FAIRE DES MATHS AUTREMENT

Ginette MISON - Yves GUICHARD - Lyon

POURQUOI UN P.A.E.-EXPOS ?

En liaison avec l'exposition "Horizons Mathématiques" un P.A.E. à été proposé dans notre lycée Juliette Récamier de Lyon en Mars 1987.

Son objectif était d'intéresser les élèves aux activités scientifiques par des recherches personnelles, des travaux et des réflexions de groupes, des manipulations, par la résolution de problèmes ouverts. Il s'agissait d'élargir le champ des réflexions mathématiques à des domaines plus variés ou plus inattendus.

Cette initiative fut l'occasion privilégiée d'un large travail inter-disciplinaire mettant en complémentarité les mathématiques, les lettres, les sciences naturelles, la géographie, l'informatique, les langues vivantes, la musique, et surtout, les arts plastiques.

CE QUI S'EST PASSÉ

Des conférences s'adressant aux élèves et ouvertes au public :

- *Cartographie et utilisation des mathématiques :* par un spécialiste de l'IGN (Institut Géographique National). Elle s'est déroulée avant le début du PAE, et plusieurs groupes ont travaillé sur ce thème (les différentes projections, mesure du méridien,...)
- *Du nombre d'or à l'ordinateur :* rapports privilégiés mathématiques / création artistique dans le champ de l'image
- *Religion, démocratie et mathématiques :* Etude du lien entre la naissance de la démocratie et la volonté de démontrer en mathématiques dans la Grèce Antique.
- *Les graphes ;* Des sept ponts de Koenigsberg à l'ordonnancement des travaux du métro. (Des groupes d'élèves avaient déjà étudié certaines applications des graphes dans le cadre du P.A.E.).

Le mur à problèmes (dans le hall d'entrée)
Nous souhaitions que tous les élèves du lycée soient concernés par le P.A.E. Tous les collègues de mathématiques ont distribué à leurs élèves une feuille sur laquelle figuraient dix "Problèmes ouverts" (plus ou moins ouverts...). De plus chaque énoncé était reporté en haut d'une grande feuille. Les élèves étaient invités à venir y écrire leurs remarques, leurs propositions, leurs ébauches de solutions ; ils pouvaient de plus proposer de nouveaux énoncés.

Nous n'avons pas obtenu autant **d'échanges écrits** que nous le souhaitions, les discussions étaient nombreuses devant "le mur" mais n'ont pas toujours été retranscrites sur les affiches. Nous souhaitons renouveller cette expérience mais en incitant davantage les élèves à laisser des traces écrites.

Les expositions

Plusieurs expositions ont été mises en place :

- **la cartographie et la photographie aérienne** (documentation prêtée par l'IGN)
- **ouvrages mathématiques anciens ou récents** (livres édités grâce aux crédits, prêtés par les élèves ou les collègues...)
- **"la salle 305"**. A partir d'idées d'élèves et de professeurs, confection de panneaux sur certaines propriétés curieuses des nombres, approche visuelle des fractals, sans oublier les mille cinq cents premières décimales de π (le Palais de la Découverte est battu...). Les panneaux furent exposés en "salle 305", salle où nous travaillons d'habitude ; une vingtaine d'affichettes humoristiques disposées dans tout le lycée interpellaient les élèves et les conviaient dans cette salle.

● **Les Mathématiques en URSS : les élèves du cours de russe ont décoré un couloir du lycée sur ce thème**
● **l'exposition proprement dite :**

Elle fut composée d'environ cent panneaux regroupés par thèmes, et confectionnés par les élèves. Pour imiter notre grande sœur "Horizons mathématiques", nous avons incité les élèves à imaginer des manipulations qui complètaient leurs panneaux... Elle a été ouverte une dizaine de jours au grand public. Un parcours codé, chronologique, inspiré de l'art contemporain a été mis en place par les élèves du cours d'arts plastiques. Une présentation de films vidéo et de diapositives de travaux d'élèves concernant l'étude de la perspective et la liaison arts-mathématiques animait l'exposition.

Les grands thèmes :

Les nombres : histoire, nombres figurés, nombres premiers...

Le nombre d'or : en géométrie, en algèbre, en architecture, dans la nature...

π : son histoire, ses approximations.

Les fractals : approches géométriques, numériques, les attracteurs...

Géométrie : les transformations, notamment l'anamorphose circulaire, les pavages, Pythagore, les polygones réguliers ou non, les polyèdres, les volumes,...

Astronomie et cartographie : une mention spéciale pour le ciel à Lyon le 24 mars à 22 h...

Mathématiques et Musique

Nous n'avons pas prévu de visites guidées de cette exposition. Il aurait été souhaitable que les élèves expliquent eux-mêmes à leurs camarades ou aux visiteurs leurs réalisations.

COMMENT NOUS AVONS TRAVAILLE ?

Trois classes de seconde - qui avaient mathématiques le mercredi de 8 à 10 h - ont été regroupées et réparties en plusieurs groupes de recherche de 4 ou 5 élèves. De même pour deux classes de 1ère S (le samedi de 8 à 10).

Les trois professeurs de mathématiques avaient préparé pour chacun des groupes un dossier sur un sujet donné et ont proposé tous ces sujets à l'ensemble des classes. Les élèves se sont répartis suivant leurs goûts. Nous avons travaillé 3 fois deux heures pour chaque niveau. De nombreuses affiches et manipulations ont été terminées en dehors du temps scolaire avec l'aide précieuse de la documentaliste et du professeur de dessin.

De plus, des travaux de recherche individuelle avec production d'affiches ont été exécutés en dehors des cours par des élèves volontaires avec l'aide des professeurs.

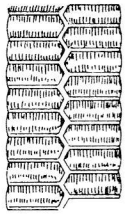
QUELQUES EXEMPLES DE TRAVAUX

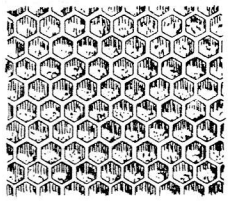
LE TRAVAIL DES ABEILLES

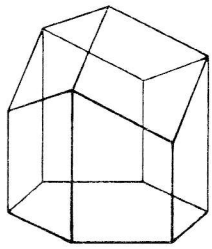
Pourquoi les abeilles, qui veulent économiser la cire, ont-elles choisi les formes ci-contre pour construire leurs alvéoles ?

Ce problème comporte deux aspects :

- dans le plan : pourquoi des hexagones réguliers ?
- dans l'espace : pourquoi les prismes à base hexagonale sont-ils "fermés" par des losanges très particuliers ?



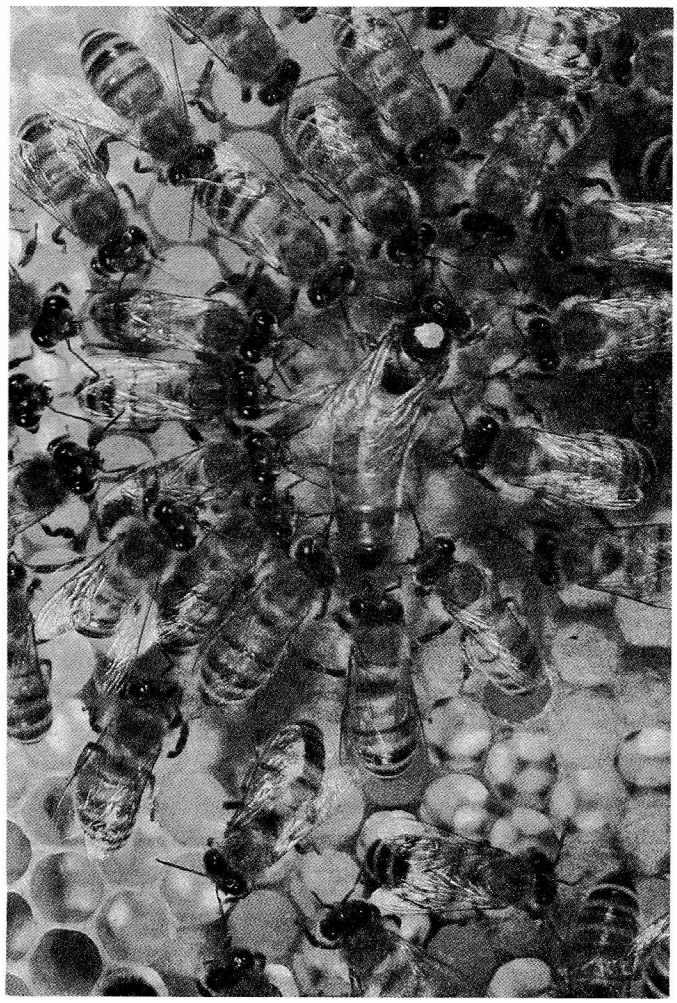




● *Première phase :* nous commençons par une étude mathématique de polygones réguliers : quels polygones réguliers permettant de paver le plan ? On trouve sans trop de peine le triangle équilatéral, le carré, l'hexagone régulier : mais, à aire égale, quel est celui qui présente le périmètre minimum ?

Suivent alors des calculs laborieux, mais on trouve bien l'hexagone. Quant au problème de l'espace, c'est une autre affaire, hors de portée de nos élèves : le volume est maximum pour une surface minimum lorsque les losanges de "raccordement" ont des angles de 109° 28′ et 70° 32′ !!!

● *Seconde phase :* ces informations données, les élèves, en équipe, construisent des alvéoles en papier fort, qui s'emboitent par le fond.



L'absence de participation d'un professeur de travail manuel fut un handicap et la construction des alvéoles s'en ressent...

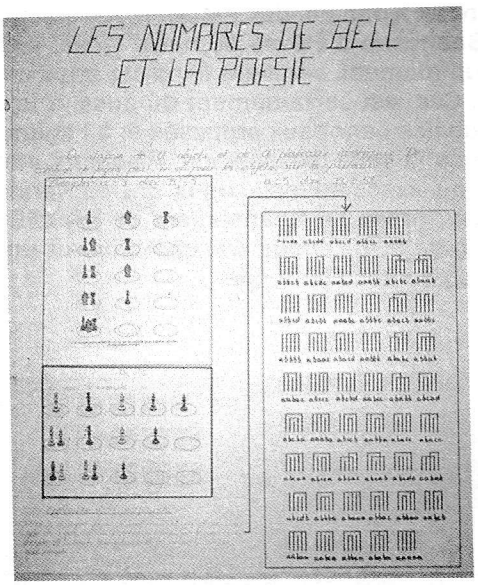
Grâce à l'étude faite aussi en cours de sciences naturelles, notre stand de présentation fut non seulement composé de résultats géométriques, mais également d'informations sur la vie des abeilles.

NOMBRES DE BELL ET POESIE

(d'après une idée prise dans "Pour la Science", référence : N° 9 juillet 1978.)

Le vieux marin breton de tabac prit sa prise
D'aucuns par-dessus tout prisent les escargots
Sur l'antique bahut il choisit sa cerise
Qui sait si le requin boulotte les turbots ?

R. Queneau



Le problème peut être présenté de la façon suivante : combien de manières de faire rimer des vers pour une strophe de 4 vers ? pour une strophe de 5 vers... ?

● *Première phase :* en liaison avec le cours de français, on a recherché, dans des livres de poésies, un certain nombre d'exemples.

Pour un sonnet, c'est facile : abba ou aa bb,...
Un premier panneau fut réalisé avec toutes les réponses possibles pour des quatrains (on a pu trouver quinze poèmes).
On trouve donc, à la main, le nombre de Bell B_4 égal à 15.

Les élèves poursuivent la recherche avec des strophes de cinq vers pour tenter de trouver le nombre B_5...
Il s'avère que la poésie française ne donne pas tous les cas théoriquement possibles...

● *Seconde phase :* une approche mathématique est alors faite pendant les heures réservées au P.A.E.

Pour B_5, il s'agit de déterminer le nombre de façon de disposer des objets, au nombre de cinq, sur cinq plateaux identiques.

Théoriquement, on sait que $B_5 = 52$ (voir le n° de "Pour la science" cité).

Les élèves ont dû se contenter d'un décompte à la main : le dénombrement théorique fait appel aux partitions d'un ensemble de Cardinal 5.

Un panneau réalisé par un groupe d'élèves rend compte de cette recherche et montre les 52 possibilités de rimes pour un quintrain.

LE SCRABBLE

● *Problème* :Avec un scrabble français, peut-on jouer valablement dans d'autres langues ?

● *Première phase :* nous avons choisi des textes de journaux et de livres variés en catalan, flamand, anglais, allemand et espagnol. Les élèves, passent un temps assez long à chercher la fréquence des lettres dans chacune de ces langues.

● *Seconde phase :* Après avoir examiné sur le scrabble français le lien entre la fréquence d'apparition d'une lettre, le nombre de jetons portant cette lettre et la valeur qui lui est attribuée, les élèves ont construit un scrabble pour chacune des langues étudiées.

Deux sortes de production ont été réalisées :

- d'une part, l'histogramme des fréquences pour chacune des langues,
- d'autre part, la confection de tous les scrabbles. En plus, un scrabble en hébreu fut construit par un groupe d'élèves et un, en russe, nous fut prêté.

Pendant l'exposition, les jeux furent mis à la disposition des visiteurs, un groupe d'élèves allemands a pu ainsi vérifier la validité des travaux dans leur langue.

CONCLUSION

La grande majorité de nos élèves s'est largement investie dans le P.A.E.; nous en avons senti les retombées jusqu'à la fin de l'année.

Certains peuvent affirmer que c'est du temps perdu. Bien au contraire, nous avons retiré beaucoup de bénéfices de cette expérience.

- les élèves étaient en situation de recherche. Ils ont mené leur travail du débroussaillage jusqu'à la production - de qualité - d'un document lisible par les autres.

- Ils ont fait un véritable travail de recherche mathématique : nous nous sommes efforcés pour chaque classe de trouver des thèmes en relation avec leur programme.

- Ils ont travaillé en équipe. L'exposition eut un succès important : auprès de nombreux parents, des lecteurs des journaux lyonnais, des élèves d'autres établissements. Beaucoup d'élèves de notre lycée, dès qu'ils avaient un moment, venaient dans cet espace mathématique. Ceci est certainement dû aussi à la qualité esthétique des panneaux proposés et à l'agencement agréable de la salle d'exposition. Plusieurs établissements - ou associations - nous ont demandé cette exposition ; grâce au financement de l'APMEP cette exposition va être rendue transportable et une nouvelle vie commence pour elle... ■