NOUVELLE MÉTHODE DE RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE LA SCOLARITÉ OBLIGATOIRE

ROGERIE (ST-JUNIEN-Haute-Vienne)

En réponse à l'article de F. ROYOUX du PLOT n° 1, une présentation de la méthode d'enseignement des mathématiques par la voie expérimentale par un pionnier de la recherche pédagogique et le doyen de l'A.P.M.E.P.

Cette méthode donne la possibilité à chaque enseigné de construire un savoir mathématique à sa mesure qu'il comprend parfaitement et sait utiliser soit pour résoudre des problèmes nouveaux, soit pour l'insérer dans un savoir d'un niveau supérieur à l'aide de ses réflexions inductives portant sur le savoir déjà acquis par la méthode précitée.

Avant de présenter avec plus de précision cette méthode, il est intéressant de se reporter à l'article de F. ROYOUX*. Aux cours de ses réflexions très pertinentes sur les problèmes de compréhension des mathématiques, F. ROYOUX fait mention de trois méthodes principales de présentation du savoir mathématique :

a) la méthode d'induction guidée

b) celle de déduction programmée, et

c) la méthode de déduction.

Après avoir indiqué en quoi consiste chacune d'elles, il en apprécie l'efficacité par rapport aux exigences de l'enseignement des mathématiques.

A ce sujet, il se place aux points de vue suivants : solidité du savoir mémorisé, présence de la phase de synthèse et d'une théorie de l'exercice d'application, renforcement des procédés opératoires, maîtrise de l'obstacle linguistique, passage des mathématiques à la physique, transfert d'un apprentissage d'un domaine culturel à un autre, comparaison des réflexes donnés par une formation dans laquelle domine l'imitation et des réflexes donnés par une formation dans laquelle se manifeste la libre initiative de l'enseigné.

* *PLOT n° 1 page 5.*

Sur tous ces points, de grande importance, F. ROYOUX pense qu'il y a souvent insuffisance et même parfois carence des trois méthodes dont il fait mention. Il écrit "on le voit pour nous les exigences de l'enseignement des mathématiques sont multiples et la synthèse ne nous paraît totalement réalisée dans aucune méthode pédagogique actuellement utilisée".

La sévérité des critiques de F. ROYOUX à l'égard des trois méthodes actuellement les plus pratiquées pour présenter le savoir mathématique ne me paraissent nullement excessives. Bien au contraire. Il est en supplément d'autres exigences de cet enseignement auxquelles aucune des trois méthodes précitées ne satisfait :

Cet enseignement devrait en effet munir chaque enseigné :

1°/ de formes de connaissances à sa mesure qu'il sache utiliser soit pour résoudre les problèmes pratiques dont les solutions peuvent être déduites de ces formes, soit pour insérer ces formes dans d'autres d'un niveau supérieur, et

2°/ de méthodes de recherche de la solution de problèmes nouveaux.

Sur ces deux exigences, le pourcentage d'élèves chez qui elles ne sont pas satisfaites, déjà apparent au CE, va croissant avec la poursuite de la scolarité.

Ces deux exigences ne peuvent être satisfaites que par une nouvelle méthode d'enseignement qui serait d'abord expérimentale et inductive ensuite avant de pouvoir être déductive.

La méthode d'induction guidée marque à ce sujet un changement heureux souligné par F. ROYOUX. Cette méthode rompt, en partie, avec les méthodes traditionnelles trop exclusivement déductives et parfois dogmatiques. Elle introduit le phénomène induction comme facteur de l'acquisition du savoir mathématique. Mais la rupture reste incomplète et tardive. Dans le processus de la genèse naturelle chez l'enseigné des connaissances générales exprimées selon le symbolisme mathématique, la phase inductive de ce processus se situe au 4ème rang. La 3ème phase est celle de la résolution par la voie expérimentale effective, simulée ou seulement imaginée d'ensembles de problèmes de la même classe. Chacun de ces problèmes fournit une relation : celle qui permet de passer des données de chaque problème à sa réponse. Par ses réflexions inductives, le chercheur tire de l'ensemble des relations particulières fournies par les solutions des problèmes précités, une relation générale valable pour résoudre tous les problèmes de la classe considérée. La phase déductive du processus de genèse naturelle se situe donc au 5ème rang de ce processus.

La démarche qui constitue la génèse naturelle des connaissances générales n'est pas respectée dans la méthode d'induction guidée (du moins telle que cette méthode est présentée par F. ROYOUX).

L'activité inductive des enseignés par cette méthode, au lieu de porter sur des connaissances acquises par la voie expérimentale porte sur des formes de connaissances qu'ils ont acquises par des méthodes plus ou moins déductives ou même, en partie, par la voie dogmatique. De telles connaissances n'ont pas été construites et formulées librement par ces enseignés à partir de réalités expérimentales vécues par eux. En raison de leur mode d'acquisition, ces connaissances dans l'entendement des enseignés restent plus ou moins entièrement coupées de leur signification concrète.

Elles sont plus ou moins sans liaison suffisante, à la fois, avec les réalités expérimentales qu'elles représentent symboliquement avec les situations concrètes dont elles ont été primitivement tirées comme avec des situations analogues dans lesquelles elles trouveraient leurs applications.

Faute de cette liaison impliquant l'expérimentation vécue et la libre expression des résultats de cette expérimentation, le savoir mémorisé de l'enseigné instruit par la méthode d'induction guidée constitue pour lui un monde à peu prés clos : celui des symboles mathématiques.

La connaissance de ce monde lui permet bien de résoudre certains problèmes par des combinaisons linguistiques heureuses, mais dont il ignore au moins la totale signification dans le domaine du sensible. Cette ignorance au moins partielle rend impossible à la fois la complète compréhension de ce savoir et son utilisation dans tous les domaines dans lesquels elle peut l'être.

En définitive, si l'on se place dans l'optique de la nécessité d'une liaison établie dans l'entendement de l'enseigné entre son savoir et la signification de ce savoir dans le domaine du concret, la méthode d'induction guidée ne satisfait pas suffisamment à cette exigence de l'enseignement des mathématiques.

Cette exigence cependant est d'une importance capitale puisque sans cette liaison le savoir mémorisé de l'enseigné ne peut être qu'imparfaitement compris et appliqué, à des fins pratiques. Sans compter que son apprentissage apparaît particulièrement rebutant.

Pour ce qui concerne les deux autres méthodes de présentation du savoir mathématique dont fait mention F. ROYOUX :

- celle de déduction classique et
- celle de déduction programmée

la liaison précitée est encore plus mal assurée. Seuls les problèmes résolus par la méthode expérimentale permettent d'établir à coup sûr la liaison relative aux domaines du concret dans lesquels ces problèmes ont été pris. Avec les trois méthodes précitées pour un pourcentage d'élèves qui va croissant avec la poursuite de leurs études, aucune liaison totale ne s'établit. Dans certaines classes de 4ème et de 3ème, au moment où les nouveaux programmes y ont été appliqués selon les méthodes traditionnelles ce pourcentage, d'après les maîtres de ces classes voisinait le 95 %.

Parmi l'ensemble des enseignés chez qui cette liaison est absente, il est possible de distinguer plusieurs sous-ensembles non disjoints d'enseignés :

a) le sous-ensemble de ceux qui ont refusé les formes de connaissances générales qui leur sont présentées les trouvant incompréhensibles, sans signification

b) celui des enseignés qui ont opposé à cette présentation des réactions d'ennui, de découragement et même d'hostilité.

c) le sous-ensemble de ceux qui ne sont pas parvenus à mémoriser le savoir qui leur a été présenté et

d) le sous-ensemble de ceux qui les ayant mémorisées sont incapables de les utiliser.

Face à tant d'échecs, un changement des programmes ne saurait suffire. Les changements de programmes qui se sont multipliés ces dernières décennies en sont la preuve. Il faut procéder à un changement des méthodes actuellement pratiquées.

Il faut avoir recours à celles qui établissent dans l'entendement de chaque enseigné une liaison durable entre le savoir mémorisé d'une part et d'autre part les réalités expérimentales que ce savoir représente symboliquement, ainsi qu'avec les situations concrètes dans lesquelles ce savoir peut être puisé ou appliqué.

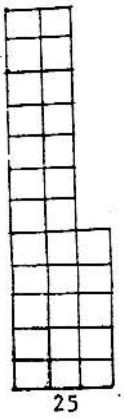
Cette liaison doit être à double effet. Par le premier effet, le savoir doit ramener à la mémoire de l'enseigné à la fois les réalités expérimentales et les situations concrètes précitées. Par le deuxième effet réciproquement le contact de l'enseigné avec ces situations doit ramener à sa mémoire le savoir qui s'y rapporte.

Par ces deux effets, ce savoir d'une part se conserve et tend même à s'enrichir, d'autre part il est correctement utilisé soit pour résoudre par des réflexions déductives de nouveaux problèmes soit en s'insérant dans un savoir d'un niveau supérieur par des réflexions inductives.

Une longue expérimentation entreprise vers 1925 poursuivie jusqu'à ce jour, ayant portée sur des sujets d'âges, de potentialités et de niveaux culturels très différents et sur moi-même m'a donné la quasi certitude que la liaison plus haut mentionnée s'établit d'elle même lorsque le sujet construit et formule lui-même son savoir mathématique à partir de connaissances fournies par la résolution des problèmes par la voie des manipulations raisonnées portant sur un matériel adéquat.

Ces manipulations sont d'abord tâtonnées. C'est ainsi que pour obtenir la longueur du côté du carré dont l'aire vaut 25 cm^2, le débutant prendra 25 cm^2 (fig. 1) portés chacun par l'une des faces d'un cm^3 et les agencera de façon à former une plaque carrée (fig. 2).

Les réflexions faites au cours de ces tâtonnements ont pour objet d'orienter les manipulations vers l'obtention de la plaque carrée.



25
fig. 1

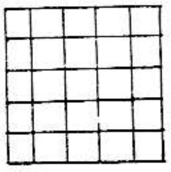


fig. 2

Ces tâtonnements sont constitués par une suite de réflexions et de manipulations enchevêtrées. Dans cette suite chaque manipulation suggère une réflexion concernant la manipulation à effectuer pour progresser vers le but visé. La validité de cette réflexion est infirmée ou confirmée expérimentalement par une nouvelle manipulation. Il s'agit donc bien d'un ensemble de manipulations et de réflexions associées qui constitue une démarche orientée vers un but précis. Cette démarche est une manifestation de l'activité de raisonnement. Les raisonnements tenus ne sont ni d'ordre inductif, ni d'ordre déductif car ils ne font passer celui qui les tient ni d'un niveau d'abstraction inférieur à un niveau supérieur ni d'un niveau supérieur à un niveau inférieur. On peut les désigner par raisonnements expérimentaux. Comme l'argumentation qu'ils permettent de soutenir ne saurait exister sans les tâtonnements qui accompagnent ces formes de l'activité de raisonnement , on peut lier à ce mode d'activité intellectuelle la notion d'assistance. Nous dirons donc dans cette première phase de la recherche de la solution d'un problème par la voie expérimentale , qu'il s'agit d'un raisonnement expérimental assisté par des manipulations tâtonnées.

La solution du problème de la détermination du côté d'un carré formé avec 25 cm^2 est une solution concrète. Son exactitude est fonction de celle du matériel employée. La réponse du problème envisagé est donnée par la mesure du côté de la plaque carrée représentée par la figure 2. On saura bien par cette mesure que ce côté vaut aux environs de 5 cm ; mais il sera difficile de choisir entre deux limites telles que 4,9 et 5,1 cm. La certitude que la longueur du côté du carré formé avec 25 cm^2 est bien 5 cm sera donnée par la deuxième phase du processus de genèse commence avec les tâtonnements. Ce processus à son terme doit aboutir :

- d'une part à la règle classique d'extration de la racine carrée d'un nombre
- et d'autre part aux notions de nombre carré parfait et de nombres irrationnels.

Il s'agit donc d'un processus qui pour être parcouru par chaque enseigné selon la méthode d'enseignement des mathématiques par la voie expérimentale exige plusieurs années scolaires. Il en est de même des autres processus. Leurs premières phases sont du domaine du C.P. et même parfois de celui des écoles maternelles. Leurs dernières phases sont atteintes seulement au niveau de la 3ème. Cette caractéristique de la méthode d'enseignement des mathématiques par la voie expérimentale permet de mettre fin aux divers cloisonnements qui séparent actuellement les différentes classes d'un même établissement ainsi que le primaire du 2ème degré.

Nous avons vu que par l'expérimentation tâtonnée on aboutit nécessairement à une solution concrète qui permet seulement une réponse approchée(mesure de la longueur du côté du carré construit - fig.2). La réponse mathématique correspondant à 25 cm^2 idéalement réalisés et mis en place par des manipulations méthodiques est donnée par la description de l'évènement mathématique qui serait obtenue par ces manipulations méthodiques portant sur les 25 cm^2 précités.

Quant aux manipulations méthodiques le chercheur parvient à les trouver par la répétition des manipulations tâtonnées. Elles sont constituées par un cheminement raisonné parfaitement déterminé et mémorisé par l'enseigné. C'est la description de ce cheminement raisonnée qui constitue la solution mathématique du problème cherché. La description de l'évènement mathématique réalisé par le cheminement raisonné tiré des manipulations méthodiques n'est pas formulé dans le langage du mathématicien. Il l'est dans le langage courant assorti de nombres naturels et précisé par un graphisme si c'est nécessaire.

Ce mode de langage, dans la méthode d'enseignement des mathématiques par la voie expérimentale constitue la forme de départ du langage opératoire de l'enseigné qui le modifiera librement en y incorporant les autres catégories de nombres et en réduisant la place occupée par les termes du langage usuel. Ainsi se trouvera surmonté l'obstacle du langage signalé par F. ROYOUX.

Cette méthode d'enseignement reste inchangée quelle que soit la discipline expérimentale ou la technique pratique qui lui fournit les les problèmes à résoudre. Dans tous les cas la recherche de la solution de tout problème nouveau peut donner lieu au même processus de manipulation et de réflexions enchevétrées.

A ce point de vue cette méthode s'inscrit comme un élément d'une pédagogie de la transdisciplinarité.

Son mérite essentiel est comme je l'ai déjà dit qu'elle munit chaque enseigné à la fois :

a) de formes de connaissance à sa mesure qu'il sait utiliser : soit pour résoudre les problèmes dont les solutions peuvent être déduites de ces connaissances, soit pour insérer ces formes dans d'autres d'un niveau supérieur et qu'il saura également utiliser de la même façon et

b) de techniques expérimentales qui lui donneront la possibilité de rechercher la solution de problèmes nouveaux et d'accroître son savoir par lui-même.

Par cette possibilité la méthode en question devient un élément non seulement d'une pédagogie pour la formation initiale mais aussi pour la formation continue.