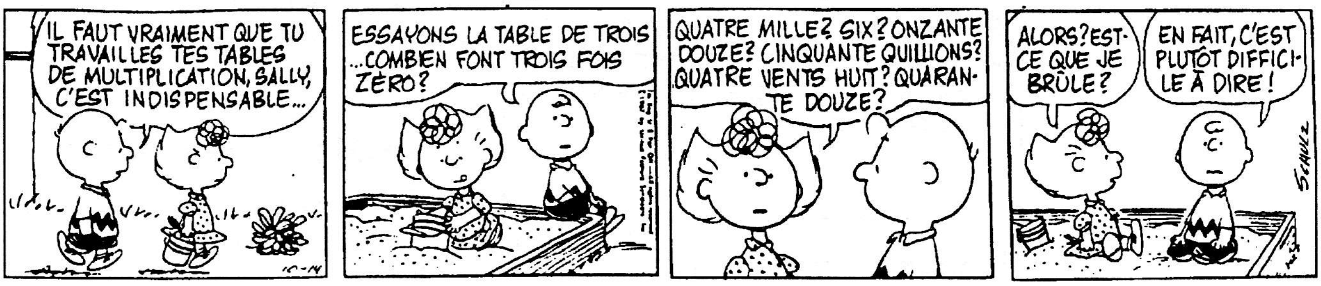
Les trésors de Tonton Lulu

Jacques LUBCZANSKI - Paris

Une façon de vous rappeler que l'Apmep et Tangente viennent d'éditer "Le trésor de Tonton Lulu". 96 pages 21x29,7 cm en 2 couleurs qui abordent 28 problèmes (statue de la Liberté, fuseaux horaires, épaisseur du papier hygiènique, acuité visuelle...) comme sait les construire J. L. et que vous avez déjà pu rencontrer dans le Plot et ailleurs. Vous pouvez vous procurer cette brochure pour 90 F auprès de Tangente ou de l'Apmep.



La moyenne : quelle angoisse !...

Objectif : apprendre à raisonner avec des lettres.

C'est la fin du trimestre.
Bientôt le conseil de classe...
Sally a eu 11, 16 et 12 aux trois contrôles, tandis que le pauvre Charlie n'a eu que 3, 8 et 10.
Ils aimeraient bien connaître leur moyenne, mais leur prof. ne leur a pas encore dit avec quels coefficients (voir encadré) il allait la calculer...

Alors, ils font des suppositions...

1. — Si les coefficients a, b et c sont tous égaux à 1, combien vaut la moyenne z de Charlie et celle, y, de Sally ?
— Et si a, b et c sont tous égaux à 3 ? et à 9328 ?

2. — Calculer les valeurs des moyennes x et y en supposant que a, b et c valent...

2, 3 et 5	5, 3 et 2	1, 1 et 2
1, 2 et 1	2, 3 et 0	2, 0 et 3
1, 1 et –1	1, –1 et 1	1, –1 et –1
2, –1 et –1		

— Commentez les résultats obtenus

3. — Dans un repère orthonormé (une unité = 1 cm), construire les points A (3;11), B (8;16) et C(10;12).
— Pour chacun des calculs de moyenne précédents, construire le point de coordonnées (x;y). Lesquels sont à l'intérieur du triangle ABC ?

... et puis, ils rêvent...

4. — Charlie aimerait bien avoir 8 de moyenne ; Sally, elle, serait heureuse avec 14.
Pouvez-vous trouver des coefficients avec lesquels c'est possible ? (indication : chercher à exprimer b et c en fonction de a, puis donner une valeur convenable à a).

5. — Le rêve de Charlie, ça serait 9. Montrer que si c'est le cas, la moyenne de Sally est alors inférieure à 14.
— Le rêve de Sally, ça serait 15. Montrer qu'alors la moyenne de Charlie est comprise entre 7 et 8,5.

6. — Quelle est la plus forte moyenne que peut espérer Charlie ? Avec quels coefficients cela arrive-t-il ? Quelle est alors la moyenne de Sally ?
— Quelle est la plus basse moyenne que peut craindre Sally ? Avec quels coefficients ? Quelle est alors celle de Charlie ?

Les coefficients

C'est une façon de donner plus d'importance à certaines notes, et moins à d'autres, pour calculer la moyenne.
Si on a trois notes N, P et Q, affectées des coefficients a, b et c, la moyenne m sera donnée par :

$$m = \frac{a.N + b.P + c.Q}{a + b + c}$$

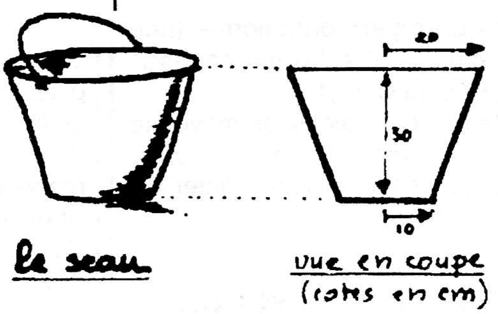
... et même, ils délirent !

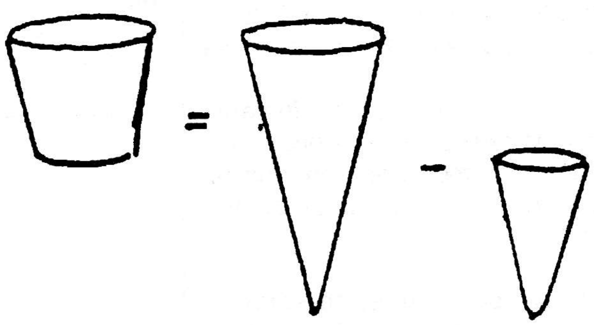
7. — 12 de moyenne pour Charlie et 18 pour Sally ?
Montrer que c'est possible avec a = 2 ; combien doivent valoir alors b et c ? Quel est alors l'effet d'une bonne note aux deux derniers contrôles ? Qu'en pensez-vous ?

8. — Ajouter au repère du (3) les points (x; y) correspondant aux moyennes calculées depuis cette question.

9. — Pouvez-vous trouver un lien entre la position des points par rapport au triangle ABC et le signe des coefficients correspondants ?

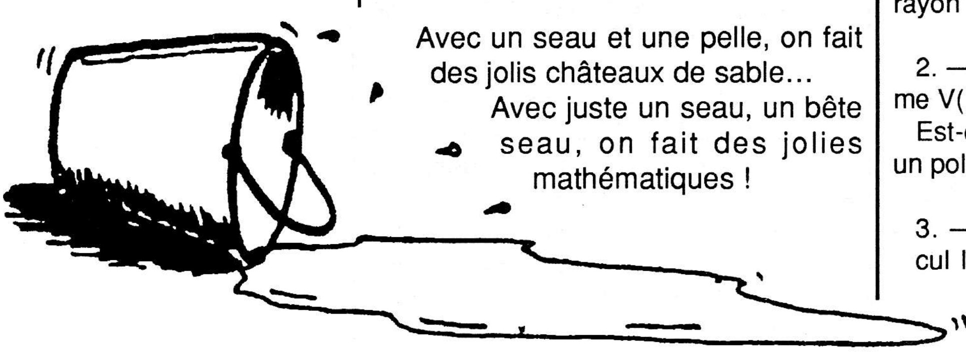
Le problème du seau...





Objectif : tracer et étudier une courbe de remplissage

Avec un seau et une pelle, on fait des jolis châteaux de sable...
Avec juste un seau, un bête seau, on fait des jolies mathématiques !



A - Capacité du seau

1. — Pour calculer sa capacité, on considère le seau comme un cône tronqué, c'est-à-dire un grand cône dans lequel on a découpé un petit cône. Calculer la hauteur et le rayon (de la base) du grand cône, ainsi que du petit cône.

2. — Un cône de hauteur h et de base circulaire de rayon R a un volume égal à $\frac{1}{3}\pi R^2h$.. Calculer les volumes du grand et du petit cône. En déduire la capacité, en litres, du seau.

B - Calcul des volumes

1. — A mi-hauteur : en appliquant les idées du (A), calculer le volume V d'eau contenu dans le seau lorsque celui-ci est rempli à mi-hauteur.

2. — A d'autres niveaux : reprendre la question précédente pour des hauteurs d'eau de 5, 10, 20 et 25 cm.

3. — Réunir tous les résultats obtenus jusque là en un tableau de valeurs du volume V en fonction de la hauteur d'eau h.
— Tracer par points la coupe représentative de la fonction h —> V (échelle conseillée : 1 cm pour 2 cm de hauteur sur l'axe des x et 1 cm pour 2 litres sur l'axe des y).
– Lire sur le graphique la hauteur pour laquelle le seau est à moitié rempli.

C - Expression du volume

On suppose le seau rempli jusqu'à une hauteur h.

1. — Calculer en fonction de h le rayon r(h) de la "surface de l'eau".

2. — Calculer en fonction de h le volume V(h) contenu dans le seau.
Est-ce que la fonction h —> V(h) est un polynôme ? Si oui, de quel degré ?

3. — Sauriez-vous trouver par le calcul la hauteur x pour laquelle le seau est à moitié rempli ?