

LES BOULIERS

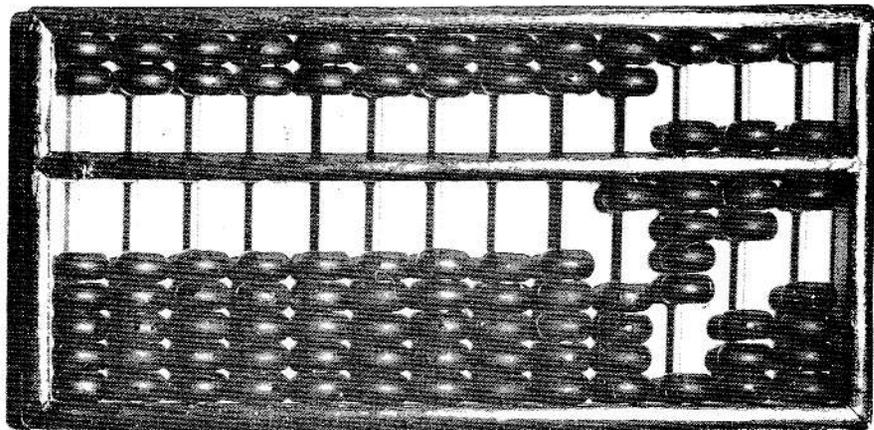
par Roger CRÉPIN
(LIMOGES - Haute-Vienne)

A - Présentation

Le boulier est parfois appelé "abaque" du grec "Abax)signifiant tablette. Il paraît être apparu très tôt en Chine et s'être répandu ensuite rapidement dans toute l'Asie, puis l'Europe. On le retrouve simplifié en Russie et au Japon.

Ci-dessous présentons successivement le boulier chinois, le boulier russe, le boulier japonais et le boulier opéra ce dernier étant de fabrication artisanale personnelle.

1/ Le boulier chinois, en plus du cadre de bois rectangulaire, a une baguette séparant des rangées de boules (voir photo ci-dessous). Le nombre des rangées de boules est variable, il est en moyenne de douze ou treize.



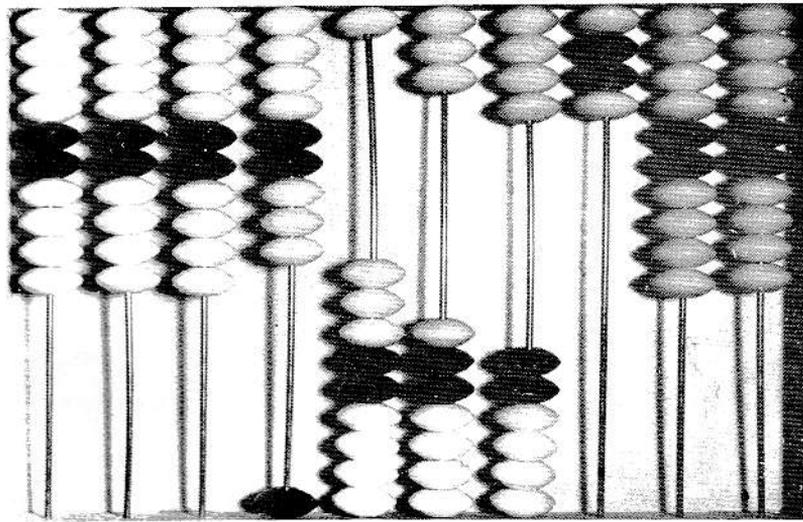
Il est utilisé dans la position ci-dessus , toujours horizontalement. La partie supérieure comprend pour chaque rangée deux boules dont chacune a une valeur de cinq unités, la partie inférieure comprend cinq boules par rangées, ces cinq boules ont une valeur d'une unité. Les boules prennent leur valeur si on les rapproche de la baguette.

Exercice : inscrire 1976 (voir photographie).

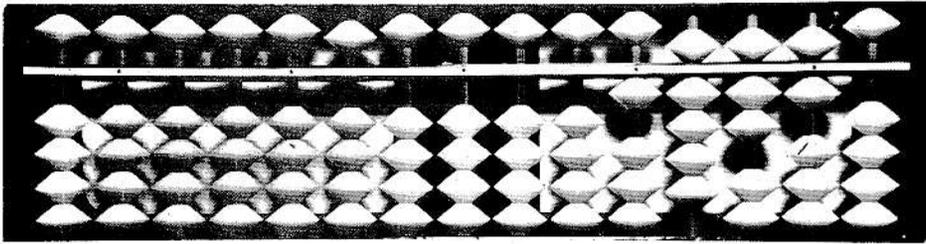
En prenant les rangées à partir de la droite, le 6 sera affiché sur la première (5 et 1), le 7 sera sur la deuxième (5 et 2), le 9 sera sur la troisième (5 et 4), le 1 sera sur la quatrième (0 et 1).

2/ Le boulier russe. Il est utilisé dans la même position que le boulier chinois. Il n'a pas de baguette, chaque rangée comprend dix boules (à l'exception d'une qui en comprend 4), chaque boule a pour valeur l'unité (sauf pour les quatre boules qui seraient associées à la monnaie: le quart de rouble).

Sur ce boulier peuvent être inscrits les nombres décimaux à deux décimales la tige des quatre boules indiquant l'emplacement de la virgule.



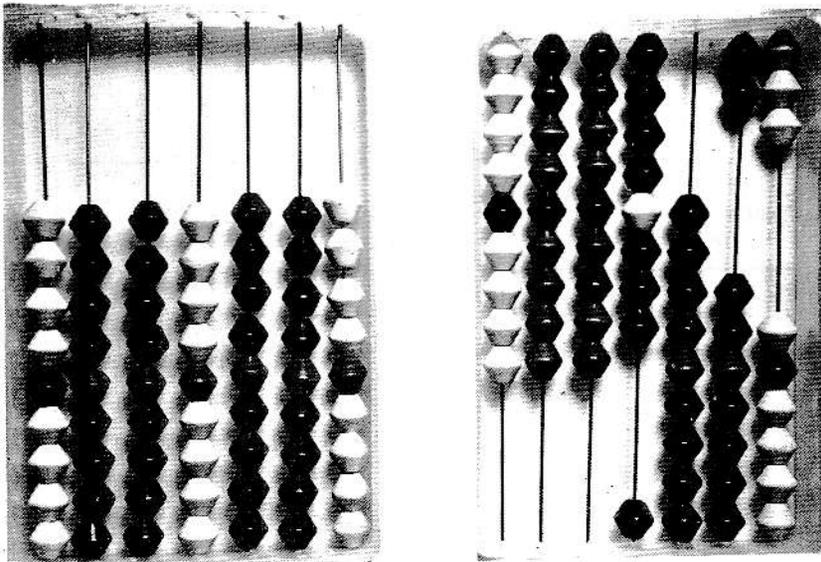
La baguette du boulier chinois est remplacée par un repérage des boules cinq et six qui sont d'une autre couleur. Les boules prennent leur valeur en les rapprochant du bord inférieur. Pour inscrire 1976, 6 sur la quatrième tige à partir de la droite, 7 sur la cinquième, 9 sur la sixième, 1 sur la septième (voir photographie). Les boules noires sont des repères pour 5 et 6 sur chaque tige et une boule noire pour repérer les unités de mille. Ce qui permet de prendre le boulier dans les deux sens sans ennui.

3/ Le boulier japonais

Il est utilisé dans la même position que les deux précédents. Il a une baguette, les boules prennent leur valeur si on les rapproche de la baguette.

Exercice : inscrire 1976 (voir photographie).

Remarque : les petits points noirs sur la baguette représentent les unités.

4/ Le boulier "opéra"

Il n'a pas de baguette, chaque rangée comprend 9 boules. Dans la position de la photographie, on repère les unités simples, mille, millions par une couleur différente. Pour faciliter la manipulation, la boule cinq est de couleur différente.

Sur ce boulier on a inscrit 1976.

Le boulier comprend deux bouliers identiques qui forment boîte. Les deux bouliers sont utiles pour la division des nombres entiers.

N.B.- Pour ce boulier de construction artisanale, si vous voulez connaître les matériaux adressez vous à l'auteur de l'article.

B/ Fonctionnement des bouliers

1/ Chinois - Les nombres doivent être repérés d'une seule manière après conversion.

Par exemple, sur la tige unité, on peut inscrire au maximum 15, à la fin d'un calcul, il ne faut pas laisser sur une tige un nombre supérieur ou égal à 10. C'est-à-dire que l'on convertit 12 par exemple par 2 boules sur la tige unité et 1 boule sur la tige immédiatement à gauche.

2/ Russe- Avec la même remarque, pour dix la conversion consiste à remplacer les dix boules par une boule de la tige immédiatement à gauche. Cette conversion est à faire avant de continuer un calcul.

3/ Japonais et opéra- Les conversions n'existent pas. Ils obligent plus au calcul mental.

C/ COMPARAISON DES BOULIERS

Nombres de possibilités

(Chaque ligne indique une possibilité)

	RUSSE	CHINOIS	JAPONAIS	OPERA
POUR INSCRIRE DIX	- dix boules - une boule de la tige suivante	- deux boules 5 et cinq boules 1 - une boule 1 de la 2ème tige.	- une boule de la 2ème tige	- une boule de la 2ème tige
POUR ADDITIONNER UN	n+1 n+(10-9)	n+1 n+(5-4) n+(10-9)	n+1 n+(5-4) n+(10-1)	n+1 n+(10-9)
DEUX	n+2 n+(10-8)	n+2 n+(5-3) n+(10-8)	n+2 n+(5-3) n+(10-8)	n+2 n+(10-8)
TROIS	n+3 n+(10-7)	n+3 n+(5-2) n+(10-7)	n+3 n+(5-2) n+(10-7)	n+3 n+(10-7)
QUATRE	n+4 n+(10-6)	n+4 n+(10-6) n+(5-2)	n+4 n+(10-6) n+(5-2)	n+4 n+(10-6)
CINQ	n+5 n+(10-5)	n+5 (1 boule) n+(10-5)	n+5 (1 boule) n+(10-5)	n+5 n+(10-5)
SIX	n+6 n+(10-4)	n+(5+1) n+(10-4)	n+(5+1) n+(10-4)	n+6 n+(10-4)
SEPT	n+7 n+(10-3)	n+(5+2) n+(10-3)	n+(5+2) n+(10-3)	n+7 n+(10-3)
HUIT	n+8 n+(10-2)	n+(5+3) n+(10-2)	n+(5+3) n+(10-2)	n+8 n+(10-2)
NEUF	n+9 n+(10-1)	n+(5+4) n+(10-1)	n+(5+4) n+(10-1)	n+9 n+(10-1)
DIX	n+10 (1 boule) n+(100-90)	n+10 n+(50-40) n+(100-90)	n+10 n+(50-40) n+(100-90)	n+10 n+(100-90)
QUINZE	n+15 n+(100-90-5) n+(100-80+5)	n+(10+5) n+(50-40)+5 n+(50-30-5)	n+(10+5) n+(50-40)+5 n+(50-30-5)	n+15 n+(100-90-5) n+(100-80)+5
CENT	n+100 (+ boule) n+(1000-900)
MILLE

Toutes les possibilités d'écritures sont liées à la numération décimale et à l'usage des compléments à la base (ici dix).

L'usage du boulier consolide les propriétés additives de N.

Addition et Soustraction

Les tiges seront codées de la droite vers la gauche
A, B, C, D, E, F, G.

Additionner sera codé : "a" suivi du nombre que l'on additionne.

Soustraire sera codé : "s" suivi du nombre que l'on soustrait.

	RUSSE	CHINOIS	JAPONAIS	OPERA
Additionner DIX	tige A, dix boules $\boxed{1}$ tige B, une boule $\boxed{1}$	tige A, cinq boules $\boxed{1}$ et 1 boule $\boxed{5}$ tige A, deux boules $\boxed{5}$ tige B, une boule $\boxed{1}$	tige B, une boule $\boxed{1}$	tige B, une boule $\boxed{1}$
	CINQ	A cinq boules $\boxed{1}$	A une boule $\boxed{5}$ A cinq boules $\boxed{1}$	A une boule $\boxed{5}$ A cinq boules $\boxed{1}$
Soustraire UN	A s une $\boxed{1}$ B s une $\boxed{1}$ A a neuf $\boxed{1}$	A s une $\boxed{1}$ B s une $\boxed{1}$ a neuf $\boxed{5}+(1+1+1)$		
	DEUX	A s deux $\boxed{1}$ B s un $\boxed{1}$ et A a huit $\boxed{1}$	A s deux $\boxed{1}$ B s un $\boxed{1}$ et A a huit $\boxed{1}$ A s cinq $\boxed{5}$ et a trois	A s $\boxed{2}$ B s $\boxed{1}$ et A a (5+trois) A s $\boxed{5}$ et a $\boxed{4}$
TROIS	A (-3) B (-1) et A (+7)			

D/ EXERCICESConnaissance du boulier "opéra"

1) Les bouliers sont prévus pour enfants. Les boules sont à déplacer avec l'extrémité pointue d'un crayon à billes pour les utilisateurs qui ont les doigts trop gros.

2) a- Dénombrer de 4 en 4, à partir de 4999 à 3989, le plus rapidement possible, sans oublier de nombres. Nombre de coups ?

b- Dénombrer en faisant successivement agir les opérateurs $\boxed{-4}$, $\boxed{-8}$, $\boxed{-12}$, $\boxed{-16}$, la suite de nombres obtenus de 4999 à 3989 peut être mise par écrit afin de contrôler la justesse du calcul tous les trois coups (opérateur $\boxed{-40}$).

3) a- Dénombrer de 7 en 7, à partir de 6543, faire 20 coups.

b- Dénombrer de 3 en 3, à partir de 3456, faire 20 coups.

Comparer l'action sur le boulier de chaque coup des opérateurs $\boxed{-3}$ et $\boxed{-7}$

On obtient 2 listes de nombres : comparer les unités de ces nombres.

c- A partir de 5000, avec le nombre de coups que vous désirez

- . faire agir $\boxed{+5}$ et $\boxed{-5}$, $\boxed{+10}$ ou $\boxed{-10}$,
- . faire agir $\boxed{+6}$ et $\boxed{-4}$, $\boxed{-6}$ et $\boxed{+4}$, $\boxed{+6}$ et $\boxed{+4}$
- . faire agir $\boxed{+8}$ et $\boxed{+2}$, $\boxed{-8}$ et $\boxed{-2}$; $\boxed{-8}$ et $\boxed{+2}$
- $\boxed{+8}$ et $\boxed{-2}$
- . faire agir $\boxed{+9}$ et $\boxed{+1}$, $\boxed{+9}$ et $\boxed{-1}$, $\boxed{-9}$ et $\boxed{+1}$
- $\boxed{-9}$ et $\boxed{-1}$

Ce travail peut être fait à deux pour comparer les gestes, Comparaison des compétences des opérateurs humains.

4) a- Compter de 99 en 99, de 999 en 999, de 9999 en 9999

b- Compter de 11 en 11, de 111 en 111, de 1111 en 1111

5) Extension selon l'imagination aux opérateurs dont les parties numériques associées sont :

23	123	48	54	6742	12345	39	19	27
77	877	52	46	3258	87655	61	31	23

6) a- Prendre le double du nombre 7, puis le double de ce nombre et ainsi de suite.

b- A partir de 29 prendre le double, puis le double de ce nombre et ainsi de suite.

7) Inventez.

E/ Exemples d'exercices faits en classe de sixième avec des bouliers "opéra"

Utilisation pour addition

1) Calculer

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \text{ ET}$$

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3$$

$$13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 \text{ et}$$

$$19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13$$

$$23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89 \text{ et}$$

$$89 + 78 + 67 + 56 + 45 + 34 + 23$$

Les calculs à comparer peuvent être faits aux deux extrémités du boulier. Ainsi un calcul est associé à une de ces vérifications.

2) Propriétés

- A - Associativité : .Calculer $(742 + 654) + 26$ et $742 + (654 + 26)$
 .Calculer $87 + 69 + 89 + 123$ de toutes les manières possibles sans changer l'ordre des nombres.
 .Calculer $888 + 27 + 992 + 9453$ avec la même méthode.

: -Eléments particuliers

Calculer avec la même méthode :

$$742 + 650 + 405 ; 1005 + 605 + 940 ; 5000 + 600 + 70 + 7$$

- Effectuer les calculs suivants et contrôlez votre temps.

$$37 + 74 + 92 + 55 + 69 + 34 + 18 + 45 + 53 + 87$$

$$21 + 78 + 93 + 65 + 79 + 44 + 28 + 51 + 72 + 83$$

$$53 + 87 + 18 + 45 + 34 + 55 + 69 + 91 + 37 + 73$$

$$217 + 123 + 93 + 77 + 439$$

$$78 + 66 + 132 + 304 + 125$$

$$269 + 359 + 409 + 268$$

$$372 + 489 + 228 + 511$$

$$73 + 4 + 121 + 415 + 3584 + 648 + 17055$$

$$1\ 344\ 641 + 732\ 127 + 64\ 064 + 19\ 384 + 5\ 079\ 408$$

B- Commutativité - Vérification simple sur des exemples

3) Ordre : $a \leq a+b$

Aux deux extrémités des bouliers.

$$5 \text{ et } 7 \text{ avec } 7 = 5+2$$

Inventez des nombres à comparer :

a- ayant même nombre de chiffres

b- ayant un nombre différent de chiffres

exemple : 7452 et 887

$$1000 < 7452 \text{ et } < 887 \quad 1000$$

4) Pour travailler en base autre que dix, une barrette amovible permet de bloquer une boule sur chaque tige pour la base neuf, deux pour la base huit, etc...

5) Avec deux bouliers - Faire des sommes de nombres écrits dans deux bases différentes.

Exemple : dix : $74 + 54$

deux : $1001010 + 110110$

cinq : $244 + 204$

sept : $134 + 105$

Codages et décodages des mêmes nombres.

Les initiatives prises sont répertoriées sur feuille.

6) Ordre et régularité en numération décimale

a- égalité $75 + 7 = 70 + 12$ et $975 + 7 = 970 + 12$ et
 $975 + 7 = 70 + 912...$

Exercices à systématiser.

b- ordre $75 < 82$ et $975 < 982...$

$75 \leq 75 + 97$ et $875 \leq 475 + 497...$

Inventer des exercices

7- Pédagogie du paragraphe 6 : Elle est fondamentale

en 6ème et 5ème: associer à la manipulation les écritures de façon à préparer la résolution d'équations du type :

$$7 + \dots = 12 \quad \text{avec} \quad 12 = 7 + 5$$

et d'inéquations du type :

$$7 + \dots \leq 12$$

dont l'ensemble des solutions est : $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Nous n'irons pas plus loin dans cet article car il faut être virtuose dans les manipulations additives pour pouvoir aller vers la multiplication et la division.

L'année prochaine lorsque vous aurez déjà utilisé un boulier, nous vous présenterons les stratégies multiplicatives sur les quatre bouliers.