raison à Myriam.

Certains participants estiment qu'en énonçant la question sous la forme : *Myriam affirme qu'elle* ***distingue*** *plus de 200 carrés dans cet échiquier, on éviterait certaines confusions au départ.*

L'ÉTUDE D'UNE SÉQUENCE VIDÉO

Deux jeunes filles de 13 ans résolvent ce problème de l'échiquier et rencontrent les mêmes obstacles : l'assimilation des carrés cherchés aux cases de l'échiquier, puis la représentation d'un découpage en parts carrées excluant la superposition. Mais ces deux élèves présentent d'autres types de difficultés, mises en évidence par la situation-problème et les interactions entre les deux partenaires de la recherche :

Incidemment, on constate que l'une des jeunes filles est loin d'être persuadée qu'il y a 64 cases dans l'échiquier, elle les compte une à une malgré les protestations de sa camarade. Cet obstacle est fréquent chez les jeunes élèves qui comptent les lignes (par les carrés d'une colonne du bord) et hésitent à reprendre le carré de l'angle (appartenant à la colonne sur laquelle s'est effectué le dénombrement précédent)



Vue à droite

lorsqu'ils comptent les colonnes, en vue de la multiplication du nombre de lignes par le nombre des colonnes. On ne s'attendait pas à le trouver chez une élève de 13 ans.

La rédaction du compte rendu est un problème difficile qui vient s'ajouter à celui du dénombrement systématique des carrés : c'est la représentation d'une "écriture mathématique canonique" au moyen de lettres et symboles savants qui fait obstacle à une notation efficace correspondant à l'activité effective. Tant que le dénombrement n'est pas engagé avec assurance et que deux élèves n'ont pas la quasi-certitude d'avoir trouvé la "bonne" méthode, toutes leurs tentatives de notation rigoureuse des résultats intermédiaires échouent.

Le rôle de leader passe de l'une à l'autre des élèves, selon les développements de leur recherche. Les différentes prises de pouvoir observées révèlent des luttes rivales, des affrontements, des entêtements, des désintérêts passagers, des abdications. Ces multiples interactions sont essentielles pour la progression du groupe, même si, parfois, elles semblent figer les comportements et empêchent de franchir certains obstacles.

Dans la séquence analysée, les progrès se font par sauts, dont l'origine est difficile à établir. Par exemple, lorsque les deux élèves ont terminé leur premier inventaire selon la représentation "découpage en parts carrées", elles semblent satisfaites de leur réponse et l'une d'elles la rédige : *64 (unités) + 16 (carrés de 2 x 2) + 4 (3 x 3) + 4 (4 x 4) + 1 (5 x 5) + 1 (6 x 6) + 1 (7 x 7) + 1 (8 x 8) = 92.* C'est à ce moment que l'autre, apparemment inactive et étrangère à la rédaction, revient à une étape précédente où elle avait sans doute dû s'incliner devant sa camarade très sûre d'elle à ce moment-là : elle "aperçoit" un nouveau carré de 3 x 3, dans l'angle supérieur gauche de l'échiquier resté inutilisé par son "découpage" entrepris à partir du coin inférieur gauche. Il y a alors conflit entre cette nouvelle conception et l'ancienne, encore soutenue par l'autre élève qui vient de terminer sa rédaction. Le dialogue est alors intense et particulièrement révélateur :

— *"non c'est pas vrai, y en a plus..., parce que regarde, nous on a dit : un, deux, trois, un, deux, trois, alors..., alors faut éliminer ces deux rangées, mais là y a quand même un carré!" (gestes).*

— *"mais non..., parce qu'on a déjà fait..." (sur un ton peu convaincu).*

C'est le besoin de convaincre sa camarade qui contraint la première à améliorer ses justifications et à réorganiser son dénombrement dans la suite du dialogue qui, tout naturellement, aboutit à un deuxième dénombrement, parfaitement correct, plus rapide et rédigé plus aisément que le précédent. Pour les observateurs, l'origine de ce passage d'une conception à une autre, supérieure, trouve son origine dans les interactions entre les deux jeunes filles, sans aucun doute possible.

Les apports pédagogiques et didactiques

Analyse des niveaux de représentation des éleves

Les séquences vidéo, les observations et les travaux d'élèves montrent toute la richesse d'information qu'on peut tirer du "coin mathématique" sur les niveaux de représentation des élèves qu'on peut observer encore lors de discussions collectives qui suivent parfois ces activités ou au travers des aides et conseils que demande l'élève lorsqu'il fait appel au maître.

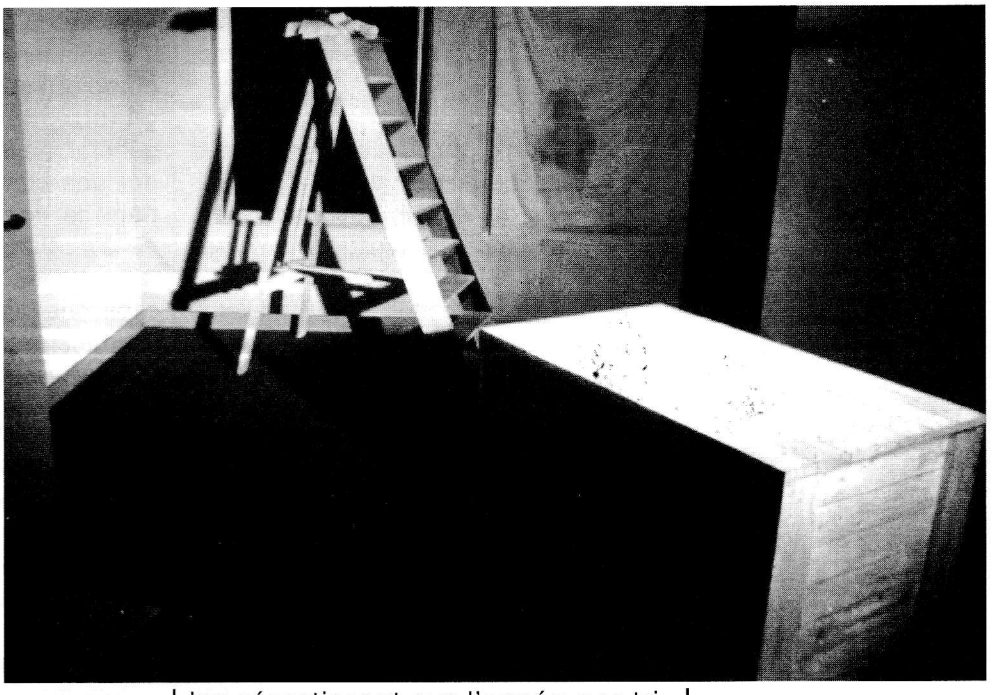
Le groupe "GERME" qui coordonne et stimule la pratique de ces activités en Suisse romande ne se contente plus de publier seulement les énoncés des problèmes et les indications matérielles, il accompagne désormais ses propositions de commentaires dans lesquels apparaissent les différentes représentations des élèves observées depuis plusieurs années de pratique.

Ces éléments d'information sont conçus comme des outils d'évaluation formative. Si le maître sait, par exemple, que la réponse "92" dans le problème de "l'échiquier" correspond à un "découpage en parties carrées", il ne la considérera pas comme une "erreur" banale, mais comme une information sur la façon dont l'élève se représente la tâche. Cette indication peut être fort utile pour la relance, une aide éventuelle, une confrontation de résultats entre différents groupes, etc.

Différenciation et autonomie

On constate immédiatement que le "coin mathématique" permet à l'élève d'avancer à son rythme, tout en étant stimulé par ses éventuels partenaires, par l'envie d'aboutir à une solution dans une activité qu'il a choisie, par le désir de passer à une autre qui lui a été recommandée par des camarades, etc.

L'absence de la contrainte du temps conduit évidemment à de grands écarts entre élèves. Après quelques semaines de pratique en classe, certains ont épuisé toutes les activités à disposition alors que d'autres n'en ont fait que quelques-unes. Pour l'équilibre de la classe et de son programme, les maîtres qui installent un "coin mathématique" ne proposent pas tous les postes à la fois mais les répartissent sur l'année par trimestres. Les élèves rapides peuvent reprendre certaines activités pour les approfondir, revenir à certains jeux, initier d'autres camarades.



Vue à gauche

Valorisation de l'éleve et de ses procédures

C'est souvent aux "bons" élèves qu'on donne la possibilité de pratiquer des activités de type récréatif ou facultatif,pendant que leurs camarades terminent le pensum des exercices obligatoires. Ce n'est pas dans cette conception de l'enseignement qu'a été imaginé le "coin mathématique".

Si son accès est vraiment libre et sans contraintes, on voit certains élèves habituellement comme "peu doués" développer des stratégies originales, investir une énergie insoupçonnée dans une recherche ou s'affirmer dans un jeu ou une activité particulière. C'est au maître d'exploiter ces intérêts, au plan notionnel comme à celui des relations affectives de l'élève avec les mathématiques.

Résistances et obstacles

La pratique autonome de la mathématique se heurte à de nombreux obstacles qu'il est nécessaire de connaître et analyser si on souhaite les surmonter. Les promoteurs du "coin mathématique" n'ont en effet pas tardé à constater que leurs propositions ne s'appliquent pas aisément et peuvent même paraître utopiques.

Il y a tout d'abord des problèmes d'ordre matériel à résoudre : préparation des postes de travail, documentation, consignes, etc. L'ouvrage *Modalités pour une pratique autonome de la mathématique* (GERME, 1988) est une aide appréciée à ce propos. On trouve de nombreuses autres suggestions d'activités dans les revues de maîtres de mathématiques ou dans des publications comme celles qui sont citées dans la bibliographie. Mais l'offre est encore limitée et le besoin de moyens d'enseignement directement utilisables pour une pratique autonome par l'élève est pressant.

En Suisse romande, au cours de ces dernières années, de nombreux projets d'application du "coin mathématique" ont vu le jour, dans le cadre de cours de perfectionnement ou d'expérimentations locales. Les enseignants qui s'associent volontairement à ces projets y trouvent toujours beaucoup d'intérêt, mais ils ne vont cependant pas au-delà de quelques essais. La pratique réelle de ces activités, déjà limitée durant la phase de cours ou d'expérimentation, se réduit encore par la suite et cette modalité d'enseignement disparaît enfin, à quelques exceptions près. Les réticences invoquées, lorsqu'il s'agit d'installer effectivement un coin mathématique dans sa classe, se réfèrent aux effectifs trop nombreux, à la surcharge des programmes et aux pressions institutionnelles, en particulier lorsqu'on s'élève dans les degrés et qu'on atteint l'enseignement secondaire. Par exemple, le type suivant d'objection est fréquent :

> *Je suis absolument convaincu du bien-fondé de cette modalité d'enseignement, mais je ne la pratiquerai que lorsque mes élèves auront passé les épreuves d'orientation (deux mois avant la fin de l'année scolaire).*

Parmi les autres obstacles relevés par les initiateurs des différentes actions promotionnelles du "coin mathématique", il faut relever ceux qui ont trait à la formation et à l'encadrement des maîtres. Malgré l'intérêt suscité, au premier abord, par cette nouvelle modalité d'enseignement, les conceptions méthodologiques et didactiques des enseignants, de type behaviouriste en général, ne leur permettent pas d'accorder une confiance suffisante à l'élève dans la construction de ses propres savoirs. Ils ne disposent pas des outils nécessaires à l'analyse didactique des situations proposées, il leur manque les instruments d'évaluation de l'activité de l'élève et de ses connaissances. Dans l'incapacité d'intégrer le "coin mathématique" dans l'ensemble du programme, on le considère comme une activité supplémentaire entraînant une surcharge.

Il y a encore d'autres réticences, de caractère affectif ou relationnel : la perte de pouvoir de l'enseignant sur ses élèves lorsqu'ils travaillent de façon autonome, le sentiment de culpabilité face aux parents et à l'institution qui semblent réclamer des résultats tangibles comme des pages d'exercices et des notes scolaires, le vide créé par l'absence de contrôle sur l'activité de l'élève.

BIBLIOGRAPHIE

Arsac (G), Germain (G), Mante (M), 1988 - Problème ouvert et situation-problème. IREM de Lyon (43, Bd du 11 Novembre 1918 F. 69622 Villeurbanne).

Bouvier (A), 1990 - 30 Problèmes glanés pour les élèves de 6ème et 5ème, IREM de Lyon.

Bouvier (A) 1991 - 35 Problèmes glanés pour les élèves de 4ème et 3ème, IREM de Lyon.

Calame (J-A), Crevoiserat (J-P), Jaquet (F), 1989-1991 - Mathématique 7, Mathématique 8, Mathématique 9, (sections prégymnasiales) Office du matériel scolaire, Neuchâtel.

Chastellain (M), Jaquet (F), Michlig (Y), 1984-1986 - Mathématiques 5, mathématiques 6 (Livre du maître et manuel de l'élève), Office romand des éditions scolaires.

Charnay (R), 1990 - Des problèmes pour apprendre, en CM2 et en 6e. IREM de Lyon.

Gonnard (M), 1991 - 300 Problèmes. IREM de Lyon.

Groupe GERME, 1988 - Modalités pour une pratique autonome de la mathématique, IRDP, coll., Pratiques, 88204, Neuchâtel.

Groupe mathématique du SRP, 1991 - Sur les pistes de la mathématique (deuxième édition revue et augmentée), Service de la recherche pédagogique, Genève.

Articles de MATH-ECOLE, (paraît 5 fois par an, Case postale 54, CH 2007 Neuchâtel).