ACTIVITES GEOMETRIQUES

par J. TOUILLET
(CES de PARTHENAY)

Les élèves de 4ème ont plus de difficultés à opérer dans un ensemble infini que dans un ensemble fini. Les activités de constructions géométriques constituent un support appréciable pour élaborer des concepts.

Les élèves de 4ème prennent contact avec le vectoriel, il serait ambitieux d'espèrer qu'ils acquièrent la notion d'espace vectoriel, mais on peut essayer de construire avec eux un embryon.

Dans un ensemble de bipoints dont l'image géométrique est finie, on étudiera la relation d'équipollence et les translations.

Un vecteur est une classe d'équivalence de bipoints équipollents ou un vecteur est le graphe d'une translation.

La figure de base est un parallélogramme pour lequel on se donne deux programmes de construction ; si on peut, on démontrera l'équivalence des deux programmes.

1°) (A, B, C, D) est un parallelogramme si {AB , CD} et {BC , DA} sont 2 paires de parallèles de direction différentes.

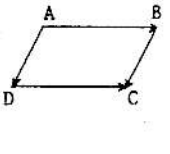
- le tracé peut se faire sur feuille blanche avec règle et équerre,

- ou sur papier quadrillé en comptant les carreaux, les élèves ont fait en 5ème des translations sur quadrillage.

2°) (A, B, C, D) est un parallélogramme si (AC) et (BD) ont même milieu ; la règle avec point milieu est assez commode dans ce cas.

Si l'on a 2 points (A,B) , combien a-t-on de bipoints ? Ce n'est pas très intéressant, on y reviendra plus tard.

Si l'on a 4 points (A, B, C, D) tels que (A, B, C, D) soit un parallélogramme, on peut rechercher les bipoints, les élèves ont vu le produit cartésien en 5ème. 10 bipoints c'est impressionnant, mais on va les classer.

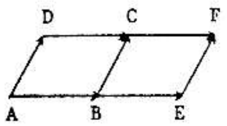


{(A,A),(B,B),(C,C),(D,D)} on peut dessiner des boucles.

{(A,B),(D,C)} {(A,D);(B,C)} c'est une conséquence immédiate de la définition de l'équipollence.

{(BA) , (CD)} {DA , CB}. Il reste encore 4 bipoints à caser ; (AC) est seul parmi les équipollents à (A,C) ; même situation pour (B,D) et leurs symétriques viennent complèter l'ensemble fini des 10 bipoints.

On peut placer à côté de ce parallélogramme un autre tel que B soit milieu de (AE) et C milieu de (D,P)

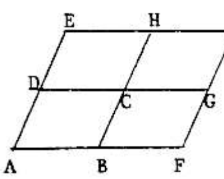


Les classes d'équivalence s'enrichissent, les représentants du vecteur nul sont les plus nombreux. Il devient intéressant de coder les classes d'équivalence, avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ on peut réaliser ce codage.

$\overrightarrow{AB}$; $2\overrightarrow{AB}$; $-\overrightarrow{AB}$; $-2\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$; $-\overrightarrow{AD}$

On pourra dénombrer les vecteurs qui ont des représentants de ce petit dessin. On aura envie de l'agrandir, de voir un peu plus loin si la méthode d'exploration peut être étendue, l'idée de vecteur est en train de se former.

Translation sur un quadrillage construit à partir du parallélogramme (A, B, C, D)



D est milieu de (A,E)

B est milieu de (A,F)

C est milieu de (B,H) et (D,G)

$FG \cap EH = \{I\}$

La translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ est une fonction définie par $t_{(\overrightarrow{AB})}(C) = G$ signifie : les bipoints (AB) et (CG) sont équipollents.

Ecrire le graphe de $t_{\overrightarrow{AB}}$ dans cet ensemble fini est assez facile et même intéressant.

$$\mathcal{G}(t_{\overrightarrow{AB}}) = \{AB, BF, DC, CG, EH, HI\}$$

Certains points n'ont pas d'image dans l'ensemble volontairement limité que nous avons construit ; certains points ne sont l'image d'aucun point de notre ensemble choisi. Si on veut l'image de E ou de H pour $t_{\overrightarrow{AD}}$ on peut la construire.

L'activité de dénombrement des translations qu'on peut représenter dans ce petit quadrillage s'appuie sur le dessin et entraîne une certaine réflexion. Je crois que les élèves éprouvent une certaine satisfaction de trouver les 25 translations.

Si on construit un réseau à 10 points, le nombre de bipoints devient 250 ; combien pouvons-nous figurer de translations ? L'espoir d'arriver à les trouver toutes est assez motivant.

Maintenant on peut sans doute aborder le calcul vectoriel, sur réseau tout fait qu'on trouve chez le marchand de papier quadrillé, ou bien en le faisant soi-même sur papier blanc avec des crayons de couleur.