Sur l'enseignement des mathématiques dans l'ecole obligatoire en Italie

et, en particulier, sur le calcul des probabilités et des statistiques

A. PISCIONE e G. VARONE - Pescara

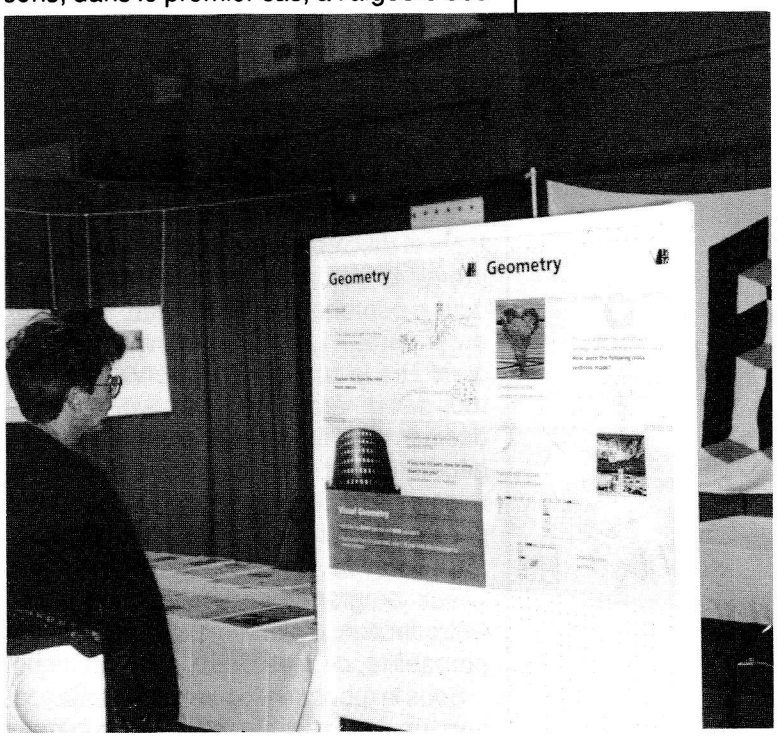
1. La situation de l'enseignement des mathématiques dans l'école élémentaire avant 1985.

On considère que la date de naissance de l'école primaire en Italie est le 13 novembre 1859 avec la loi Casati, approuvée avant la Constitution de l'Etat Unitaire Italien afin de combattre le presque total analphabétisme populaire.
On a fait plusieurs modifications aux programmes didactiques, précisément dans les années 1860, 1867, 1888, 1894, 1905, 1923.
Depuis la guerre, après une mise à jour rapide des programmes en 1945, il y a eu un plan complet et satisfaisant pour ces temps-là, en 1955.
Les programmes de 1955 sont restés en vigueur pendant environ 30 ans, jusqu'à l'approbation des nouveaux programmes en 1985.
Pendant les 10 années passées, l'introduction de l'informatique avec celle d'instruments nouveaux et spécifiques de calcul ont conduit à une révolution de la pensée mathématique. En effet, quelques secteurs des mathématiques qui semblaient les seuls utiles du point de vue pratique, ont été réduits.
D'autres, au contraire, qui étaient considérés comme des «exercices mentaux» liés aux passe-temps ou aux jeux, sont devenus d'importance afin de mathématiser la réalité.
Tout cela a entraîné la formulation en termes nouveaux du programme de cette discipline dans tout ordre et type d'école, surtout à l'école élémentaire, première structure éducative de l'instruction obligatoire.
Si nous considérons un passé récent nous trouvons une situation très différente par rapport aux programmes ministériels de 1955.
Précédemment, le but de l'étudiant était d'exécuter rapidement et sans erreurs une longue série de calculs en notant exclusivement le résultat d'une opération.
A cette époque, l'aspect le plus signifiant des mathématiques était «le calcul».
La plus petite erreur provoquait plusieurs heures de vérification et de contrôle et on ne devait absolument pas se tromper.
Les personnes les plus importantes avaient le titre de «Chef comptable».
L'économie italienne se basait sur la capacité des personnes expertes en calcul.
Dans les écoles on devait toujours répéter les calculs afin d'arriver à les accomplir sans erreurs et avec le plus grand automatisme.
Qu'est-il arrivé aujourd'hui ?
Autrefois on accordait peu d'importance au fait de connaître le pourquoi des procédés.
Les définitions, les problématiques sur les bases, la recherche de nouveaux algorithmes avaient encore moins d'importance.
On considérait les mathématiques comme une réalité fixe, immuable, avec des règles et des procédés définitivement codifiés.
On ne se posait pas le problème de mathématiser la réalité. Le lien entre mathématiques et réalité était sous-entendu au regard de certains arguments spécifiés : en comptabilité, en mesure des terrains, pour les dessins du Géomètre, nom donné à d'autres personnes importantes qui n'étaient pas appelées «Chefs comptables».
Le personnage du Géomètre influençait l'enseignement de la Géométrie dans les écoles primaires de manière analogue à

celle par laquelle l'existence du Chef-comptable influençait l'Arithmétique. Pour la Géométrie aussi l'important était de mémoriser des procédés de solution de problèmes standard et de problèmes complexes réductibles à une chaîne de problèmes standard et d'obtenir le résultat rapidement sans erreurs.
La vision des mathématiques comme une réalité immuable, dans laquelle il n'y a rien à découvrir et qui se réduit seulement à l'application de procédés ennuyeux, appris par cœur, intéresse encore de larges secteurs de population. Une grande question de beaucoup de mes amis et de mes parents est celle de comprendre ce que j'ai à étudier ou à écrire, les mathématiques étant toujours les mêmes.
En 1985, date où les nouveaux programmes ont été présentés, la situation a beaucoup changé.
On a trouvé que les procédés standard de calcul et de comptabilité sont désormais programmés pour être développés par des ordinateurs, ainsi que les dessins et les problèmes dont le Géomètre s'occupait.
Donc, quel type de mathématiques doit-on enseigner ?
Rien, selon beaucoup de mes amis, que je viens de nommer.
C'était l'opinion aussi de beaucoup d'étudiants universitaires qui, surtout dans le passé, contestaient les cours de mathématiques en les jugeant superflus, puisque «désormais c'est l'ordinateur qui pense à tout».
En effet, toutes ces personnes ne considèrent pas certains problèmes :
1) avant de fournir les données en input à un ordinateur afin de résoudre un problème, il est nécessaire de formuler ce problème, de le traduire dans un langage mathématique et d'accumuler les données ;
2) les données en output fournies par un ordinateur doivent être interprétées d'abord d'un point de vue mathématique, et ensuite, comme des données réelles.
Les mathématiques qu'on doit connaître pour une formulation des problèmes et pour une interprétation des résultats sont souvent de type différent de celles qui sont nécessaires pour une résolution des mêmes problèmes.
Par exemple, ce n'est pas aussi important de calculer l'aire d'un triangle que de savoir si ce triangle est un modèle mathématique valable pour étudier un certain phénomène qui nous intéresse et pour comprendre quel est le signifié de l'aire trouvée à l'intérieur du phénomène considéré. De même, il n'est pas aussi important de faire la somme de 100 nombres que de développer ces 100 nombres à partir d'un problème réel et d'interpréter le signifié de leur somme.
Les procédés de calcul de l'aire du triangle et de la somme des 100 nombres peuvent être développés par l'ordinateur, notre humble aide, mais pas les autres opérations.
Autrefois les questions (1) et (2) ne se posaient pas, puisque les problèmes qu'on devait résoudre étaient peu nombreux et bien spécifiés ; aujourd'hui, au contraire, ces questions doivent être presque toujours considérées, parce que la réalité évolue très rapidement et souvent de manière peu claire.

2. Nouveautés dans les programmes de 1985.

Beaucoup de branches des mathématiques déjà développées pendant le siècle dernier, n'étaient pas considérées, pendant les années récentes, ou parce que l'application pratique de leurs théories conduisait à un ensemble de calculs qui ne peut pas être exécuté manuellement, ou bien parce qu'elles n'étaient estimées d'aucune importance pratique. Nous pensons, dans le premier cas, à l'algèbre des



Panneau de l'IOWO (ICME 7)

matrices et dans le deuxième cas, à la logique. Par la diffusion des ordinateurs, par l'intensification de leur mémoire, de leur capacité d'élaboration, leur vitesse et la réduction des coûts, les calculs ne constituent plus un problème. L'algèbre des matrices et la logique sont aujourd'hui appliquées dans les domaines les plus variés.

L'algèbre des matrices est un instrument permettant d'organiser les données dans l'ordinateur, afin de résoudre les systèmes, les transformations géométriques, la statistique et les problèmes de classification.

La logique est employée non seulement pour approfondir les bases des mathématiques, mais surtout pour élaborer les critères d'une connaissance inductive des phénomènes réels, pour comprendre et construire des algorithmes de calcul et de programmation.

Tout cela a amené de nombreux changements dans les programmes de l'école primaire.

Dans l'ensemble on vérifie, dans les programmes de 1985, une tendance à donner plus d'importance aux aspects logiques et formateurs des mathématiques et aux relations entre les mathématiques et le monde réel qu'au calcul.

Ensuite, l'activité de résolution des problèmes apparaît plus orientée vers les situations concrètes, que vers des hypothèses abstraites : on se propose de privilégier l'emploi des mathématiques afin de représenter et d'étudier des expériences réelles de l'élève par rapport à l'élaboration de situations hypothétiques pour illustrer des algorithmes mathématiques par des exemples.

Mais, passant à la considération spécifique des arguments et des buts d'Arithmétique et de Géométrie, il semble, dans une première lecture du texte ministériel, que cela a peu changé par rapport aux vieux programmes. Les seules nouveautés semblent être le conseil de se servir de systèmes de numération, différents du système décimal et l'étude des transformations géométriques. Ces deux arguments paraissent, en outre, d'importance marginale par rapport au reste.

L'aspect le plus innovateur des nouveaux programmes semble être, alors, l'introduction d'éléments de logique, de probabilité, de statistique, d'informatique.

Sous la rubrique «logique» on demande, surtout, de s'attacher à faire acquérir aux élèves, une certaine précision et richesse de langage.

Dans ce domaine on donne une certaine importance à la théorie des ensembles, aux relations et aux procédés de classification.

Beaucoup des objectifs indiqués sous cette rubrique pourraient, peut-être, être mieux insérés, du point de vue de l'adhérence au réel, dans les probabilités ou dans laes statistiques.

Sous la rubrique «informatique» on demande la construction et l'analyse d'algorithmes, même par les diagrammes de flux.

A partir d'une première analyse rapide des nouveaux programmes on a donc, la sensation que, même si d'un esprit différent, les vieux programmes sont reproposés avec l'adjonction de quelques arguments nouveaux.

Cette impression est confirmée par le fait que la logique et la théorie des ensembles ne sont pas considérées comme totalement intégrées avec l'arithmétique et la géométrie et, en outre, par le fait que probabilité, statistique et informatique occupent un rôle secondaire.

En réalité, en lisant avec attention les programmes de 1985, on comprend qu'une certaine prudence dans les innovations est liée aussi à la nécessité de ne pas conditionner la liberté d'enseignement des professeurs, parce que chacun peut donner à ses élèves un enseignement optimal s'il n'est pas contraint à suivre une ligne logique différente de sa manière de penser.

3. Quelques buts des Probabilités et de la Statistique

L'introduction timide, dans les programmes de 1985, des Probabilités et des Statistiques, est sûrement l'innovation la plus importante, non pas tant pour la possibilité, de la part de l'élève, d'apprendre le peu d'éléments prudemment proposés, que par l'aspect révolutionnaire et de rupture avec les schémas classiques des mathématiques, qui est présent dans les deux disciplines.

La grande limite de l'enseignement des mathématiques, à tous les niveaux, est celle du manque de lien avec la réalité. Les déductions mathématiques ont souvent seulement l'aspect d'un jeu complexe :

quelques étudiants s'amusent à faire cela, beaucoup d'autres, ou n'en comprennent pas ses règles ou n'y trouvent aucun intérêt, parce qu'ils le ressentent comme étranger à leurs intérêts et à leur monde.

On peut alors comprendre facilement pourquoi, souvent, il arrive de voir des diplômés qui, après avoir étudié beaucoup de mathématiques, ne sont pas capables de formaliser des problèmes réels, qu'on peut facilement résoudre par les fractions ou en utilisant des équations de premier degré.

L'écart entre mathématiques et réalité a augmenté de plus en plus ces dernières années à cause d'une spécialisation et d'une abstraction toujours plus grandes, dans lesquelles agissent les nombreuses branches des mathématiques et donc du type d'enseignement qui se déroule dans les cours de maîtrise en mathématiques.

Les enseignants de mathématiques, avec des effets qui retombent sur les maîtres qui par eux sont formés et informés, sont désormais habitués presque exclusivement à utiliser des procédés de déduction à partir d'êtres abstraits (par ex, le triangle, le nombre rationnel, la relation d'ordre, etc.) et à se reposer dans la chaude sécurité de ce qu'ils obtiennent.

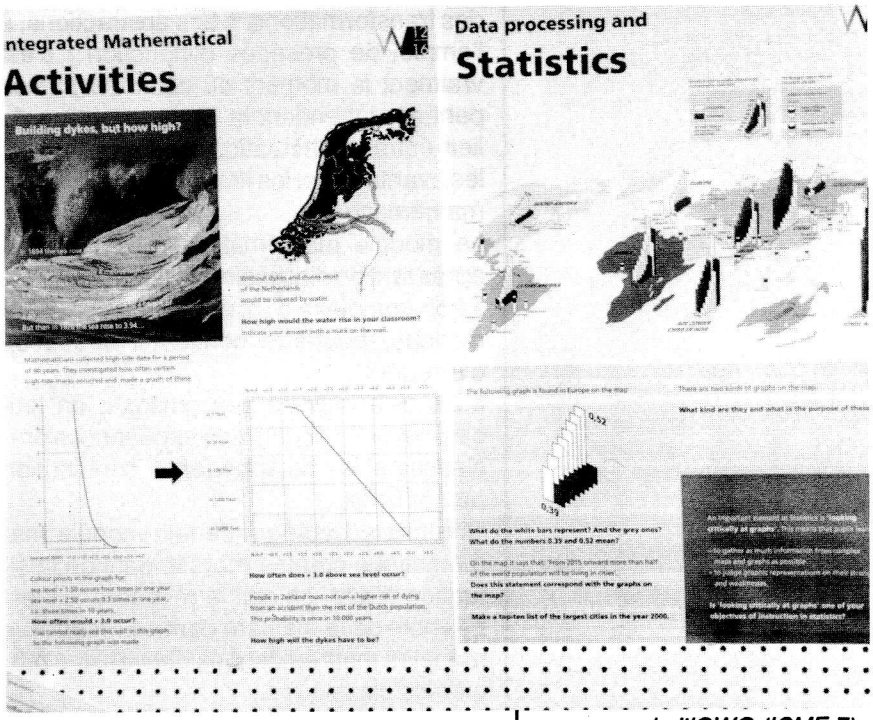
Mais le problème fondamental de l'école élémentaire est, à mon avis, celui de spécifier avec précision les liens entre les éléments abstraits des mathématiques et le monde réel et, entre celui-ci et les résultats obtenus par des procédés de déduction.

Ce fait a été bien compris dans les nouveaux programmes de l'école élémentaire, surtout dans la partie où l'on met en évidence que «la pensée mathématique est caractérisée par l'activité de solution des problèmes».

Mais il faut réfléchir à propos des différents types de problèmes sur lesquels l'enseignant doit s'arrêter.

D'une lecture des programmes, des arguments ici énumérés et de l'ordre dans lequel ils sont énumérés, il semble qu'on se réfère surtout aux problèmes basés sur l'arithmétique et sur la géométrie, enrichis de quelques expédients particuliers qui rendent plus évident aux écoliers le rôle des mathématiques comme représentation de la réalité.

Est évidente, sans doute, la grande importance du type de problèmes qui ont formé des générations de mathématiciens, physiciens, ingénieurs. Mais, peut-être que le moment d'un «saut de qualité» est arrivé, et que cela peut être obtenu grâce à un bon usage des concepts et des méthodes des Probabilités et des Statistiques.



panneaux de l'IOWO (ICME 7)

Les problèmes classiques offrent souvent des procédés ou des solutions uniques, quelquefois même des possibilités de réponses différentes et également acceptables. La phase de mathématisation du problème et celle d'interprétation des résultats sont toutefois formées de passages obligés qui accordent peu de place à la fantaisie de l'écolier.

Il est possible, alors, que les écoliers avec une personnalité créative plus grande, s'ennuient et refusent les mathématiques en préférant exprimer leur propre individualité dans la composition littéraire ou dans le dessin.

Les problèmes liés au calcul des Probabilités et à la Statistique, au contraire, fournissent souvent un large espace aux idées personnelles des élèves, la confrontation d'idées, sans, d'autre part, renoncer à la précision mathématique.

Cela dépend du fait que ces deux disciplines s'occupent de situations réelles. Une situation réelle ne se présente pas, en général comme un problème classique de mathématique, par des données et inconnues bien définies, mais comme quelque chose de vague qui a besoin d'une vaste phase de discussion, d'élaboration, d'approximation, d'adaptation, afin d'être mise au point et traduite dans une forme mathématique.

Cette phase de mathématisation de la réalité a conduit à des arrangements, à

des transformations, à des abstractions, à l'emploi de procédés d'induction ; c'est vraiment le moment où ceux qui participent appréhendent la compréhension du lien entre mathématiques et monde réel, les avantages et les limites de l'emploi des mathématiques.

Le modèle mathématique qu'on obtient après tant de discussions peut-être sera-t-il trop complexe d'un point de vue mathématique, peut-être contient-il beaucoup d'erreurs?

Mais cela importe peu puisque, en tout cas, l'élève a acquis des expériences précieuses et il a pu apporter sa contribution personnelle.

Une fois accepté un certain modèle mathématique comme représentatif de la situation réelle, on doit le résoudre, s'il est possible de la manière dont on résoud les modèles mathématiques dérivés des problèmes classiques.

L'interprétation des résultats obtenus provoque d'autres discussions et adaptations, souvent porte à la modification du modèle en un autre qui donne la possibilité d'avoir plus facilement des résultats plus significatifs ou plus clairement interprétables. Si on compare la mathématisation de la réalité à la construction de machines, la résolution d'un problème classique équivaut à employer une machine déjà construite par d'autres pour des buts particuliers, faire face à une situation réelle avec des méthodes des Probabilités et de la Statistique équivaut à se construire une machine que l'on considère adaptée au but, à l'employer afin de voir si elle fonctionne, à la modifier si on l'estime nécessaire. Par laquelle de ces deux manières devient-on un bon constructeur de machines ?

En conclusion, les buts des Probabilités et de la Statistique sont :

1) l'étude des situations réelles avec résolution, même approchée, des problèmes connexes, même posés de manière vague ;

2) la formation de l'élève au procédé de mathématisation de la réalité ;

3) le développement de la créativité de l'élève dans le domaine des mathématiques et donc l'augmentation de son intérêt pour elles.

Un objectif ultérieur sera la capacité de ces disciplines de représenter les mathématiques dans leur ensemble d'un point de vue différent du point de vue classique, en donnant aux élèves la possibilité d'encadrer toutes leurs connaissances relatives de manière plus claire, comme dans une vision stéréoscopique. ❑

Bibliographie

(1) ARMANDO EDITORE I nuovi programmi per la scuola primaria ROMA

(2) N.CERA-A.MATURO Calcolo delle Probabilitá e Statistica con applicazioni allo studio del territorio.
Collana di matematica per l'Architettura n.2. Montefeltro Edizioni Urbino 1980.

(3) R. SCOZZAFAVA. Il ruolo della probabilitá e della statistica. Veschi ROMA 1984.

Congressistes au Happy Hour (ICME 7)