

# A-Plot-Strophe

## MATIERE A PENSEE

Guillaume Roques, Orléans.

**Une analyse faite par un élève de Terminale C pour les autres élèves de la classe à l'occasion d'un travail commun entre mathématiques, sciences naturelles et philosophie.**

Les auteurs, Jean-Pierre Changeux (JPC), biologiste, et Alain Connes (AC), mathématicien, sont des scientifiques de grand renom. L'un est connu du grand public depuis son livre «l'Homme Neuronal», l'autre est plus connu des mathématiciens pour avoir obtenu, il y a peu, une médaille FIELDS.

Dans ce livre écrit comme un script de discussion, les deux auteurs définissent ou plutôt essaient de définir **les objets mathématiques** et leur statut.

Sont-ils indépendants du cerveau du mathématicien, autrement dit, les mathématiques sont-elles universelles (position soutenue par AC) ou bien les objets mathématiques sont-ils des êtres de raison qui n'existent que dans la pensée du mathématicien (position soutenue par JPC) ?

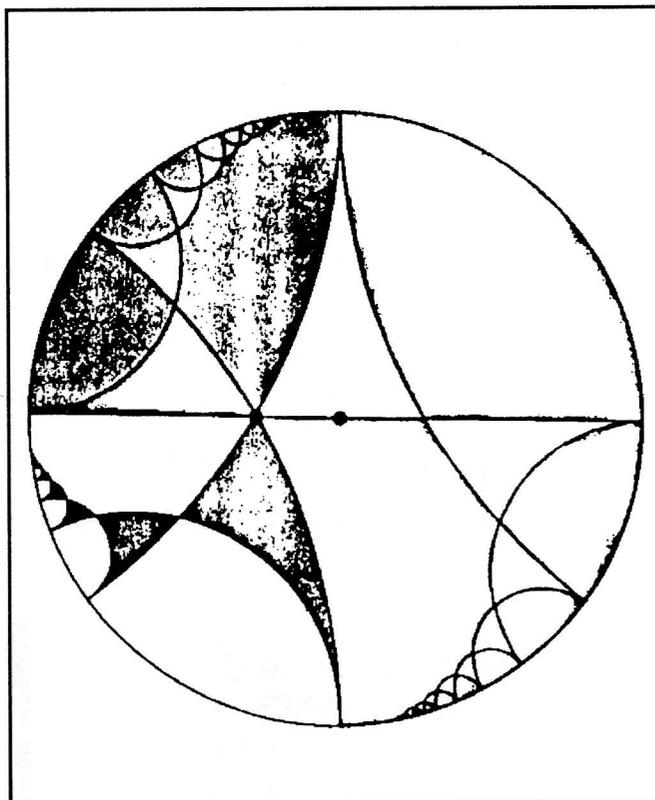
### Mathématique et autre sciences

Deux pensées s'opposent sur le statut des mathématiques :

celle de **Descartes** et **Leibniz** qui pensent que les mathématiques «*unifient les sciences, qu'elles éclairent le monde*» et que «*tout objet se ramène aux mathématiques*»,

et celle de **Diderot** qui pense que «*les mathématiques n'ajoutent rien à l'expérience*» ou celle de **Bacon** qui va même jusqu'à penser que les mathématiques devraient être «*les servantes de la physique*».

En fait, pour AC et JPC, elles servent de langage à la formalisation des autres scien-



ces. Mais les mathématiques ne se réduisent pas au rôle de langage exprimant des résultats. En effet, leur caractère génératif finit par jouer un rôle crucial, en physique notamment : AC donne pour exemple le fait que l'on puisse retrouver le tableau de Mendeleev à partir de l'équation de Schrödinger et du principe d'exclusion de Pauli (l'équation de Schrödinger permet en principe le calcul des niveaux d'énergie de tous les atomes, ions ou molécules).

Mais il ne faut pas oublier comme le rappelle AC que «*l'intuition du Physicien joue un rôle, car c'est elle qui permet de comprendre les équations que les mathématiciens ont pu donner*».

### Un patrimoine universel

Pour AC donc, les mathématiques sont le seul langage universel qui, en formalisant certaines sciences, peut éviter des para-

doxes dûs à une inadéquation du langage utilisé (c'est le cas en Mécanique Quantique).

JPC n'est pas d'accord avec cette universalité des mathématiques. Il pense que les mathématiques dépendent de plusieurs processus cérébraux fondamentaux. D'où une discussion sur la nature même des objets mathématiques.

Là encore, deux pensées s'opposent : le réalisme et le constructivisme.

La première philosophie admet «l'existence d'une réalité objective» (c'est-à-dire en dehors de l'esprit). Pour la deuxième, les objets mathématiques n'existent que dans la pensée du Mathématicien. AC est bien entendu proche du premier point de vue, JPC du second.

Il faut, pour en discuter, déterminer la façon dont le cerveau analyse les objets mathématiques.

Pour JPC, il existe une logique liée à l'organisation du cerveau.

Pour AC, au contraire, le cerveau se sert

d'outils. Il utilise une «imagerie cérébrale pour recevoir la réalité mathématique». Enfin, «dans sa quête, le mathématicien crée des outils de pensée» qu'il ne faut pas «confondre avec la réalité mathématique elle-même.

Pourtant, JPC et AC sont d'accord sur un point : pour explorer la réalité mathématique, le mathématicien utilise des outils qui appartiennent au patrimoine culturel.

Ils sont aussi en accord sur le fait que les objets mathématiques évoluent et donc qu'il existe une sorte de **Darwinisme mathématique**.

Ce débat existe d'ailleurs aussi chez les mathématiciens, entre les formalistes et les constructivistes qui pensent qu'un objet mathématique n'existe que si on peut le construire, l'exhiber. Le mathématicien AC pense qu'en fait la distinction entre constructivistes et formalistes est avant tout d'ordre méthodologique. Mais il n'appartient pas au non mathématicien que je suis de trancher, je vous laisse donc le choix de poser le débat en terme méthodologique ou non.

L'efficacité surprenante des mathématiques dans beaucoup de cas permet de cerner un comportement sous forme de modèle. Mais ces objets naturels ne doivent pas être identifiés aux mathématiques que les biologistes ou les physiciens utilisent pour les décrire.

La réalité mathématique «*ne se situe pas dans le monde physique*».

Il existe pourtant une relation entre eux : «*Lorsque la théorie est assez élaborée, le caractère génératif des mathématiques entre en jeu*» (exemple la relativité d'Einstein qui s'est «transformé» en mathématicien pour trouver des équations).

En fait, JPC et AC ne se mettrons pas réellement d'accord sur l'universalité des mathématiques, chacun campant sur ses positions.

#### Et le cerveau dans tout cela ?

AC et JPC discutent de son rôle en tant que générateur des mathématiques. Ils vont d'abord définir la façon dont le cerveau du mathématicien procède pour par exemple résoudre un problème.

La création mathématique se décompose en trois phases définies par Hadamard :

JEAN-PIERRE CHANGEUX  
ALAIN CONNES

# MATIÈRE À PENSÉE

EDITIONS  
ODILE JACOB

«la préparation, l'incubation et l'illumination».

Tout en sachant qu'un problème, une fois la première phase passée ne doit pas être attaqué de front. «Il faut procéder de façon indirecte, pour ne pas épuiser rapidement les outils accumulés lors de la première phase et se décourager».

JPC et AC définissent trois niveaux d'activité du cerveau :

- le premier correspond au niveau des ordinateurs actuels, c'est-à-dire faire des calculs, «sans en connaître le mécanisme». Ils l'appellent le niveau de calculs.

- Au second niveau, il y a «interaction entre les calculs effectués et une problématique personnelle».

A ce niveau, les sentiments jouent un rôle important. La personne peut changer de stratégie pour faire un calcul.

- Enfin le troisième niveau correspond à la découverte : la personne peut changer non plus seulement de stratégie mais aussi de fin. C'est la capacité de changer de but.

JPC en tire une étude des différents niveaux d'organisation dans le système nerveux et en arrive au problème du codage des représentations mentales qui pour AC relèvent de la Topologie et peut-être de la géométrie hyperbolique (Cf. les travaux actuels de Thurston sur l'architecture des ordinateurs neuronaux).

### Une machine avec des sentiments ?

Ils en arrivent finalement aux «Machines à penser» : «la relation du cerveau avec la machine et plus généralement celle des sciences exactes (les mathématiques) avec le cerveau et son fonctionnement».

Ils distinguent là encore trois approches :

- l'intelligence artificielle, la modélisation du cerveau et ses fonctions et les machines neuromimétiques (machines capables d'avoir «une conduite intelligente»).

AC pense que pour qu'une machine puisse un jour accéder au second niveau, il faudra qu'elle ait de l'affectivité, des sentiments, qu'elle connaisse le plaisir ou la souffrance car ce sont eux qui lui permettront d'avoir un début d'évaluation (possibilité par exemple pour un échiquier électronique d'avoir la volonté de vaincre et mieux encore, d'être mauvais joueur et ne pas aimer perdre).

Pour accéder au troisième niveau, il faudrait que cette machine ait une fonction d'évaluation de ses fonctions d'évaluation !!!

En fait, pour qu'une machine puisse déjà adapter une stratégie à un but donné, il faudrait qu'elle s'autoévalue, ce qui pour le moment n'existe pas.

Pour finir, AC et JPC discutent de l'éthique et de ce qui nous intéresse ici de l'éthique et des mathématiques. Ce livre nous entraîne dans le monde des sciences, de la recherche du vrai et nous ouvre des horizons sur la réalité mathématique, sur son rapport aux autres sciences sans pour autant répondre à toutes les questions ou tout au moins sans apporter de réponses catégoriques. Le doute, discipline principale des scientifiques, reste permis.

Publié aux Editions Odile Jacob en 1989.

## JEAN-PIERRE CHANGEUX ALAIN CONNES



Quel est le lien entre le monde physique et le cerveau ? Les objets mathématiques existent-ils indépendamment du cerveau de l'homme, ou sont-ils seulement le produit de l'activité cérébrale ? L'éthique peut-elle être fondée sur des principes aussi universels que ceux des mathématiques ? Telles sont quelques-unes des questions essentielles instruites dans ce livre original et stimulant. Par la qualité de ses auteurs et la fécondité de leur réflexion, il constitue un événement exceptionnel.

Alain Connes, médaille Fields, est titulaire de la chaire d'Analyse et Géométrie au Collège de France.

Jean-Pierre Changeux, auteur de *L'homme neuronal*, est titulaire de la chaire de Communications cellulaires au Collège de France.

Tous deux sont membres de l'Académie des Sciences.

## MATIÈRE À PENSÉE

EN ASSOCIATION AVEC LES ÉDITIONS DU SEUIL



ISBN 2  
Imprimé