

La vie des ARBELS

3ème épisode :

La reproduction des Arbels.



Feuilleton géométrique de
Gérard Bel-CHAUVAT.

[N'est-il pas plaisant de retrouver ici les coefficients binômiaux, le triangle de Pascal et la formule du binôme ... ?]

Nos deux premiers épisodes reproduisaient le texte intégral, délicieusement parfumé d'un romantisme pubère, de deux "devoirs à la maison" donnés en classe de Troisième. Cet épisode-ci, de par son sujet plus délicat n'a pas fait l'objet d'un tel devoir ; en fait le texte suit de près une fiche élaborée par des collègues du Lycée Grandmont (Tours) qu'il me plaît de saluer ici et maintenant ...

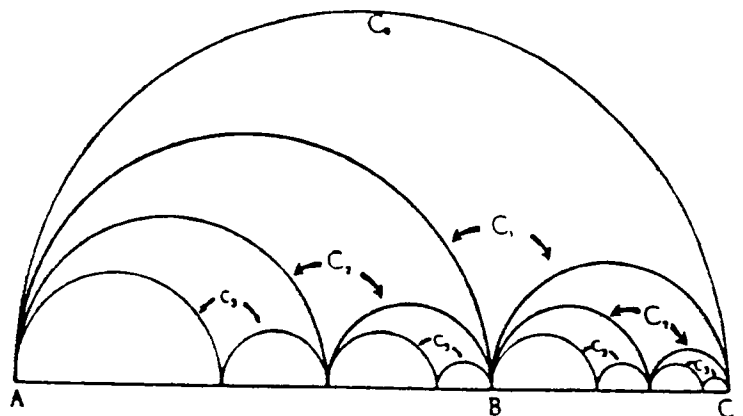
Sujet délicat ? certes puisque nous abordons la célèbre question du sexe des arbels et le problème controversé de leur reproduction : les premiers arbelogues (Pappus d'Alexandrie - IV^e siècle avant notre ère, Michel Darchimède - plus tard) se perdaient en conjecture et n'envisageaient que la reproduction des arbels centrés (i.e. $k = \frac{1}{2}$ voir 2ème épisode).

Il est temps de vous dire la vérité :
LES ARBELS SONT HERMAPHRODITES - quel terme affreux, dites ?! mais ce n'est pas tout : **ET AUTOGAMES !!**

Voyez sur la figure 1 une étape de cette autofécondation : arbels-mère et filles ayant toutes le même rapport k . La première génération (arbel-mère) est limitée par les courbes C_0 et C_n ...

- 1) Quel est le nombre de demi-cercles constituant $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$?
et leurs diamètres ? (en fonction de

$$k = \frac{AB}{AC} \text{).}$$



- 2) Comment les longueurs $l_1, l_2, \dots, l_n, \dots$ des courbes $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$ varient-elles ?

- 3) Quelles sont les aires $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ des domaines limités par la courbe $C_0, (C_1, C_2, \dots, C_n, \dots)$ et le segment $[AB]$?

Exprimer A_n en fonction de k et n . Cette aire peut-elle être inférieure à $\pi \cdot 10^{-3}$?

[Unité d'aire : carré de côté AC]

Cette étude vous fait penser aux fractals ? ... c'est le moment de relire l'article de M.Darche et P.Monsellier in PLOT n°9 !

La courbe C_∞ est-elle fractale ?

Si oui quelle est sa dimension au sens de Hausdorff ?