PLOT MENINGES

ORLEANS 87 !

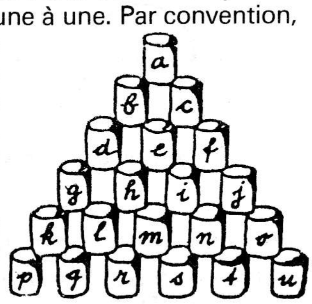
Voici les 15 exercices proposés cette année au Rallye "classe contre classe" du Loiret.

3e - SECONDE

LE CHAMBOULE-TOUT (10 points)

Des boîtes sont empilées comme sur le dessin. Un joueur dispose de 6 balles qu'il lance une à une. Par convention, une balle ne peut atteindre qu'une boîte ; il ne tombe alors que la boîte touchée et celles qui ont perdu un de leurs appuis. On ne relève jamais les boîtes tombées.

Le joueur a gagné s'il parvient ainsi à faire tomber toutes les boîtes.



Nathalie et Olivier jouent au chamboule-tout.

1) Olivier dit qu'au premier lancer, il a fait tomber 11 boîtes. Nathalie prétend que c'est impossible. Qui a raison ?

2) Nathalie a fait tomber 9 boîtes au premier lancer. Peut-elle gagner ?

3) Quelles boîtes un joueur doit-il viser pour espérer gagner ?

"NE FAITEZ PAS DES NŒUDS" AVEC LA VITESSE ! (5 points)

Un bateau à moteur est vendu pour filer à la vitesse maximale de 12 nœuds.

Il parcourt un trajet aller, puis le trajet retour, moteur à fond, sur un cours d'eau rapide et met deux fois plus de temps à remonter qu'à descendre.

Quelle est, exprimée en nœuds, la vitesse du courant ?

LA TENTATION DU 18e POINT (10 points)

1) A l'aide de la calculatrice, trouver une valeur approchée avec trois décimales du nombre suivant :

$$L=\sqrt{2-\frac{1}{8}\left(-1+\sqrt{17}+\sqrt{34-2\sqrt{17}}+\sqrt{68+12\sqrt{17}+2(-1+\sqrt{17})\sqrt{34-2\sqrt{17}}-16\sqrt{34+2\sqrt{17}}}\right)}$$

2) Sur un cercle de rayon 10 cm, placer un point A_0 puis, en se déplaçant toujours dans le même sens, les poins A_1, A_2, ..., A_{16}, A_{17}, de telle sorte que :
$A_0A_1 = A_1A_2$ ... $A_{15}A_{16}$ $A_{16}A_{17} = 10$ L.
Tracer la ligne brisée : $A_0A_1A_2 \ldots A_{16}A_{17}$

PLIS ET RE-PLIS (15 points)

Sur une feuille de papier rectangulaire, non carrée, marquez une face "recto". Ce sera l'intérieur du premier pli et le côté de lecture du résultat.

Chaque **opération** dite de **"double-pli"** consiste à plier cette feuille en quatre suivant ses axes de symétrie.

Sans déplier, recommencer l'opération de "double-pli"... et ainsi de suite.

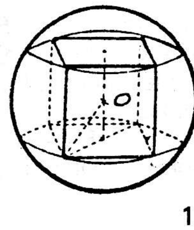
Au bout de la deuxième opération dépliez complètement. Vous observez sur le recto un quadrillage rectangulaire dont les segments joignant deux nœuds successifs sont marqués soit par un pli en creux, soit par un pli en crête.

Quel est le nombre de segments en creux ?

Si on pouvait pratiquer successivement plusieurs opérations de "double-pli", calculez le nombre de segments en creux obtenus sur le recto (totalement déplié). Donnez le résultat pour 5, 6 et 8 opérations.

L'UN DANS L'AUTRE (5 points)

Quel est le rapport du volume d'une sphère au volume d'un cube dont les sommets sont situés sur cette sphère ?
(On admet que le centre O du cube est aussi celui de la sphère).



QUAND SOUSTRAIRE, C'EST MULTIPLIER (10 points)

Voici deux égalités :

$\frac{3}{5} - \frac{3}{8} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{8}$; $\frac{7}{2} - \frac{7}{9} = \frac{7}{2} \times \frac{7}{9}$

que vous pouvez vérifier.

Chacune d'elles fait intervenir deux fractions irréductibles ayant même numérateur. Ecrire toutes les égalités analogues avec des fractions irréductibles du type $\frac{p}{q}$.

(p et q entiers tels que $1 \leqslant p \leqslant 9$ et $2 \leqslant q \leqslant 9$). Justifier.

SI VOUS N'AVEZ PAS DE REGLE, AYEZ DES IDEES ! (5 points)

En utilisant uniquement le compas, construire le symétrique d'un point M par rapport à un point O.

Décrire la construction et laisser tous les tracés visibles sur la feuille-réponse.

LA CROIX ET LES CROISSANTS (10 points)

1) La figure 3 sera obtenue en superposant les figures 1 et 2 ; la réaliser sur la feuille-réponse dans un carré de 12 cm de côté.

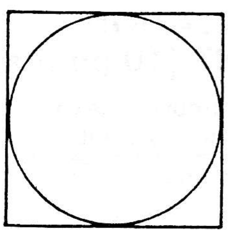


Figure 1

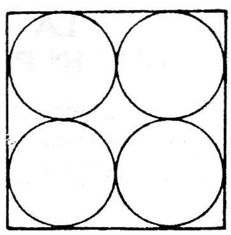


Figure 2

2) Noircir la partie du plan intérieure au grand cercle et extérieure aux petits.
Hachurer la partie extérieure au grand cercle et intérieure aux petits.

3) Comparer l'aire de la partie noircie et celle de la partie hachurée. Justifier la réponse.

LES "1", LES "2" ET LES ... (5 points)

On donne A = 111 111 111 111 - 222 222

Calculez la racine carrée de A.

Justifier le résultat.

SEPT ! MAIS A QUEL PRIX ? (5 points)

Un distributeur de bonbons contient 12 bonbons rouges, 11 verts, 10 bleus, 3 jaunes et 4 blancs. Quand on introduit une pièce de 50 centimes, il tombe au hasard un bonbon.

Quelle somme dois-je avoir à ma disposition pour être sûr d'obtenir 7 bonbons de la même couleur ?

"IDEFIX" (15 points)

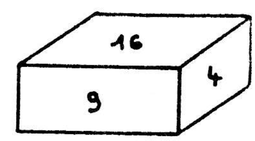
L'unité choisie est le cm.

1) Soit un carré EFGH de côté 10.
Soit x tel que $0 \leqslant x < 7$.
Sur les côtés [EF], [FG], [GH], [HE], on construit les points M, N, P, Q tels que :
EM = x ; FN = x + 1 ; GP = x + 2 ; HQ = x + 3.
Soit I le milieu de [MP] et D le milieu de [QN]. Calculer ID.

2) Que devient la longueur ID pour un carré de côté a ($a > 3$) quelconque sachant que $0 \leqslant x < a - 3$?

"L'AIR CARRE" (5 points)

Les aires exprimées en cm^2 de chacune des faces adjacentes d'un parallélépipède rectangle sont : 4 ; 9 ; 16.



Quel est, exprimé en cm^3, le volume de ce parallélépipède rectangle ?

DE CERCLE EN CERCLE... (5 points)

Soient deux cercles concentriques C_1 et C_2 de rayons respectifs r_1 et r_1 ($r_1 < r_2$). On construit une corde [AB] du cercle C_2 tangente au cercle C_1.

Comparer l'aire du cercle de diamètre [AB] et l'aire de la couronne limitée par C_1 et C_2. Justifier la réponse.

"QUE SONT LES MULOTS DEVENUS ?" 5 points

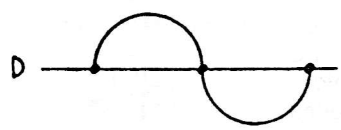
Une vague de froid a sévi durant 33 jours, isolant dès le premier jour, une famille de 440 mulots dans un grenier (on considèrera que le nombre de mulots vivants est constant).

Gourmands, ils épuisent les réserves en 21 jours et meurent.

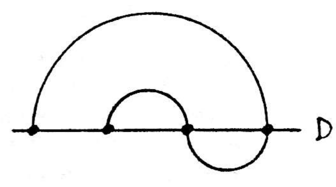
Quel effectif maximum aurait permis la survie ?

LES SERPENTINS (15 points)

Observez ces dessins :



Serpentin à 3 points



Serpentin à 4 points

Pour construire un serpentin à 5 points :

- Marquez 5 points régulièrement espacés sur une droite horizontale D.

- Tracez une ligne qui, sans se recouper, relie ces 5 points. Elle est constituée de 4 demi-cercles situés alternativement au-dessus et en-dessous de la droite D.

Mais ATTENTION, respectez les 3 règles suivantes :

- Chaque demi-cercle relie 2 des points marqués.

- Le serpentin commence au point le plus à gauche, par un demi-cercle situé au-dessus de la droite D et se termine en un autre point.

- Le serpentin rencontre une et une seule fois chaque point marqué et son tracé peut être suivi sans lever le crayon.

1) Construisez **tous** les serpentins à 5 points.
La distance de 2 points consécutifs étant égale à 1 cm, calculez la longueur de chacun de ces serpentins.

2) Vous seriez capable, en respectant les mêmes conventions, de construire des serpentins à 9 points.
Evaluez la longueur du plus long serpentin à 9 points sachant que la distance de 2 points consécutifs est de 1 cm. Justifiez votre réponse. ■

COTE D'IVOIRE 87 !

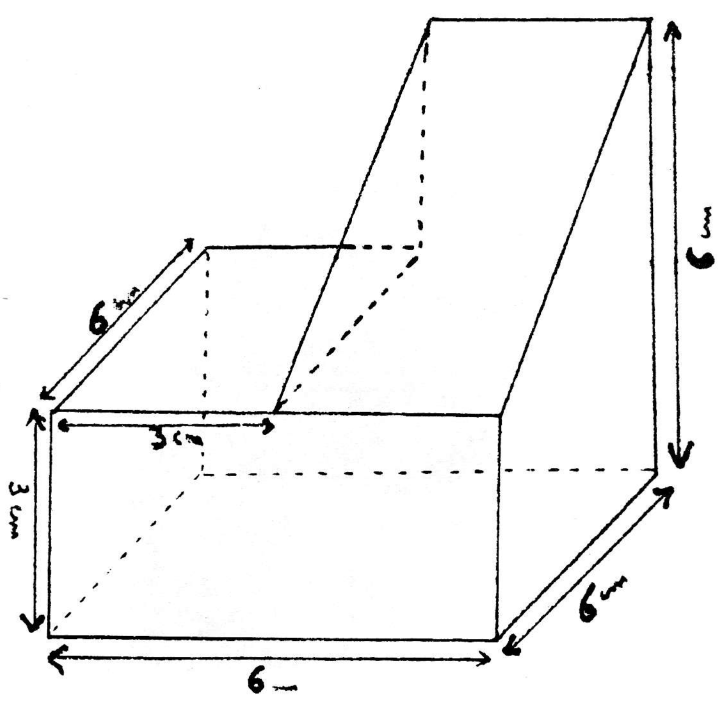
Les mathématiques en Côte d'Ivoire ont connu en 1987 une année faste : en février remise des prix aux lauréats du concours 86 par le Président de la République Monsieur HOUPHOUET BOIGNY ; en avril, Symposium inter africain sur "Mathématique et informatique dans l'enseignement". Entre temps, nouveau concours de mathématiques et en juillet séjour en France pour une vingtaine de lauréats. De quoi susciter un engouement accru pour cette épreuve. Voici quelques sujets proposés en sélection.

6ᵉ - 5ᵉ

- On écrit la suite des nombres entiers de 1 à 1987. Combien de fois écrit-on le chiffre 5 ?

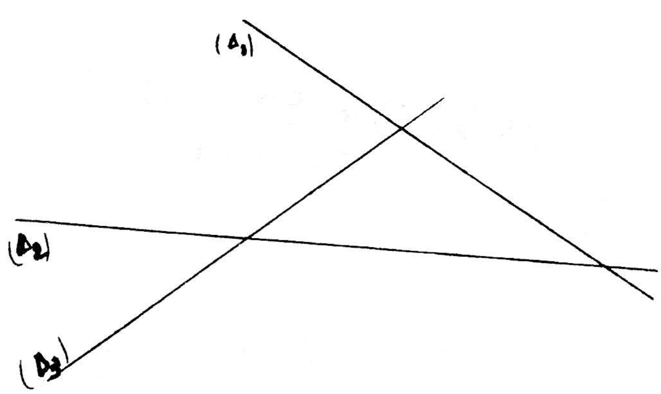
- Trois amis achètent pour un bon prix un lot de 21 tonneaux d'huile de palme. Parmi les 21 tonneaux, il y en a 7 qui sont pleins d'huile, 7 qui sont à moitié pleins et 7 qui sont vides. Comment peuvent-ils se partager ces 21 tonneaux de façon que chacun ait 7 tonneaux et la même quantité d'huile de palme ?

- Voici un solide découpé dans un cube. Dessine ce que tu vois quand tu regardes le dessus de ce solide, puis le côté gauche.



4ᵉ - 3ᵉ

- 1) Dessine un carré et place tous ses axes de symétrie.
  2) On se donne trois droites (Δ_1), (Δ_2) et (Δ_3). Donne un programme de construction d'un carré ABCD tel que A et C soient sur (Δ_1), B sur (Δ_2) et D sur (Δ_3).



- On écrit sans séparation la suite des nombres entiers à partir de 1 :
  12345678910111213141516...
  Le premier chiffre est 1 ; le quinzième est 2.
  Quel est le 1987ᵉ chiffre ? Explique ton raisonnement.
  (le même exercice était proposé en 1ʳᵉ et Tle).

- Cent élèves, qui sont tous de taille différente, sont disposés en carré : 10 colonnes de 10, 10 rangées de 10.
  Dans chaque colonne, on fait lever la main au plus grand élève de la colonne, puis, parmi ces 10 élèves qui ont levé la main, on choisit le plus petit qu'on appelle A.
  Dans chaque rangée, on fait lever la main à l'élève le plus petit de la rangée, puis on choisit parmi ces 10 élèves qui ont levé la main le plus grand qu'on appelle B.
  Qui est le plus grand de A ou de B ?

Seconde

- On considère une quadrilatère ABCD.

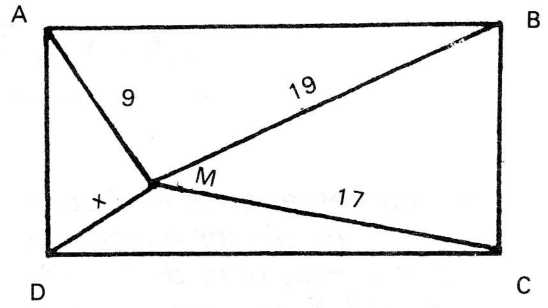
1) D'un point M du segment [AD] on mène la parallèle à la diagonale (BD) ; elle coupe la droite (AB) en N. Par N, on mène la parallèle à la diagonale (AC) ; elle coupe la droite (BC) en P. Par P, on mène la parallèle à la diagonale (BD) ; elle coupe la droite (DC) en Q.
Montrez que MNPQ est un parallélogramme.

2) Comment faut-il choisir le point M pour que MNPQ soit un losange ? Donnez un programme de construction du point M dans ce cas.

- On rappelle que les coordonnées du milieu d'un bipoint (M,M') où M a pour coordonnées (x,y) et M'(x',y') sont $\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$.

On considère cinq points A, B, C, D et E dont les coordonnées sont des nombres entiers relatifs.
Montrez que l'on peut toujours trouver, parmi ces cinq points, deux points dont le milieu a aussi des coordonnées entières.

- ABCD est un rectangle. On a mesuré les distances de M à A, B et C. Quelle est la distance de M à D ?



MATHS EN CROIX
SOLUTION

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	C	L	A	I	R	A	U	T	■
II	A	I	R	■	I	N	N	E	S
III	U	N	E	H	C	■	I	N	U
IV	C	E	S	■	A	R	C	S	■
V	H	A	■	S	T	R	I	E	S
VI	Y	I	■	E	T	■	T	U	B
VII	■	R	E	V	I	S	E	R	A
VIII	M	E	N	E	■	E	S	S	E

Première et Terminale

- Soient quatre points A, B, C et D situés sur un même cercle. On désigne par M, N, P et Q les milieux respectifs des bipoints (A,B), (B,C), (C,D) et (D,A) et par (m), (n), (p) et (q) les droites respectivement :
  - passant par M et perpendiculaire à (CD),
  - passant par N et perpendiculaire à (DA),
  - passant par P et perpendiculaire à (AB),
  - passant par Q et perpendiculaire à (BC),

Montrez que les quatre droites (m), (n), (p) et (q) sont concourrantes.
On pourra remarquer que MNPQ est un parallélogramme et considérer le centre K de ce parallélogramme. ■