

ASSEMBLAGES DANS L'ESPACE

Michel BLANC - Nice

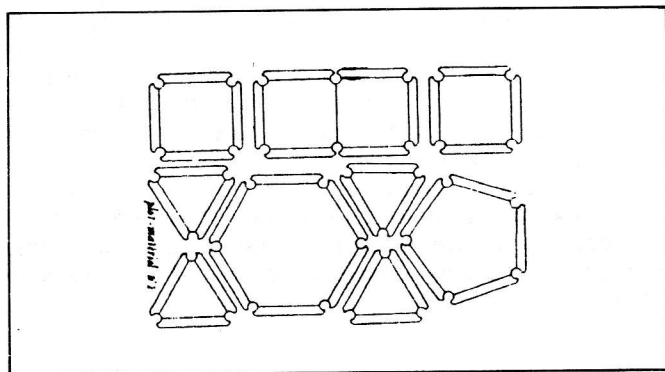
L'auteur propose à des élèves du C.E. de :
Assembler des formes planes (polygones) pour constituer des solides.
Se rendre compte de conditions portant sur les formes planes permettant
la construction (problèmes liés aux angles et aux longueurs).
Assembler plusieurs solides pour en construire un autre.

Matériel

Le matériel que nous utiliserons se compose de polygones réguliers : triangle équilatéral, carré, pentagone et hexagone réguliers. Ce matériel est disponible dans le commerce dans un matériau plastique ou en carton, les assemblages se font à l'aide d'élastiques qui maintiennent accolées les languettes dont sont munis les polygones.

On peut se procurer le matériel en carton en s'adressant à APMEP d'Orléans-Tours (voir bon de commande page 48). La pochette de 20 feuilles comportant chacune les polygones ci-contre ; il faut compter une pochette pour 5 à 6 enfants.

Il faut également prévoir une réserve de bracelets élastiques pour l'assemblage.



Activités

1. Découverte du matériel

Les enfants sont par groupes de 4 ; chaque groupe reçoit une quinzaine de feuilles du matériel, dégage les polygones de leur support et les classe dans des boîtes ; celles-ci constitueront la réserve de matériel pour toute l'équipe.

Il s'agit maintenant de se familiariser avec le mode d'assemblage ; pour cela chaque équipe est invitée à réaliser plusieurs productions simples et familières aux enfants : cube, maison avec un toit à 2 ou à 4 pentes, éventuellement une pyramide à base carrée.

2. Construction de solides selon des critères géométriques

Activité 1

Chaque équipe de 4 enfants doit construire les cinq solides dont le maître a écrit la composition au tableau :

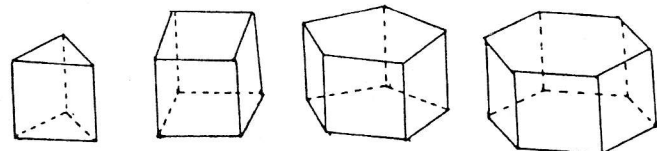
- solide 1 : 4 triangles
- solide 2 : 1 pentagone et 5 triangles
- solide 3 : 2 hexagones et 3 « double-carrés »
- solide 4 : 3 « double-carrés »
- solide 5 : 1 hexagone et 6 triangles

Il s'agit donc de construire respectivement un tétraèdre régulier, une pyramide à base pentagonale, un prisme droit à base hexagonale, un cube ; le cinquième solide est totalement aplati puisque les six triangles équilatéraux recouvrent exactement l'hexagone régulier.

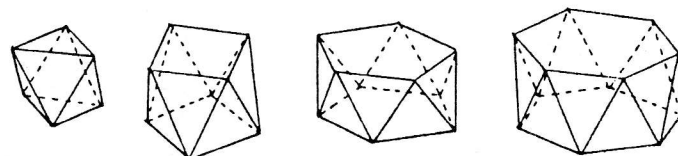
La mise en commun permet de dégager que cet assemblage n'est pas un solide et de commencer à réaliser que certaines conditions doivent être respectées pour aboutir à un solide.

Activité 2

Il s'agit de construire des solides appartenant tous à une même famille comme les pyramides, les prismes, les antiprismes (solides analogues aux prismes mais dont la ceinture latérale est constituée par des triangles placés alternativement tête-bêche), les polyèdres réguliers (solides dont toutes les faces sont identiques à un même polygone régulier disposées de manière identique en chaque sommet), etc.



prismes



antiprismes

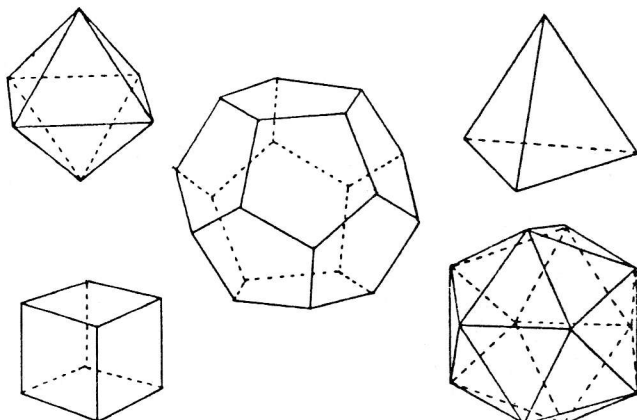
Pour cette activité, chaque groupe d'enfants reprend le solide n° 3 (prisme à base hexagonale) construit dans l'activité 1. Le maître fera constater la constitution du solide sous forme d'une ceinture de carrés entourant deux polygones identiques. La question est alors posée d'essayer de construire d'autres solides du même genre ; une mise en commun préalable permet de recenser les idées des enfants sur ce qu'il est possible de faire varier : les polygones constituant les deux bases ou les polygones constituant la ceinture.

Une première étape consiste à changer de polygone de base ; chaque équipe est invitée à construire les trois solides possibles compte tenu du matériel.

La question peut être posée d'essayer de fabriquer les polygones de bases ayant plus de six côtés ; au niveau d'un CE2 cette construction peut être au départ relativement empirique, une ceinture ayant été constituée avec 7 ou 8 carrés les enfants la posent sur une feuille de papier blanc et par tâtonnement essayent de lui donner une configuration régulière, il ne reste plus alors qu'à pointer les sommets sur le papier puis à tracer et à découper un gabarit ; les productions des différentes équipes seront comparées par superposition, par pliage pour déterminer celles qui sont les plus adéquates (ce type de validation est suffisant pour un CE2).

La deuxième étape consiste à changer de polygone de ceinture et donc à rechercher un autre assemblage de polygones identiques fournissant une bande à bords parallèles comme c'est le cas avec les carrés ; parmi les polygones disponibles seuls les triangles équilatéraux le permettent. Le problème est donc posé d'abord de chercher si on peut réaliser une bande à bords parallèles avec les triangles, avec les pentagones, avec les hexagones, puis de déterminer le nombre de triangles nécessaires pour une base pentagonale, carrée, hexagonale, triangulaire. Les enfants constateront que ce nombre est le double du nombre de côtés du polygone de base ou encore égal à la somme du nombre de côtés et du nombre de sommets de ce même polygone ; la seconde interprétation est davantage liée au mode de construction des antiprismes à partir d'une ceinture alors que la première est plus liée à une dissociation de la ceinture en deux parties : l'une attachée au polygone supérieur, l'autre au polygone inférieur ; cette deuxième interprétation sera reprise ultérieurement car elle permet aussi des constructions de polygones comme le dodécaèdre (12 faces pentagonales régulières) ou le cube.

Un premier retour peut être fait sur les solides de l'activité 1, retrouve-t-on parmi ces solides des prismes ou des antiprismes ? Le cube (solide 4) a donc été construit selon deux conceptions. Un deuxième retour peut conduire à s'intéresser à d'autres propriétés communes à certains solides de l'activité 1. Le cube est constitué uniquement de carrés, le tétraèdre uniquement de triangles. Ils appartiennent à la famille des polyèdres réguliers, appelés également solides de Platon.



les cinq solides de Platon

Activité 3

Il s'agit de rechercher différentes façons de construire un cube à l'aide du matériel. Entre 6 carrés et 3 « double-carrés » toutes les combinaisons sont possibles. Parmi les différentes possibilités on recherchera celles qui permettent de décomposer le cube en deux assemblages identiques ; ceux-ci comportent nécessairement 3 carrés chacun, de ce fait il n'y a que deux possibilités :



On peut noter que ces deux décompositions correspondent à deux façons de tenir le cube : soit avec deux doigts reposant sur deux sommets diagonalement opposés, soit avec deux doigts de chaque main enserrant chacune un couple de faces opposées.

Parmi les solides déjà rencontrés et construits, en existe-t-il qui soit décomposable de façon similaire ? Le tétraèdre est décomposable en deux couples de deux triangles reliés par un côté ; le prisme à base hexagonale est décomposable de deux façons alors que cela n'est évidemment pas possible pour les prismes comportant un nombre impair de faces latérales. Tous les antiprismes sont facilement décomposables en deux parties identiques en laissant attachés à chaque base les triangles qui lui sont reliés par un côté.

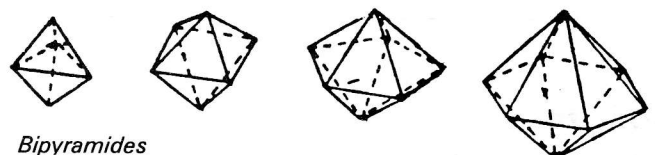
En prolongement de cette activité on peut construire le dodécaèdre à partir de deux « coques » constituées par cinq pentagones ceinturant un autre pentagone. La construction de la première coque sera guidée par le maître.

Activité 4

Elle consiste à construire de nouveaux solides en assemblant d'autres solides déjà construits.

De cette manière on peut obtenir des solides complexes, en particulier non convexes, et on favorise ainsi l'analyse ultérieure de solides complexes comme composés de solides simples.

Chaque équipe construit en grand nombre des pyramides à base triangulaire, carrée, pentagonale, des cubes, des prismes et antiprismes, un dodécaèdre. Une première étape consiste à rechercher des solides composés à l'aide de deux autres solides d'abord identiques puis différents ; dans le premier cas ce sont les pyramides qui fournissent les solides les plus intéressants car constitués, en fait, uniquement par des triangles équilatéraux. Une fois le solide envisagé on pourra supprimer les deux bases de la pyramide qui sont superposées, on obtient une bipyramide. Une deuxième étape consiste à recouvrir par des pyramides identiques toutes les faces d'un solide régulier comme le cube ou de dodécaèdre, ou bien les deux bases d'un prisme ou d'un antiprisme.



Bipyramides

Dans les deux cas on pourra rechercher si parmi les solides construits figurent des polyèdres réguliers : on en trouvera deux : l'octaèdre (8 triangles équilatéraux) obtenu à partir de deux pyramides à base carrée et l'icosaèdre (20 triangles équilatéraux) obtenu à partir d'un antiprisme et de deux pyramides à base pentagonale.

Une troisième étape consiste à ne plus limiter le nombre de solides à assembler et à laisser les enfants donner libre cours à leur imagination pour constituer des solides tout à fait fantastiques ! ■