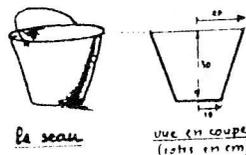


PROBLEMES DE RECHERCHE

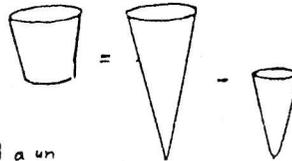
Jacques Lubczanski - Ivry

Avec un seau et une pelle, on fait des jolis châteaux de sable ...
Avec juste un seau, un bête seau, on fait des jolies mathématiques !



A) CAPACITE DU SEAU

1. Pour calculer sa capacité, on considère le seau comme un cône tronqué, c'est à dire un grand cône dans lequel on a découpé un petit cône. Calculer la hauteur et le rayon (de la base) du grand cône, ainsi que du petit cône.
2. Un cône de hauteur h et de base circulaire de rayon R a un volume égal à $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. Calculer les volumes du grand et du petit cône. En déduire la capacité, en litres, du seau.



B) CALCULS DE VOLUMES

1. A mi-hauteur : en appliquant les idées du **A**, calculer le volume V d'eau contenu dans le seau lorsque celui-ci est rempli à mi-hauteur.
2. A d'autres niveaux : reprendre la question précédente pour des hauteurs d'eau de 5, 10, 20 et 25 cm.
3. Réunir tous les résultats obtenus jusque là en un tableau de valeurs du volume V en fonction de la hauteur d'eau h .
- Tracer par points la courbe représentative de la fonction $h \rightarrow V$ (échelle conseillée : 1cm pour 2cm de hauteur sur l'axe des x et 1cm pour 2 litres sur l'axe des y)
- Lire sur le graphique la hauteur pour laquelle le seau est à moitié rempli.

C) EXPRESSION DU VOLUME

On suppose le seau rempli jusqu'à une hauteur h .

1. Calculer en fonction de h le rayon $r(h)$ de la "surface de l'eau".
2. Calculer en fonction de h le volume $V(h)$ contenu dans le seau. Est-ce que la fonction $h \rightarrow V(h)$ est un polynôme ? Si oui, de quel degré ?
3. Sauriez-vous trouver par le calcul la hauteur x pour laquelle le seau est à moitié rempli ?



LE PROBLÈME
DU SEAU ...

«Voici des textes destinés à faire travailler les élèves en classe de mathématiques (recherche avec l'assistance du professeur) et aussi chez eux (rédaction d'un compte rendu). Il s'agit de véritables problèmes centrés sur une question à laquelle on cherche une réponse ou sur un objectif que l'on se fixe au départ : des problèmes dont l'élève saisit le sens, ce qui lui permet de s'approprier le travail de recherche, et d'être motivé pour un travail important en quantité : environ 4 h par élève (1h30 en classe, 2h30 à la maison).

Si les énoncés sont le fruit d'un long travail de ma part (recherche, documentation, écriture, expérimentation), ils n'en ont pas pour autant la prétention d'être parfaits : je remercie à l'avance les collègues qui voudront bien me faire part de leurs observations et de leurs critiques.

La moyenne : QUELLE ANGOISSE!...

C'est la fin du trimestre.
Bientôt le conseil de classe...

Zoé a eu 11, 16 et 12 aux trois contrôles,
tandis que le pauvre Arthur n'a eu que
3, 8 et 10.

Ils aimeraient bien connaître leur
moyenne, mais leur prof. ne leur a
pas encore dit avec quels coefficients
(voir encadré) il fallait la calculer...

Les coefficients

C'est une façon de donner plus d'importance
à certaines notes, et moins à d'autres, pour
calculer la moyenne.

Si on a trois notes N_1 , P et Q , affectés des
coefficients a , b et c , la moyenne m
sera donnée par :

$$m = \frac{a \cdot N_1 + b \cdot P + c \cdot Q}{a + b + c}$$

ALORS, ILS FONT DES SUPPOSITIONS...

- ① - Si les coefficients a , b et c sont tous égaux à 1, combien vaut la moyenne x d'Arthur et celle y de Zoé ?
- Et si a , b et c sont tous égaux à 3 ? et à 9328 ?
- ② - Calculer les valeurs des moyennes x et y en supposant que a , b et c valent...

: 2, 3 et 5	: 5, 3 et 2	: 1, 1 et 2	: 1, 2 et 1
: 2, 0 et 3	: 1, 1 et -1	: 1, -1 et 1	: 1, -1 et -1
- ③ - Commentez les résultats obtenus.

- ③ - Dans un repère orthonormé (une unité = 1 cm), construire les points $A(3;11)$, $B(8;16)$ et $C(10;12)$.
- Pour chacun des calculs de moyenne précédents, construire le point de coordonnées $(x; y)$.
Lesquels sont à l'intérieur du triangle ABC ?

... ET PUIS, ILS PÉVENT...

- ④ - Arthur aimerait bien avoir 8 de moyenne ; Zoé, elle, serait heureuse avec 14.
- Pouvez-vous trouver des coefficients avec lesquels c'est possible ?
(Indication: chercher à exprimer b et c en fonction de a , puis donner une valeur convenable à a .)
- ⑤ - Le rêve d'Arthur, ça serait 9. Montrez que si c'est le cas, la moyenne de Zoé est alors inférieure à 14.
- Le rêve de Zoé, ça serait 15. Montrez qu'alors la moyenne d'Arthur est comprise entre 7 et 8,5.
- ⑥ - Quelle est la plus forte moyenne que peut espérer Arthur ? Avec quels coefficients cela arrive-t-il ?
- Quelle est la plus basse moyenne de Zoé ?
- Quelle est la plus basse moyenne que peut craindre Zoé ? Avec quels coefficients ?

... ET MÊME, ILS DÉLIÈNT!

- ⑦ - 12 de moyenne pour Arthur et 18 pour Zoé ?
- Montrez que c'est possible avec $a = 2$, combien doivent valoir alors b et c ?
- Quel est alors l'effet d'une bonne note aux deux derniers contrôles ? Qu'en pensez-vous ?
- ⑧ - Ajouter au repère du ③ les points $(x; y)$ correspondant aux moyennes calculées depuis cette question.
- ⑨ - Pouvez-vous trouver un lien entre la position des points par rapport au triangle ABC et le signe des coefficients correspondants ?