

Simulations

Maurice GLAYMANN - Lyon

I

Table de nombres aléatoires

Un **générateur aléatoire** est un objet qui possède plusieurs états et, chaque fois qu'on le fait fonctionner, on obtient, au "hasard", un de ses états.

Voici un exemple :

Une urne contient 10 boules identiques numérotées de 0 à 9. On extrait une boule, on note le point marqué et on la remet dans l'urne. On procède à un nouveau tirage, etc.

La table suivante a été obtenue par ce procédé.

0709	2523	9224	6271	2607
4331	0010	8144	8638	0307
6157	0063	6006	1736	3775
3135	2837	9910	7791	8941
5704	8865	2627	7959	3682
9403	6859	7802	3180	4499
4746	0604	7956	2304	8417
4785	6560	8851	9928	2439
5761	6346	5392	2986	2018
0830	0927	0466	7526	6610
8922	1023	6265	7877	4733
0400	5998	1863	9182	9032
9854	6380	6650	8567	5045
4171	9844	0159	2260	1314
2873	3724	8900	7852	5843
6675	7989	5592	3759	3431
1126	6345	4576	5059	7746
1787	2391	4245	5618	0146
6256	1303	6503	4081	4754
6279	6307	7935	4977	0501
5590	2455	3963	6463	1609
0247	0583	7679	7942	2482
1863	0532	6313	3199	7619
8967	3382	3016	0639	2007
6298	6673	6406	5951	7427
2436	2408	4477	5707	5441
5519	9720	0111	4745	7979
0228	5460	2835	3294	3674
9050	1378	2220	3756	9795
3371	3243	2958	4738	3996

Table 1

→ Imaginez différents tests pour étudier le caractère **aléatoire** de cette table.

→ Trouvez d'autres générateurs aléatoires qui vous permettront d'engendrer des tables de nombres aléatoires.

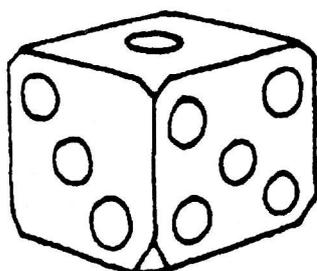
2 Etude des familles de 4 enfants.

A l'aide de la table 1, étudiez les familles formées de 4 enfants et, en particulier, étudiez la statistique correspondant au caractère 0 fille, 1 fille, 2 filles, 3 filles et 4 filles par famille.

Faites une étude théorique de cette situation et comparez les résultats à ceux de la statistique précédente.



3 Un dé bien équilibré



Sur trois des faces est marqué le chiffre 0 et sur les trois autres le chiffre 1.

On lance ce dé un grand nombre de fois et, à chaque jet, on note le point marqué.

La table 2 est obtenue en lançant 600 fois le dé. On donne les résultats par tranches de 4 chiffres.

Utilisez cette table pour étudier les familles de 4 enfants et comparez aux résultats précédents.

0011	0011	0001	1100	1100
1011	1101	0001	1001	0001
0110	0111	0111	0110	0111
1111	1100	0000	1000	0111
1010	1101	0011	0011	0010
0101	0101	1101	0110	1110
1111	0011	0101	1100	0100
0000	0111	1011	0011	0000
1011	1101	1100	1001	0110
1110	0111	0110	0000	0011
1101	0100	1110	0011	1011
1001	0001	0101	0011	0010
0000	1000	1111	0100	1101
1010	1100	1001	1000	1111
0001	1011	1101	1010	0011
0100	0110	0101	0010	1001
1000	0001	1100	1001	1110
1111	1001	0000	0111	1000
1111	0001	1101	0101	1110
1010	1001	1100	1111	1110
1111	1000	0101	0000	0010
0000	1101	0001	1111	1000
1101	1101	1010	0100	1111
1110	1100	0010	0101	1111
0000	1101	0100	0001	1100
0010	0100	1010	0101	1110
0010	1001	0011	1001	0011
1101	1010	0011	1001	1010
0111	1111	1011	1011	1010
0111	0001	0111	0010	1101

Table 2

4 Promenade au hasard

Un ivrogne, pour rentrer chez lui, suit un chemin bordé d'arbres distants les uns des autres d'un mètre. Il se déplace





d'un arbre à l'autre. Mais à chaque déplacement il oublie d'où il est venu et repart au **hasard** dans un sens ou dans l'autre, comme si à chaque étape, il lançait une pièce de monnaie pour savoir quelle direction prendre.

A quelle distance de l'arbre de départ est-il au bout de six étapes ?

Imaginez que l'ivrogne fasse toutes les nuits une telle promenade, mais qu'au bout de six déplacements, il tombe de sommeil et s'endort au pied d'un arbre.

Quelle est la distance moyenne entre l'arbre de départ et celui où il s'endort ? Essayez de généraliser cette étude.

Pourquoi cette nouvelle table est-elle **aléatoire** ?

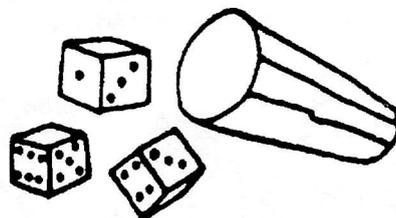
En déduire qu'elle simule des jets successifs d'un dé bien équilibré.

A l'aide de cette table, simulez la situation suivante :

On lance **deux** dés bien équilibrés et, à chaque jet, on retire le dé qui marque le plus grand point. On note le point restant. On relance les deux dés, etc...

Faites une statistique des résultats obtenus. Etudiez cette situation d'un point de vue théorique et comparez ces résultats théoriques à la statistique obtenue.

Reprendre cette situation en lançant **trois** dés et en retirant le dé qui marque le plus grand point, et on note la **somme** des points marqués restant.



5 Simulation d'un jet de dé

En supprimant les chiffres 0, 7, 8 et 9 de la table 1 on obtient la table suivante :

252	322	462	126
446	336	156	366
135	231	141	546
624	365	231	444
234	414	565	651
163	465	322	621
266	612	212	362
516	312	325	463
454	114	415	226
324	525	436	655
311	126	634	545
231	424	556	114
336	534	145	462
155	245	536	364
536	422	421	635
316	163	323	166
364	655	142	243
544	155	121	114
623	532	436	451
653	313	243	254

6 5 jetons

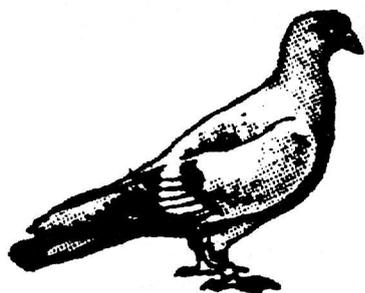
433	111
136	353
526	253
466	456
224	356
324	665
654	334
665	565
131	423
523	534
655	461
662	561
633	545
631	624
326	313
326	266
624	445
452	254
322	235
336	655

On se donne **cinq** jetons identiques : une face est marquée 0 et l'autre 1. On lance simultanément les cinq jetons. Notez la **somme** des points marqués.

Analysez cette situation.

Est-elle analogue à celle qui consiste à lancer un grand nombre de fois un dé dont les faces sont marquées 0, 1, 2, 3, 4 et 5 ?

Table 3



7

Une histoire de pigeons

Deux chasseurs fort habiles font mouche à chaque tir.

On lâche ensemble six pigeons ; chaque chasseur tire un coup.

Combien y a-t-il en moyenne de pigeons qui restent vivants ?

Généralisez cette étude.

8

Problème des bouteilles

Avec 100 kg de verre liquide, on fabrique 100 bouteilles.

Dans la masse de verre liquide se trouvent 100 impuretés réparties de manière aléatoire.

Combien obtiendra-t-on de bouteilles

a) contenant **aucune** impureté,

b) contenant **une** impureté,
 c) contenant **deux** impuretés,
 d) contenant **trois ou plus** d'impuretés ?

9

Un quadrillage 5 x 5

On repère les nœuds du quadrillage à l'aide d'un couple (x,y) où x et y sont des entiers naturels compris entre 1 et 6.

Une urne contient six boules identiques numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On effectue quatre tirages avec remise.

Les deux premiers tirages donnent les coordonnées d'un point A ; les deux autres celles d'un point C. On construit le rectangle ABCD.

Déterminez la probabilité pour que ABCD soit un **carré**.

Quelle est la **moyenne** des périmètres des rectangles ? Celle des aires de ces rectangles ?

