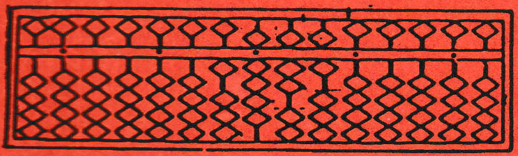
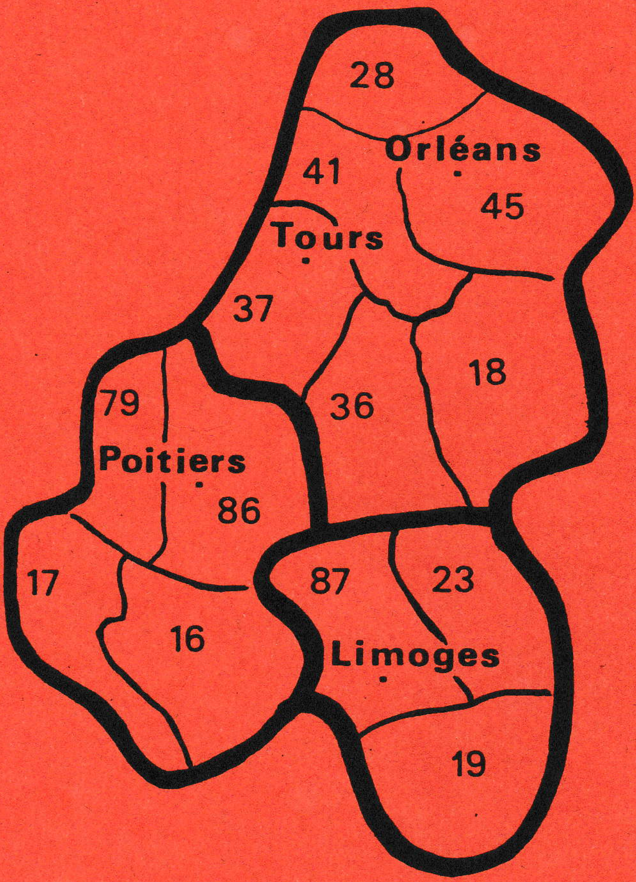
PLOT

n° 3





BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

trimestriel : **décembre 1976**

5f

plot

BULLETIN DES RÉGIONALES APMEP
DE POITIERS, LIMOGES ET ORLÉANS-TOURS

Sommaire du n° 3 :

Rencontres

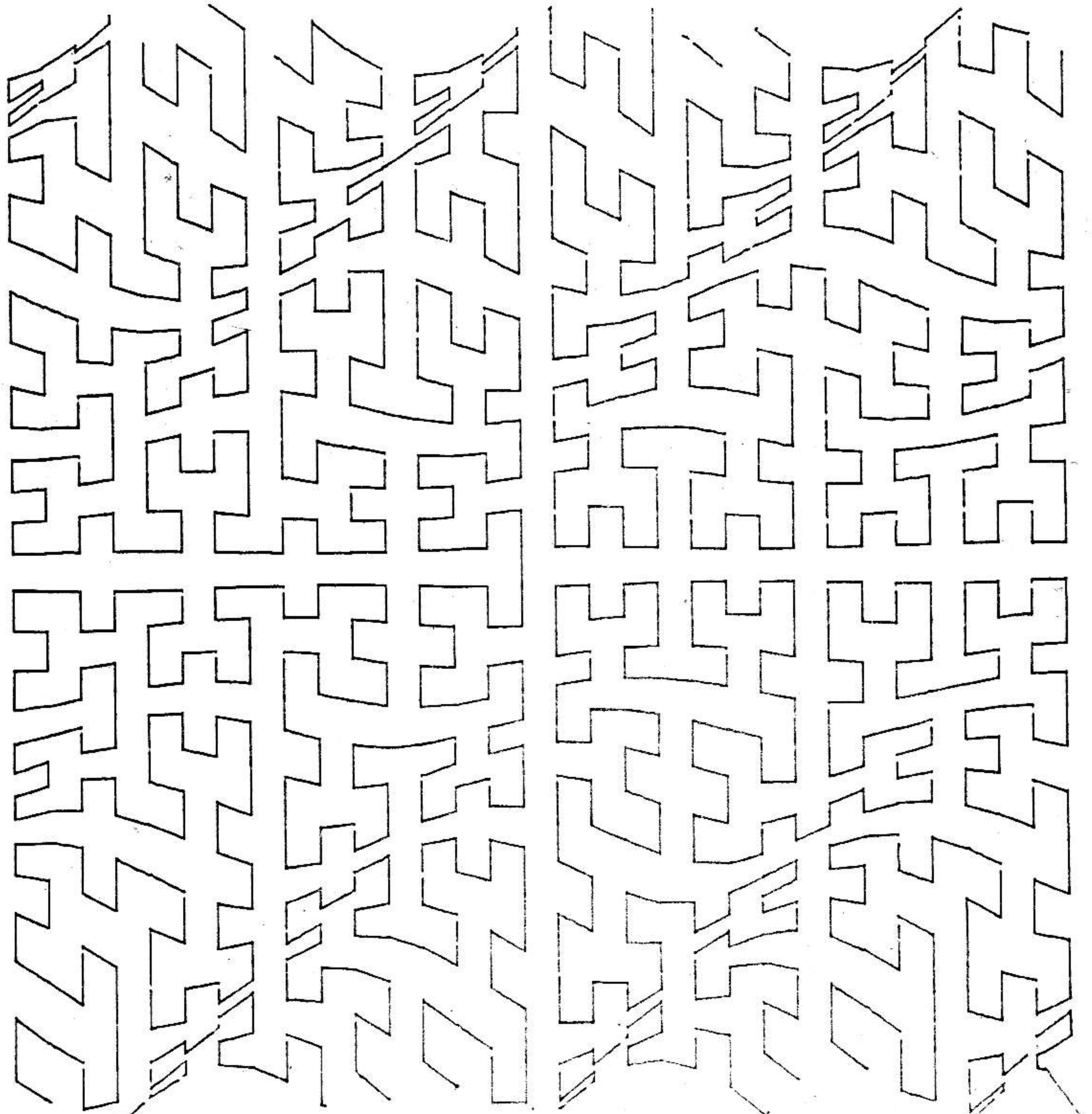
Pratique

Echanges

Communications

Agenda

2



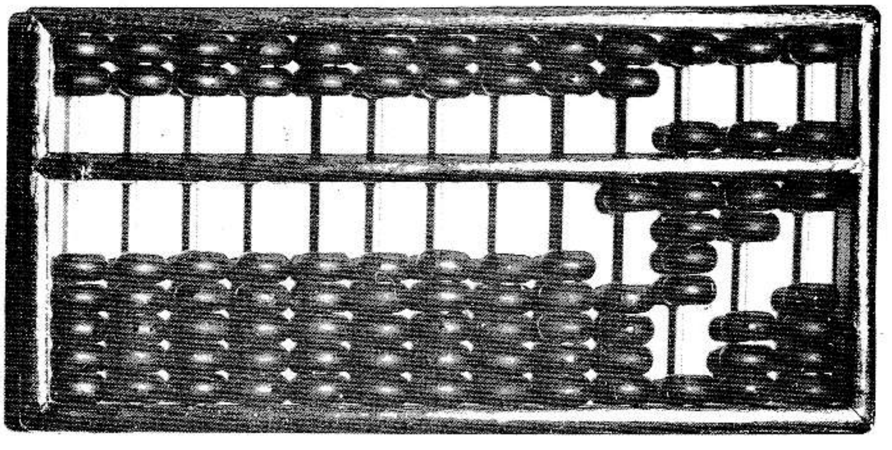
LES BOULIERS

par Roger CRÉPIN
(LIMOGES - Haute-Vienne)

A - Présentation

Le boulier est parfois appelé "abaque" du grec "Abax)signifiant tablette. Il paraît être apparu très tôt en Chine et s'être répandu ensuite rapidement dans toute l'Asie, puis l'Europe. On le retrouve simplifié en Russie et au Japon.
Ci-dessous présentons successivement le boulier chinois, le boulier russe, le boulier japonais et le boulier opéra ce dernier étant de fabrication artisinale personnelle.

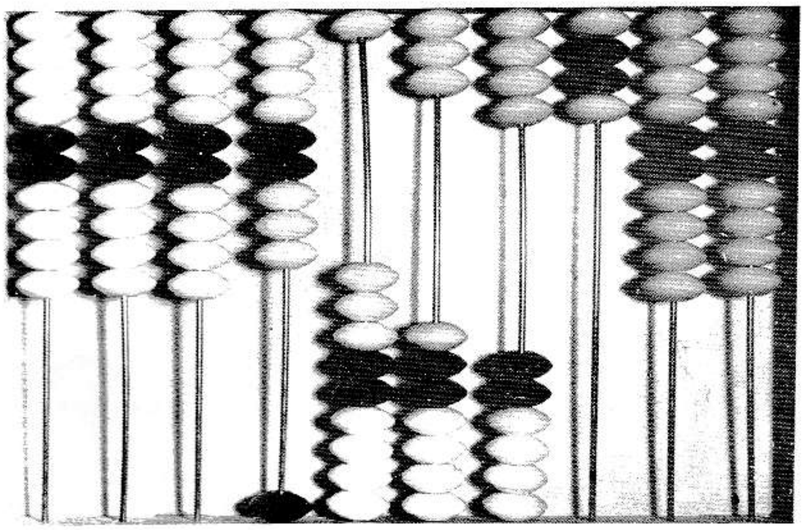
1/ Le boulier chinois, en plus du cadre de bois rectangulaire, a une baguette séparant des rangées de boules (voir photo ci-dessous). Le nombre des rangées de boules est variable, il est en moyenne de douze ou treize.



Il est utilisé dans la position ci-dessus , toujours horizontalement. La partie supérieure comprend pour chaque rangée deux boules dont chacune a une valeur de cinq unités, la partie inférieure comprend cinq boules par rangées, ces cinq boules ont une valeur d'une unité.
Les boules prennent leur valeur si on les rapproche de la baguette.

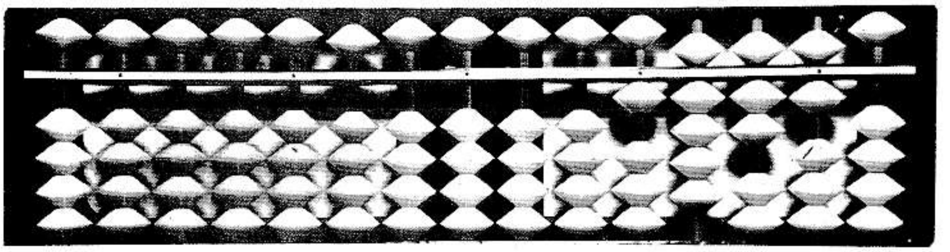
Exercice : inscrire I976 (voir photographie).
En prenant les rangées à partir de la droite, le 6 sera affiché sur la première (5 et 1), le 7 sera sur la deuxième (5 et 2), le 9 sera sur la troisième (5 et 4), le 1 sera sur la quatrième (0 et 1).

2/ Le <u>boulier russe</u>. Il est utilisé dans la même position que le boulier chinois. Il n'a pas de baguette, chaque rangée comprend dix boules (à l'exception d'une qui en comprend 4), chaque boule a pour valeur l'unité (sauf pour les quatre boules qui seraient associées à la monnaie: le quart de rouble).
Sur ce boulier peuvent être inscrits les nombres décimaux à deux décimales la tige des quatre boules indiquant l'emplacement de la virgule.



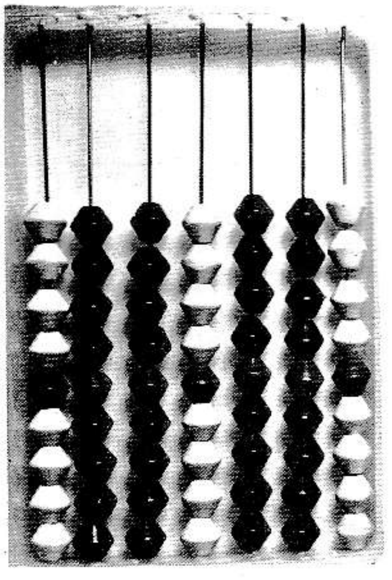
La baguette du boulier chinois est remplacée par un repérage des boules cinq et six qui sont d'une autre couleur. Les boules prennent leur valeur en les rapprochant du bord inférieur. Pour inscrire I976, 6 sur la quatrième tige à partir de la droite, 7 sur la cinquième, 9 sur la sixième, 1 sur la septième (voir photographie).
Les boules noires sont des repères pour 5 et 6 sur chaque tige et une boule noire pour repérer les unités de mille. Ce qui permet de prendre le boulier dans les deux sens sans ennui.

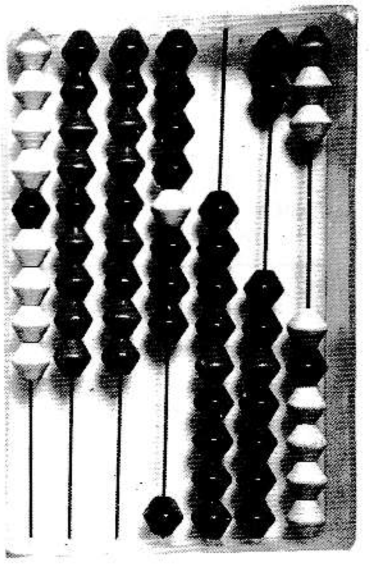
3/ Le boulier japonais



Il est utilisé dans la même position que les deux précédents. Il a une baguette, les boules prennent leur valeur si on les rapproche de la baguette.
Exercice : inscrire 1976 (voir photographie).
Remarque : les petits points noirs sur la baguette repèrent les unités.

4/ Le boulier "opéra"





Il n'a pas de baguette, chaque rangée comprend 9 boules. Dans la position de la photographie, on repère les unités simples, mille, millions par une couleur différente. Pour faciliter la manipulation, la boule cinq est de couleur différente.
Sur ce boulier on a inscrit 1976.
Le boulier comprend deux bouliers identiques qui forment boîte. Les deux bouliers sont utiles pour la division des nombres entiers.
N.B.- Pour ce boulier de construction artisanale, si vous voulez connaître les matériaux adressez vous à l'auteur de l'article.

B/ Fonctionnement des bouliers

1/ Chinois - Les nombres doivent être repérés d'une seule manière après conversion.

Par exemple, sur la tige unité, on peut inscrire au maximum I5, à la fin d'un calcul, il ne faut pas laisser sur une tige un nombre supérieur ou égal à 10. C'est-à-dire que l'on convertit 12 par exemple par 2 boules sur la tige unité et 1 boule sur la tige immédiatement à gauche.

2/ Russe- Avec la même remarque, pour dix la conversion consiste à remplacer les dix boules par une boule de la tige immédiatement à gauche. Cette conversion est à faire avant de continuer un calcul.

3/ Japonais et opéra- Les conversions n'existent pas. Ils obligent plus au calcul mental.

C/ COMPARAISON DES BOULIERS

Nombres de possibilités
(Chaque ligne indique une possibilité)

	RUSSE	CHINOIS	JAPONAIS	OPERA
POUR INSCRIRE DIX	- dix boules - une boule de la tige suivante	- deux boules 5 et cinq boules $\boxed{1}$ -une boule $\boxed{1}$ de la 2ème tige.	-une boule de la 2ème tige	-une boule de la 2ème tige
POUR ADDITIONNER UN	n+1 n+(10-9)	n+1 n+(5-4) n+(I0-9)	n+1 n+(5-4) n+(10-1)	n+1 n+(I0-9)
DEUX	n+2 n+(I0-8)	n+2 n+(5-3) n+(10-8)	n+2 n+(5-3) n+(10-8)	n+2 n+(10-8)
TROIS	n+3 n+(I0-7)	n+3 n+(5-2) n+(10-7)	n+3 n+(5-2) n+(10-7)	n+3 n+(10-7)
QUATRE	n+4 n+(I0-6)	n+4 n+(10-6) n+(6-2)	n+4 n+(10-6) n+(6-2)	n+4 n+(10-6)
CINQ	n+5 n+(10-5)	n+5 (1boule) n+(10-5)	n+5(1 boule) n+(10-5)	n+5 n+(10-5)
SIX	n+6 n+(I0-4)	n+(5+1) n+(10-4)	n+(5+1) n+(10-4)	n+6 n+(10-4)
SEPT	n+7 n+(10-3)	n+(5+2) n+(10-3)	n+(5+2) n+(10-3)	n+7 n+(10-3)
HUIT	n+8 n+(10-2)	n+(5+3) n+(I0-2)	n+(5+3) n+(10-2)	n+8 n+(10-2)
NEUF	n+9 n+(10-1)	n+(5+4) n+(10-1)	n+(5+4) n+(10-1)	n+9 n+(10-1)
DIX	n+10(1 boule) n+(100-90)	n+10 n+(50-40) n+(100-90)	n+10 n+(50-40) n+(100-90)	n+10 n+(100-90)
QUINZE	n+15 n+(100-90-5) n+(100-80+5)	n+(10+5) n+(50-40)+5 n+(50-30)-5	n+(10+5) n+(50-40)+5 n+(50-30-5)	n+15 n+(100-90-5) n+(100-80)+5
CENT	n+100 (1 boule) n+(1000-900)	....	....	....
MILLE	....	....	....	....

Toutes les possibilités d'écritures sont liées à la numération décimale et à l'usage des compléments à la base (ici dix).
L'usage du boulier consolide les propriétés additives de N.

Addition et Soustraction

Les tiges seront codées de la droite vers la gauche A, B, C, D, E, F, G.

Additionner sera codé : "a" suivi du nombre que l'on additionne.

Soustraire sera codé : "s" suivi du nombre que l'on soustrait.

	RUSSE	CHINOIS	JAPONAIS	OPERA
Additionner DIX	tige A, dix boules $\boxed{1}$ tige B, une boule $\boxed{1}$	tige A, cinq boules $\boxed{1}$ et 1 boule $\boxed{5}$ tige A, deux boules $\boxed{5}$ tige B, une boule $\boxed{1}$	tige B, une boule $\boxed{1}$	tige B, une boule $\boxed{1}$
CINQ	A cinq boules $\boxed{1}$	A une boule $\boxed{5}$ A cinq boules $\boxed{1}$	A une boule $\boxed{5}$	A cinq boules $\boxed{1}$
Soustraire UN	A s une $\boxed{1}$ B s une $\boxed{1}$ A a neuf $\boxed{1}$	A s une $\boxed{1}$ B s une $\boxed{1}$ a neuf $\boxed{5}$+(1 +1+1+1)		
DEUX	A s deux $\boxed{1}$ B s un $\boxed{1}$ et A a huit $\boxed{1}$	A s deux $\boxed{1}$ B s un $\boxed{1}$ et A a huit $\boxed{1}$ A s cinq $\boxed{5}$ et a trois	A s $\boxed{2}$ B s $\boxed{1}$ et A a (5+trois) A s $\boxed{5}$ et a $\boxed{4}$	
TROIS	A (-3) B (-1) et A (+7)			

D/ EXERCICES

Connaissance du boulier "opéra"

1) Les bouliers sont prévus pour enfants. Les boules sont à déplacer avec l'extrémité pointue d'un crayon à billes pour les utilisateurs qui ont les doigts trop gros.

2) a- Dénombrer de 4 en 4, à partir de 4999 à 3989, le plus rapidement possible, sans oublier de nombres. Nombre de coups ?

b- Dénombrer en faisant successivement agir les opérateurs $\boxed{-4}$, $\boxed{-8}$, $\boxed{-12}$, $\boxed{-16}$, la suite de nombres obtenus de 4999 à 3989 peut être mise par écrit afin de contrôler la justesse du calcul tous les trois coups (opérateur $\boxed{-40}$).

3) a- Dénombrer de 7 en 7, à partir de 6543, faire 20 coups.

b- Dénombrer de 3 en 3, à partir de 3456, faire 20 coups.

Comparer l'action sur le boulier de chaque coup des opérateurs $\boxed{-3}$ et $\boxed{-7}$

On obtient 2 listes de nombres : comparer les unités de ces nombres.

c- A partir de 5000, avec le nombre de coups que vous désirez

. faire agir $\boxed{+5}$ et $\boxed{-5}$, $\boxed{+10}$ ou $\boxed{-10}$,
. faire agir $\boxed{+6}$ et $\boxed{-4}$, $\boxed{-6}$ et $\boxed{+4}$, $\boxed{+6}$ et $\boxed{+4}$
. faire agir $\boxed{+8}$ et $\boxed{+2}$, $\boxed{-8}$ et $\boxed{-2}$; $\boxed{-8}$ et $\boxed{+2}$
$\boxed{+8}$ et $\boxed{-2}$
. faire agir $\boxed{+9}$ et $\boxed{+1}$, $\boxed{+9}$ et $\boxed{-1}$, $\boxed{-9}$ et $\boxed{+1}$
$\boxed{-9}$ et $\boxed{-1}$

Ce travail peut être fait à deux pour comparer les gestes, Comparaison des compétences des opérateurs humains.

4) a- Compter de 99 en 99, de 999 en 999, de 9999 en 9999
b- Compter de 11 en 11, de 111 en 111, de 1111 en 1111

5) Extension selon l'imagination aux opérateurs dont les parties numériques associées sont :

23	123	48	54	6742	12345	39	19	27
77	877	52	46	3258	87655	61	31	23

6) a- Prendre le double du nombre 7, puis le double de ce nombre et ainsi de suite.

b- A partir de 29 prendre le double, puis le double de ce nombre et ainsi de suite.

7) Inventez.

E/ Exemples d'exercices faits en classe de sixième avec des bouliers "opéra"

Utilisation pour addition

1) Calculer

3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 ET
10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3

I3 + I4 + I5 +16+ 17 + 18 + 19 et
19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 +13

23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89 et
89 + 78 + 67 + 56 + 45 + 34 + 23

Les calculs à comparer peuvent être faits aux deux extrémités du boulier. Ainsi un calcul est associé à une de ces vérifications.

2) Propriétés

A - Associativité : .Calcuier (742 + 654) + 26 et 742+(654 + 26)
.Calculer 87 + 69 + 89 + 123 de toutes les manières possibles sans changer l'ordre des nombres.
.Calculer 888 + 27 + 992 + 9453 avec la même méthode.

: -Eléments particuliers

Calculer avec la même méthode :

742 + 650 + 405 ; 1005 + 605 + 940 ; 5000 + 600 + 70 + 7

- Effectuer les calculs suivants et contrôlez votre temps.

37 + 74 + 92 + 55 + 69 + 34 + 18 + 45 + 53 + 87
21 + 78 + 93 + 65 + 79 + 44 + 28 + 5I + 72 +83
53 + 87 + 18 + 45 + 34 + 55 + 69 + 91 + 37 + 73
217 + 123 + 93 + 77 + 439
78 + 66 + 132 + 304 + 125
269 + 359 + 409 + 268
372 + 489 + 228 + 511
73 + 4 + 121 + 415 + 3584 + 648 + 17055
1 344 641 + 732 127 + 64 064 + 19 384 + 5 079 408

B- Commutativité - Vérification simple sur des exemples

3) Ordre : $a \leqslant a+b$

Aux deux extrémités des bouliers.

5 et 7 avec 7= 5+2

Inventez des nombres à comparer :

a- ayant même nombre de chiffres

b- ayant un nombre différent de chiffres

exemple : 7452 et 887

1000 < 7452 et < 887 1000

4) Pour travailler en base autre que dix, une barrette amovible permet de bloquer une boule sur chaque tige pour la base neuf, deux pour la base huit, etc...

5) Avec deux bouliers - Faire des sommes de nombres écrits dans deux bases différentes.

Exemple : dix : 74 +54

deux : 1001010 +110110

cinq : 244 + 204

sept : 134 + 105

Codages et décodages des mêmes nombres.

Les initiatives prises sont répertoriées sur feuille.

6) Ordre et régularité en numération décimale

a- égalité $75 + 7 = 70 + 12$ et $975 + 7 = 970 + 12$ et $975 + 7 = 70 + 912$...

Exercices à systématiser.

b- ordre $75 < 82$ et $975 < 982$...

$75 \leqslant 75 + 97$ et $875 \leqslant 475 + 497$...

Inventer des exercices

7- Pédagogie du paragraphe 6 : Elle est fondamentale en 6ème et 5ème: associer à la manipulation les écritures de façon à préparer la résolution d'équations du type :

$7 + ... = 12$ avec $12 = 7 + 5$

et d'inéquations du type :

$7 + ... \leqslant 12$

dont l'ensemble des solutions est : $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Nous n'irons pas plus loin dans cet article car il faut être virtuose dans les manipulations additives pour pouvoir aller vers la multiplication et la division.

L'année prochaine lorsque vous aurez déjà utilisé un boulier, nous vous présenterons les stratégies multiplicatives sur les quatre bouliers.

A PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE

par Raymond COUTY
(LIMOGES - Haute-Vienne)

Le point de vue d'un géomètre sur l'histoire de la géométrie et son enseignement

La géométrie, fleuron de l'esprit humain.

"Aristippus, philosophus socraticus, naufragio cum eiectus ad Rhodiensium litus animadvertisset geometrica schemata a descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur : Bene speremus, hominum enim vestigia video" (Vitruve : De architectura 1er siècle avant J.C.).

Donc, Aristippe, disciple de Socrate, jeté par un naufrage sur les rivages de l'île de Rhodes apercevant des figures géométriques dessinées sur le sable, se tournant vers ses compagnons se serait écrié "nous pouvons avoir bon espoir, car j'aperçois ici des traces d'hommes". Il voulait dire évidemment d'hommes véritables, l'activité géométrique étant pour lui l'essentiel des activités de l'homme civilisé.

Mais, "ceci se passait en des temps très anciens". Depuis, si on a cessé de considérer que l'étude de la géométrie est l'essentiel de l'activité humaine, on a pendant longtemps rangé sous le vocable géométrie l'essentiel de l'activité mathématique. D'un bon mathématicien, on disait : "c'est un fin géomètre". De cette situation, il reste des traces, puisque certains de nos plus illustres mathématiciens se retrouvent à la section "géométrie" de l'Académie des Sciences.

En opposition, tout récemment de bons esprits se sont sérieusement demandés s'il fallait vraiment enseigner la géométrie, "cet enseignement viendrait plus tard", lorsque les fondements algébriques et topologiques seraient suffisamment assurés. Si mathématiquement cette attitude est parfaitement justifiée, elle ne me paraît pas raisonnable sur le plan pratique et je crois excellent de faire faire très tôt "de la géométrie". Mais quelle géométrie ? et comment ?

Avant de répondre à cette question, je voudrais faire d'abord une très brève esquisse historique en ne retenant bien sûr que les faits qui me paraissent aujourd'hui (cela peut changer...) significatifs.

De Thalès à Bourbaki par Euclide et Hilbert

Faisons, un peu arbitrairement, commencer les choses en Egypte où les arpenteurs "mesureurs de terre" ont découvert quelques propriétés de certaines figures. Puis vers le 6ème ou 7ème siècle avant notre ère arrive Thalès qui au cours d'une visite en Egypte invité par les prêtres qui ont reconnu en lui un esprit supérieur se voit poser la question "peux tu estimer la hauteur de la pyramide du roi Chéops" ?

On connaît l'histoire, Thalès au grand étonnement du prêtre, par des mesures de longueurs d'ombres, va donner la réponse exacte.

Mathématiquement, sa démarche se situe à ce que l'on peut appeler le "deuxième niveau", c'est à dire que dans le cas concret qui lui est posé, il imagine une méthode qui lui permettra d'éviter la manipulation à faire et il est sûr, par son raisonnement, d'obtenir le bon résultat.
Les arpenteurs égyptiens eux, se situent au "premier niveau" : ils font des expériences, des mesures, et ils regardent et constatent.

Ensuite, vers le 4ème siècle avant notre ère arrive le premier bourbakiste de l'histoire, Euclide qui entreprend de codifier tout le savoir géométrique de son temps. Il se situe au "troisième niveau". On sait l'orgueilleuse réponse qu'il fit à Alexandrie au roi Ptolémée Philadelphe qui lui demandait s'il n'existait pas pour arriver à progresser en géométrie une méthode plus commode que les "Eléments", "En géométrie, seigneur, il n'existe point de voie royale". Mais nous savons maintenant, qu'il en existe une. En tout cas, Euclide crée une théorie axiomatisée et montre ce qu'est une démonstration mathématique.

On connaît le succès considérable de ses "Eléments" et on se souvient des discussions philosophiques qui ont suivi, sur la différence entre postulats et axiomes, la plus ou moins grande évidence des uns par rapport aux autres.

On se souvient aussi de l'enseignement de la "géométrie de papa" qui n'avait pas que des défauts, bien sûr, mais où fourmillaient les pseudo-démonstrations "lourdes d'axiomes inexprimés" car le système d'axiomes d'Euclide n'était pas très clair, en particulier il ne s'était pas posé les questions de minimalité et d'indépendance.

Dans la ligne directe d'Euclide, on eut en I899 l'ouvrage capital de Hilbert "Grundlagen der géométrie" qui donne un système d'axiomes parfaitement logique et cohérent et résout le problème de l'indépendance, il fait une construction avec cinq groupes d'axiomes (en tout une vingtaine).

"Enfin Bourbaki vint" un de ses plus éminents représentants s'écria un jour, en une formule demeurée célèbre "à bas Euclide, mort au triangle".

Pourquoi ? Parce qu'il connaissait la voie royale.
En effet, l'axiomatique d'Euclide-Hilbert basée sur les notions de longueur, d'angle, de triangle, "dissimule merveilleusement la structure vectorielle de l'espace et sans doute est elle responsable du fait que des siècles durant on a ignoré la notion de vecteur". Or, c'est justement là que passe la voie royale.

La polémique Choquet-Dieudonné

En I964 paraissent presque simultanément deux ouvrages importants à verser au dossier de l'historien de l'enseignement de la géométrie. L'un est de Dieudonné et a pour titre "Algèbre linéaire et géométrie élémentaire", l'autre, de Choquet et s'intitule "l'enseignement de la géométrie".

Tous les deux reconnaissent que la voie royale c'est l'algèbre linéaire, mais alors que Dieudonné part de l'axiomatique "nue" de l'algèbre linéaire, Choquet pour faire admettre cette axiomatique réalise un compromis entre une axiomatique du type Euclide-Hilbert et l'axiomatique de l'algèbre linéaire.

Je ne sais ce que Choquet pense du livre de Dieudonné, mais par contre tout le monde sait ce que Dieudonné pense du livre de Choquet puisqu'il écrit "le système d'axiomes proposé par Choquet, d'une remarquable ingéniosité témoigne du grand talent de son auteur. Mais je le tiens pour parfaitement inutile et même nuisible. Il ne se justifierait que si les notions qui sont à la base des axiomes du plan euclidien :addition des vecteurs, multiplication par un scalaire, produit scalaire de deux vecteurs étaient extrêmement abstraites et difficiles à représenter graphiquement,or chacun sait qu'il n'en est rien".

La voie royale

Effectivement, je pense que l'on peut assez vite commencer l'enseignement de la géométrie par la "voie royale". On sait quelles en sont les étapes essentielles :
Espace vectoriel, algèbre linéaire, groupe opérant dans un ensemble; espace affine associé à un espace vectoriel.

Bien sûr, mathématiquement, on se rend bien compte que lorsqu'on fait une démonstration en géométrie affine on a des éléments artificiels, et on sait bien qu'en fixant un point on a une structure d'espace vectoriel et que les différents espaces vectoriels ainsi obtenus sont isomorphes. D'autre part un des premiers modèles d'espace affine est une variété linéaire affine d'un espace vectoriel (partie d'un espace vectoriel déduite d'un sous-espace par translation) ; et, un théorème (dont la démonstration est loin d'être évidente...) affirme que ce modèle fournit la totalité des espaces affines, plus précisément que tout espace affine est une variété linéaire affine d'un espace vectoriel.

On pourrait donc dire, et cela a été dit, avec des raisons mathématiques tout à fait valables que l'intérêt de l'espace affine est très limité. Cependant, pour des raisons physiques, son étude me paraît nécessaire. Alors s'introduit tout de suite la notion de variété linéaire affine associée à un sous-espace vectoriel qui est sa direction. Les questions d'intersection et de parallélisme trouvent ici naturellement leur place et le fameux postulat d'Euclide devient un théorème trivial. On passe ensuite à la notion d'application affine associée à une application linéaire et on étudie tout naturellement le groupe affine, dans ce cadre le célèbre théorème de Thalès se trouve relégué au rang d'un petit corollaire.

Bien entendu, si on veut aller plus loin il faut ajouter d'autres axiomes. Avec l'existence d'une forme bilinéaire symétrique sur un espace vectoriel naît la structure d'espace vectoriel euclidien et on étudie alors les applications linéaires conservant cette forme, ce sont les applications orthogonales. Signalons en passant la notion de sous-espace inéductible pour une transformation linéaire f : il s'agit d'un sous-espace V tel que $f(V) \subset V$ et tel que, s'il existe $W \subset V$ tel $f(W) \subset W$ alors $W = \{o\}$ ou $W = V$; et un théorème affirme qu'étant donné une transformation orthogonale d'un espace euclidien, il est somme directe orthogonale de sous-espaces de dimension un ou deux irréductibles pour cette transformation.

Grâce à ce théorème l'étude des transformations orthogonales d'un espace euclidien de dimension n est ramenée aux cas $n = 1$ ou $n = 2$, ce dernier cas conduit tout naturellement à l'étude du groupe des angles.

On peut passer ensuite facilement à l'étude des transformations orthogonales d'un espace vectoriel euclidien de dimension n, il n'y a pas quant aux difficultés rencontrées de différence fondamentale de nature.

Tout cela se termine naturellement par l'espace affine euclidien et le groupe orthogonal fournit tous les éléments pour l'étude du groupe des isométries. Comparé à ce que ma génération a connu, concernant par exemple les "déplacements de l'espace", la différence est saisissante. C'est un fait remarquable, mais non isolé, que le remplacement d'une axiomatique par une autre équivalente clarifie considérablement les choses.

Et nos classes ?

Maintenant quelles conclusions tirer en ce qui concerne l'enseignement effectif dans les classes, aux enseignants de le dire..., je me bornerai simplement à quelques remarques.
D'abord, dans cette trilogie, enseignant, enseigné, matière enseignée, quel est l'objet pilote ? s'agissant de formation des maîtres on dira que c'est l'enseignant, car s'il n'est pas bien formé, il maltraitera les deux autres.

Mais, nous nous plaçons ici dans l'hypothèse du maître parfait. Alors les discussions commencent. Admettons (ce n'est pas évident pour tout le monde) que pour ce qui nous occupe l'objet pilote c'est l'enseigné. Concrètement, pour le 2ème cycle des lycées, je pense qu'il n'y a pas trop de difficultés et que l'enseignement de la géométrie tel que je viens de le décrire ne pose pas de problème majeur (du moins dans les classes scientifiques).

Pour le 1er cycle, la situation est tout autre . Il y eut d'abord les programmes de I97I construits par la commission ministérielle avec les commentaires qui les accompagnaient, destinés aux professeurs et que des éditeurs de manuels ont feint de croire destinés aux élèves. Il s'agit d'une construction mathématique irréprochable ; mais on sait très bien que cela a "mal passé". On a invoqué des raisons, par exemple que les professeurs n'étaient pas préparés, peut-être... mais je crois surtout que la raison principale est qu'il n'y a pas eu d'expérimentation préalable comme cela s'était produit pour les programmes de 6ème et 5ème. S'il y en avait eu on se serait sans doute aperçu qu'il était prématuré de vouloir faire assimiler cette construction en 4ème - 3ème.

Vous savez les remarques et critiques que ces programmes ont soulevé et puis il y a eu la circulaire ministérielle du I9 février I973. Il semble qu'elle n'ait pas eu l'audience qu'elle méritait, pourtant c'est un document qu'il faut lire et méditer car il donne aux enseignants une grande liberté et ne les enferme pas dans le carcan strict d'une construction rigoureuse.

Il me semble que dans cette affaire il faudrait retenir deux principes : d'abord que la géométrie est la première théorie physique, ensuite que "l'homme n'est ni ange ni bête et qu'à vouloir trop faire l'ange, il fait la bête".

Concrètement la conséquence du premier principe est qu'il faut réhabiliter la pédagogie de la manipulation et cela très tôt, en 6ème et 5ème faire des dessins, des constructions géométriques et pas simplement avec la règle et le compas,(c'est paraît-il une idée de Platon), mais utiliser toutes sortes d'instruments à faire réaliser en travail manuel, instruments qui réalisent des transformations de figures : translateurs, pantographes etc... Il ne s'agit pas ici de géométrie mais d'activités géométriques qui seront motivantes par la suite.

Le deuxième principe est qu'il ne faut pas, pour cet âge se donner comme but exclusif l'accession au 3ème niveau et par conséquent il ne faut pas chercher à présenter d'abord une axiomatique globale de la géométrie par ce qu'on risque fort de lâcher dans la vie des élèves qui n'auront même pas accédé au 2ème niveau, c'est à dire une certaine idée du raisonnement mathématique et un certain savoir faire autre qu'une petite recette applicable dans un cas particulier dont on sera incapable de sortir.

Au niveau des classes de 4ème et de 3ème on peut très vite introduire le vectoriel. Bien entendu, il faut des motivations. Sans entrer dans les détails qui dépasseraient le cadre de cet exposé on peut dire que des travaux sur quadrillage qui peuvent avoir été commencés en 5ème sont un bon moyen. Des expériences déjà réalisées paraissent confirmer ce point de vue. On part des quadrillages $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sur lesquels on pratique des cheminements, des transformations ; puis on passe au plan repéré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et on abandonne ensuite le repère. L'équivalence, les translations, leur composition, la multiplication d'un vecteur par un scalaire peuvent être présentés à partir de tracés associés à de nombreux calculs intégrant algèbre et géométrie dans une même étude.

Cette façon de procéder qui a l'avantage de s'insérer dans un processus continu prépare l'élève à admettre que l'on fonde l'édifice algébrico-géométrique sur des propriétés dont il lui est possible de vérifier sur des exemples l'exactitude expérimentale.

CALCUL INFINITESIMAL ET ANALYSE NON-STANDARD

compte rendu d'un exposé
de WALLET

par Jacques PINAUD

A l'occasion des journées inter-IREM sur les nombres réels organisées par l'IREM de Nantes à la faculté des sciences d'Angers les 9 et 10 avril 1976, Guy WALLET a animé un atelier "Analyse non-standard" : Jacques Pinaud y participait... (*)

"... Il se trouve que les règles du fini réussissent dans l'infini comme si il y avait des atomes..." Leibniz

Le calcul infinitésimal a présenté tout au long de son histoire une dualité de méthodes : utilisation d'une part de quantités infiniment petites, élaboration d'autre part de procédés de démonstration permettant d'évacuer les mêmes quantités. C'est Leibniz qui le premier dégage l'infiniment petit de sa gangue géométrique (voir Archimède, Fermat, Pascal, Huygens, Barrow) et en fait un nombre c'est-à-dire un objet mathématique susceptible de s'intégrer à des calculs. C'est à peu près ceci : une grandeur est infiniment petite non pas lorsqu'elle est nulle ou non nulle mais à l'instant où elle s'annule !
A l'aide de cet outil il va pouvoir reconnaître et isoler les concepts fondamentaux du calcul infinitésimal. Mais à partir du XVIII^e siècle ces "quantités évanouissantes" sont rejetées (qualifiées de métaphysique par d'Alembert).
Après Cauchy, Bolzano et Weierstrass, l'un des piliers de l'analyse *est maintenant le concept de limite. L'histoire* semble avoir donné son verdict : il n'y a plus que les physiciens qui fassent appel aux infiniment petits et infiniment grands. Mais en 1960, un logicien américain Abraham Robinson a l'idée d'utiliser un modèle non-standard pour valider la notion d'infiniment petit. La théorie qu'il met au point, nommée Analyse Non-Standard est une véritable revanche posthume de Leibniz.
Il est démontré que l'on peut reconstruire l'analyse classique en plongeant le corps des réels $\mathbb{R}$ dans un corps non-archimédien $^*\mathbb{R}$ dont certains éléments sont appelés infiniment grands ou petits.

(*) *un autre participant, J. BETREMA a publié ses notes dans le Bulletin de liaison de l'IREM de Nantes, n°4, pages 17-25.*

I- CONSTRUCTION DE $^*\mathbb{R}$

Soit $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels et $\mathcal{U}$ un ultra-filtre[1] contenant le filtre de Fréchet.

• Sur l'ensemble $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ des suites de nombres réels on définit la relation :

si $\alpha = (\alpha_k)$ et $\beta = (\beta_k)$ sont deux suites alors

$$\alpha \mathcal{R} \beta \iff \{R \in \mathbb{N} \mid x_k = y_k\} \in \mathcal{U} .$$

Proposition 1 : $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence

Définition $\quad ^*\mathbb{R} = \mathbb{R}^{\mathbb{N}}/\mathcal{R}$ (ensemble quotient)

• En définissant dans $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ les opérations $(\alpha_k) + (\beta_k) = (\alpha_k + \beta_k)$

$$(\alpha_k) \times (\beta_k) = (\alpha_k \beta_k)$$

en notant $\bar{\alpha}$ la classe d'équivalence de α.

On définit dans $^*\mathbb{R}$ les opérations
$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \overline{\alpha + \beta}$$
$$\bar{\alpha}\,\bar{\beta} = \overline{\alpha\beta}$$

Proposition 2 : $(^*\mathbb{R}, +, \times)$ est un corps.

Eléments neutres : classe suite constante nulle $\overline{(0)}$ et $\overline{(1)}$

Opposé de $\bar{\alpha}$: $-\bar{\alpha}$

Inverse de $\bar{\alpha} \in {}^*\mathbb{R} - \{0\}$: $\bar{\beta}$ telle que $\begin{cases} \beta_k = \alpha_k^{-1} & \text{si } \alpha_k \neq 0 \\ \beta_k = 0 & \text{si } \alpha_k = 0 \end{cases}$

(puisque $\bar{\alpha} \neq \overline{(0)}$, $\{k \in \mathbb{N} / \alpha_k \neq 0\} \in \mathcal{U}$)

• Relation d'ordre dans $^*\mathbb{R}$.

Définissons la relation $\leqslant$ dans $^*\mathbb{R}$ par :

$$\bar{\alpha} \leqslant \bar{\beta} \iff \{k \in \mathbb{N} \mid \alpha_k \leqslant \beta_k\} \in \mathcal{U}$$

La compatibilité étant prouvée on a

Proposition 3 :

$(^*\mathbb{R}, +, \times, \leqslant)$ est un corps totalement ordonné.

En effet soient $\bar{\alpha}$ et $\bar{\beta}$ deux éléments de $^*\mathbb{R}$. Introduisons :

$P = \{k \in \mathbb{N} \mid \alpha_k < \beta_k\}$

$Q = \{k \in \mathbb{N} \mid \alpha_k = \beta_k\}$

$R = \{k \in \mathbb{N} \mid \alpha_k > \beta_k\}$

alors $\mathbb{N} = P \cup Q \cup R$

Démontrons que l'un de ces ensembles appartient à $\mathcal{U}$.

Si $P \notin \mathcal{U}$ alors $Q \cup R \in \mathcal{U}$. Si de plus $Q \in \mathcal{U}$ alors $P \cup R \in \mathcal{U}$.

donc $R = (Q \cup R) \cap (P \cup R)$ appartient à $\mathcal{U}$.

• $^*\mathbb{R}^+$ (défini trivialement) est stable pour l'addition et la multiplication.

• $i : \mathbb{R} \longrightarrow {}^*\mathbb{R}$ est un homomorphisme de corps conservant l'ordre.
$\quad x \longrightarrow \overline{(x)}$

On confondra donc $i(\mathbb{R})$ et $\mathbb{R}$ et si $x \in \mathbb{R}$, $\overline{(x)}$ sera notée x

• L'application valeur absolue est définie trivialement.

II- INFINIMENT PETITS ET INFINIMENT GRANDS

Soit $\alpha \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ telle que $\lim_{\mathcal{U}} \alpha = \lim_{k\to\infty} \alpha_k = 0$

Alors $\forall x \in \mathbb{R}_*^+ \quad |\bar{\alpha}| < x$

Un tel élément $\bar{\alpha}$ est appelé infiniment petit.

Soit $\alpha \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ telle que $\lim_{\mathcal{U}} \alpha = +\infty$

Alors $\forall x \in \mathbb{R} \quad \bar{\alpha} > x$

On parlera alors d'infiniment grand pour $\bar{\alpha}$

- Soit I l'ensemble des infiniment petits
  Soit F l'ensemble des éléments de ${}^*\mathbb{R}$ finis en définissant

$$a \in {}^*\mathbb{R} \text{ est fini} \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} \cdot |a| \leqslant x$$

Alors : - F est un anneau
- I est un idéal maximal de F
- $F/I = \mathbb{R}$

Proposition 4 :

- ${}^*\mathbb{R}$ est non archimédien.
- Définition : soient x et y deux éléments de ${}^*\mathbb{R}$. On définit $\sim$ (infiniment proche) par :

$$x \sim y \Leftrightarrow x - y \in I$$

Alors : $\forall x \in F \quad \exists! u \in \mathbb{R} \cdot x \sim u$

- Soit $x \in F$. Alors $A = \{t \in \mathbb{R} \mid t \leqslant x\}$ a une borne supérieure réelle infiniment proche de x.

III- PROLONGEMENT D'UN SOUS-ENSEMBLE DE $\mathbb{R}$ dans ${}^*\mathbb{R}$

Soit $X \subset \mathbb{R}$. On définit ${}^*X \subset {}^*\mathbb{R}$ par

$$\bar{\alpha} \in {}^*X \Leftrightarrow \{k \in \mathbb{N} \mid \alpha_k \in X\} \in \mathcal{U} \quad ({}^*\mathbb{N} : \text{entiers non-standards})$$

PROLONGEMENT D'UNE FONCTION

Soit $f : x \longrightarrow \mathbb{R}$. On définit ${}^*f : {}^*X \longrightarrow {}^*\mathbb{R}$ par :

$$\text{si } \bar{\alpha} \in {}^*X \quad \text{alors } {}^*f(\bar{\alpha}) = \bar{\beta} \quad \text{où } \beta_k = \begin{cases} f(\alpha_k) \text{ si } \alpha_k \in X \\ 0 \text{ si } \alpha_k \notin X \end{cases}$$

ECRITURE EN ANALYSE NON-STANDARD de définition en analyse classique

- Soit $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$. Soit $a \in \overline{X}$

$$\lim_{x\to a} f(x) = 1 \Leftrightarrow \forall x \in {}^*X \quad (x \sim a \Rightarrow {}^*f(x) \sim 1)$$

- f continue sur $X \Leftrightarrow \forall x \in X \quad \forall y \in {}^*X \quad (x \sim y \Rightarrow {}^*f(x) \sim {}^*f(y))$
- f uniformément continue sur $X \Leftrightarrow \forall x \in {}^*X\ \forall y \in {}^*X \ (x \sim y \Rightarrow {}^*f(x) \sim {}^*f(y))$

En lisant "$\sim$" : "infiniment proche" les formulations ci-dessus expriment bien les idées primitives de limite et de continuité.

<u>NOTE</u> :

(1) $\mathcal{U}$ est un ultra filtre de $\mathbb{N}$ signifie :

i) $\mathcal{U}$ est un filtre,

$\left\{\begin{array}{l}\emptyset \notin \mathcal{U} \qquad \mathcal{U} \text{ est stable par l'intersection} \\ \text{Si une partie de } \mathbb{N} \text{ est dans } \mathcal{U} \text{ alors toute partie le contenant} \\ \text{y est aussi.}\end{array}\right.$

ii) Tout sous-ensemble de $\mathbb{N}$ est tel que soit lui-même, soit son complémentaire est dans $\mathcal{U}$.

BIBLIOGRAPHIE

L'ouvrage fondamental de ROBINSON [6] présente $^*R$ à partir de concepts généraux de logique, rappelés dans un premier chapitre. On aura un aperçu de cette démarche en consultant l'article de LIGHTSTONE [2].

(1) <u>BADIOU A.</u> <u>LA SUBVERSION INFINITESIMALE</u>
Cahiers pour l'Analyse. N° 9. Editions du Seuil

(2) <u>LIGHTSTONE A.H.</u> <u>INFINITESIMALS</u>
The American Mathematical Monthly. Vol 79, N° 3, 1972.

(3) <u>LUXEMBURG W.A.J.</u> <u>APPLICATIONS OF MODEL THEORY TO ALGEBRA, ANALYSIS AND PROBABILITY</u>
HOLT, RINEHART and WINSTON. New-York 1969.

(4) <u>LUXEMBURG W.A.J.</u> <u>WHAT IS NONSTANDARD ANALYSIS ?</u>
The American Mathematical Monthly. Vol 80, N° 6, Part II (1973).

(5) <u>MACHOVER M.</u> <u>LECTURES ON NONSTANDARD ANALYSIS</u>
<u>HIRSHFELD J.</u> Lectures Notes in Mathematics 94 1969.

(6) <u>ROBINSON A.</u> <u>NONSTANDARD ANALYSIS</u>
North-Holland, Amsterdam 1966.

(7) <u>VAN OSDOL D.H.</u> <u>TRUTH WITH RESPECT TO AN ULTRAFILTER OR HOW TO MAKE INTUITION RIGOROUS</u>
The American Mathematical Monthly Vol 79, N° 4, 1972.

LE PLAT DE LENTILLES *outil de pédagogie active*

par Jean SAUVY
(équipe A.R.P. - MEUDON)

Si Esaü l'avait su!

La scène se passe dans une Université parisienne où se trouvent ce jour-là, sous l'égide du Département de Didactique des Disciplines, une vingtaine d'instituteurs martiniquais et guadeloupéens séjournant en France pour un stage de longue durée.

Ils ont déjà visité plusieurs I.R.E.M. de province et écouté maintes conférences.

On m'a demandé de les "prendre en charge" pendant deux jours, me donnant entière carte blanche sur la façon d'occuper ces quatre demi-journées.

Le seul renseignement un peu précis que j'ai les concernant c'est qu'ils commencent à être saturés d'exposé et de cours...

Il faut donc que je leur propose quelques chose d'autre, quelque chose d'actif.

Pourquoi ne pas les inviter à prendre contact avec la pédagogie active par des activités appropriées ?

Peut-être, ainsi, leur intérêt sera-t-il davantage mobilisé que par l'audition d'une série d'exposés ?

Essayons.

Après quelques souhaits de bienvenue et quelques phrases de présentation je leur propose de se scinder en trois groupes qui travailleront indépendamment les uns des autres. La salle est grande. La disposition des tables et des chaises est rapidement modifiée. Tout est prêt pour les trois coups.

Au premier groupe je remets une "balance pédagogique" constituée d'un simple fléau aux extrémités duquel pendent des récipients. Mais je ne fournis aucun poids pour d'éventuelles pesées. Je remets également une grande feuille de papier quadrillé et des feutres. J'ajoute enfin un bocal d'environ 1/3 de litre de capacité rempli d'haricots blancs.

Ce déballage intrique les participants. L'un d'eux demande quel va être l'usage du matériel.

S'en servir pour apprécier rapidement -sans les compter un à un- le nombre des haricots du bocal.

Je laisse ce premier groupe à cette tâche déroutante et propose au groupe 2 un matériel pédagogique de ma fabrication fait de plaques de contre-plaqué qui, lorsqu'elles sont accolées d'une certaine façon, forment un bloc parallélipipédique sur cinq faces, la sixième tournée vers le ciel se présentant comme une surface continue dont le relief évoque un passage de trois montagnes.

Je ne donne d'autres consignes que celle, très vague, "d'explorer le matériel".

Je m'approche enfin du troisième groupe qui, de son coin, observe les deux autre et lui remets un levier arithmétique (aimablement prêté par l'O.C.D.L.), avec pour consigne d'établir à partir de manipulations la liste de tous les triplets de nombres (de 1 à 9) tous différents dont la somme soit égale à 15.

Ceci fait, mon rôle se bornera jusqu'à la fin de cette première séance de 2h 1/2 à aller de groupe en groupe, observant et, parfois, répondant, si possible de façon sybilline, aux questions que me pose tel ou tel participant.

Je ne décrirai pas en détail les activités qui se sont déployées dans les divers groupes. Ce serait fastidieux et, d'ailleurs, je n'ai pas pu tout voir et encore moins tout noter.

Voici seulement quelques brèves indications.

Dans le groupe 1 les échanges de suggestions et de réflexions vont bon train dans un climat de coopération et de bonne humeur. J'interviens avant que ne commencent les manipulations, demandant à chacun d'inscrire sur un bout de papier le nombre de haricots qu'il estime se trouver dans le bocal. On enregistre les "paris" au tableau. Ils s'échelonnent de 350 à 2 800... Il faut en avoir le coeur net et on se met fébrilement à la tâche.

La réponse tombe environ une demi-heure plus tard : 1 050 haricots à 10 ou 15 près...

Les participants du groupe 2 sont déroutés. Ils "tâtonnent expérimentalement", pour reprendre l'expression chère à Célestin Freinet, mais ils n'arrivent pas "à voir".

Certains, pensant qu'il s'agit d'un jeu sur les formes complémentaires, s'acharnent à regrouper deux par deux les plaques, s'efforçant de faire coïncider les saillies des contours de l'une avec les creux de l'autre. En vain !

Une jeune institutrice, posant elle aussi les éléments à plat sur la table, cherche à les placer bout à bout pour réaliser une guirlande se refermant sur elle-même...

Un autre encore traite les éléments comme si c'était les pièces d'un jeu de construction et réalise un étrange et fragile château que n'aurait sans doute pas renié tel peintre surréaliste.

Je sens de l'amusement chez certains, mais aussi de l'agacement chez d'autres, de ne pouvoir "percer l'énigme". Je brûle d'intervenir mais, fidèle aux principes de base de la pédagogie active, je m'abstiens.

Dans le troisième groupe les choses vont presque trop bien. On est dans un domaine connu : les nombres, la manipulation est ressentie comme superflue, cependant, songeant aux enfants, certains participants s'astreignent à réaliser par tâtonnements des équilibres du type :

$$1 + 9 + 5 = 10 + 5$$
$$2 + 9 + 4 = 10 + 5$$

(Dans ce groupe l'intérêt ne s'éveillera vraiment qu'au cours d'une séance ultérieure, quand j'introduirai les carrés magiques en relation avec le problème des symétries du carré).

Dans l'après-midi les groupes sont invités :
a) à permuter,
b) à se passer les "consignes".

Cela entraîne pas mal de brouhaha, mais c'est vivant et sympathique.

Le lendemain matin je propose des <u>prolongements</u> aux activités de la veille, par exemple un jeu qui consiste à découvrir sur un "échiquier" de 16 x 16 cases, en un minimum de questions appelant une réponse oui/non, une case que l'un des participants à choisie "dans sa tête".

Je fais également plier une bande de papier en deux parties égales, puis encore en deux, puis encore en deux... et je demande l'analogie de structure entre cette manipulation et celle faite la veille pour déterminer approximativement le nombre des haricots. Peut-on, en opérant ainsi, apprécier sans mesure la longueur approximative de la bande ?

Puis nous partons sur la série des puissances de 2 et de 1/2, nous taquinons au passage les logarithmes à base 2, et cherchons d'autres manipulations du même ordre avec, cette fois, des pièces de monnaie.

Dans l'après-midi de ce deuxième jour nous abandonnons les manipulations et cherchons à amorcer la "théorie de la pratique" des trois séances précédentes. Cela me donne l'occasion d'apporter quelques précisions sur la méthode pédagogique dite des "centres d'intérêt" préconisée voici quelque quarante ans par le Dr Decroly et sur la façon dont elle est appliquée de nos jours à l'école Decroly de St Mandé.

Constatant, l'intérêt que semblent prendre les participants à cette discussion, je retire l'impression que j'ai bien fait de commencer par des manipulations et non par un exposé en bonne et due forme.

J'ai seulement regretté de ne pas avoir apporté un plat de lentilles qui aurait permis "d'enchaîner" sur le bocal de haricots...

DÉCOUVERTE DES LOIS DU HASARD A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

par Joël BRIAND
(équipe «école élémentaire» IREM de BORDEAUX)

Un "briant" exposé le 28 janvier 1976 à Angoulême relatait une expérience d'initiation aux Probabilités conduite dans une classe de cours moyen par l'équipe "enseignement des mathématiques à l'école élémentaire" de l'IREM de Bordeaux animée par Guy BROUSSEAU.

I - INTRODUCTION

A - 1) Le processus d'apprentissage étudié ressemble à la méthode de redécouverte, mais on tente de réaliser en fait la méthode par adaptation.

Une bouteille opaque permet de faire très rapidement des tirages avec remise. Les enfants connaissent le nombre total des billes de la bouteille (5). Il s'agit d'abord de décider quel contenu de la bouteille on retient pour expliquer et prévoir les tirages, ensuite élaborer une méthode (un algorithme) pour décider du contenu d'une bouteille quelconque. Après une ou deux vérifications, les enfants construisent leur conviction et tentent d'emporter celle de leurs camarades par des preuves intellectuelles.

D'emblée, ils élaborent, puis valident des algorithmes divers, construisent les principales notions de probabilités et de statistiques, non pas indépendamment les une des autres, mais associées en modèles. Très vite, ils comprennent le sens du test d'hypothèses.

2) La plupart des projets actuellement à l'étude envisagent l'apprentissage suivant des schémas classiques : entre 6 et 12 ans, l'enfant est systématiquement mis en présence de situations aléatoires, invité à l'emploi d'un vocabulaire spécial, entraîné à des dénombrements et à l'analyse combinatoire, habitué à des descriptions statistiques. Ces petits morceaux de "savoir" seront censés se recoller le moment venu pour s'organiser en une théorie mathématique formelle, voire axiomatisée. L'habitude, l'imprégnation progressive est supposée capable de donner du sens à toutes ces activités.

La signification profonde des concepts et des méthodes, leur justification, leur fondement théorique et expérimental n'apparaîtront qu'à la fin des études, dans le cadre de réflexions, non nécessairement mathématiques, comme un complément culturel réservé au plus curieux.

3) Un apprentissage par adaptation à propos de ces mêmes concepts implique au contraire que l'on pose aux enfants un problème à résoudre, suffisamment global pour que le but et le sens de l'action soit le guide de la mathématisation en cours. Les rôles réciproques des probabilités et des statistiques apparaissent de façon correcte dans une réponse de l'enfant à un problème épistémologique complet. Les étapes de l'apprentissage sont alors des reprises successives de la situation avec des niveaux de compréhension, de formulation et de formalisation de plus en plus élevés et efficaces.

B - a) Cette tâche paraît bien difficile pour des enfants de cet âge, mais elle s'éclaire au fur et à mesure qu'ils progressent dans trois directions :

* Décrire et analyser des résultats d'expériences : (tirages, suites de tirages) à l'aide de statistiques : fréquence d'apparition d'une boule noire, mode, moyenne...

* Distinguer les événements qui peuvent se produire dans une expérience et fabriquent un système pour prévoir leur apparition.

* Emettre des hypothèses sur le contenu d'une bouteille qu'il observe.

L'enfant établit des liaisons convenables entre les éléments de statistiques, de probabilités, et les hypothèses qu'il conçoit. Ces liaisons constituent le modèle probabiliste.

b) Le processus :

L'enfant est conduit à construire des modèles de plus en plus satisfaisants qui relient et expliquent de façon de plus en plus précise un plus grand nombre de faits.

Le processus consiste en une confrontation de ces 3 sortes d'approche à travers les expériences, les prévisions et les modèles.

Cette confrontation permet :

* Une relance constante de l'activité des enfants. Exemple : pour expliquer des résultats statistiques, les enfants émettent une hypothèse sur le contenu de la bouteille à laquelle ils rattachent certaines prévisions qu'ils essaient de vérifier par une expérience nouvelle.

* De comprendre que finalement, ce n'est pas découvrir la composition de la bouteille qui compte mais plutôt trouver un moyen d'être convaincu qu'il s'agit de telle ou de telle composition.

C'est pour cela, que passées les deux premières leçons, les enfants ne devront plus ouvrir les bouteilles pour vérifier.

Plus tard, l'enfant est amené à se préoccuper du risque qu'il prend lorsqu'il décide de telle composition. En effet, on ne peut dissocier une prévision de sa probabilité de réalisation.

c) Rapports avec la formation mathématique des enfants :

Pour valider leurs prédictions, les enfants choisissent certains outils mathématiques qui correspondent au modèle probabilités qu'ils envisagent.

Tout au long de cette série de leçons, les outils suivants ont été utilisés :

* De très nombreux calculs (additions, divisions, etc...)
* Les décimaux,
* Les intervalles;
* Les représentations graphiques,
* Les fonctions linéaires (proportionalité).

II - LE DEROULEMENT DE L'EXPERIMENTATION

A - PRISE DE CONTACT AVEC LE HASARD

Les enfants manipulent des bouteilles opaques contenant 5 billes : des noires et des blanches.

Chaque groupe d'enfants doit trouver une méthode pour découvrir la composition de sa bouteille.

a) Les enfants cherchent un moyen pour résoudre le problème. Une fois convenu de ne pas ouvrir la bouteille, ils décident de prendre en compte les apparitions des billes au travers du bouchon.

b) Nous laissons aux enfants le soin de l'organisation de leur travail. Ils décident de noter leurs résultats lorsqu'ils pensent que cela peut aider à la recherche.

Ils s'organisent et notent les résultats des tirages de diverses manières

FIGURE 3

B	N
⧄	⧄
⧄	⧄
⧄	⧄
⧄	⧄
⧄	┌
⧄	
┌	

FIGURE 4

0B 4N	1B 3N	2B 3N	3B 2N	4B 1N	5B 0N
0B 4N	1B 3N	2B 3N	3B 2N	4B 1N	5B 0N
0B 4N	1B 3N	2B 3N	3B 2N	4B 1N	
0B 4N		2B 3N	3B 2N	4B 1N	
		2B 3N	3B 2N	4B 1N	
		2B 3N	3B 2N		
		2B 3N	3B 2N		
		2B 3N	3B 2N		
		2B 3N	3B 2N		
		2B 3N	3B 2N		
		2B 3N			

Ils font des remarques objectives : "sur 10 tirages, j'ai tiré plus de blanches que de noires".

Ils expriment des conjonctures et les discutent : "sur 5 tirages, j'ai obtenu : "blanc, noir, noir, blanc, blanc", donc il y a trois billes blanches et 2 billes noires".

"Si on a 3 blanches et 2 noires, il doit sortir 3 blanches et 2 noires quand on fera 5 tirages".

La vérification expérimentale va remettre en cause cette dernière affirmation et relancer l'intérêt de la classe. Les enfants vont proposer une autre composition, et effectuer le même raisonnement. Petit à petit, ils se rendent compte que c'est le raisonnement lui-même qui n'est pas correct.

REMARQUE :

Certains groupes, comme l'illustre la figure 4, font des séries de 5 tirages et regardent la série qui apparaît le plus souvent.

D'autres ont l'idée de cumuler les résultats de plusieurs manipulations successives. Le choix de l'une ou l'autre de ces deux méthodes influe beaucoup sur le déroulement des séances à venir.

Très vite, les enfants ont une idée précise du contenu de la bouteille, mais ne disposent pas d'un moyen pour prouver cette idée.

"Il y a trois blanches et deux noires, mais il pourrait y avoir quatre blanches et une noire".

SIMULATION (2 séances)

La discussion se poursuit lors de la 4ème séance.

- 2 groupes (sur 5) cumulent leurs résultats avec ceux obtenus la veille (avec la même bouteille). Leur travail porte alors sur 300-400 tirages, un groupe voudrait fabriquer une bouteille pour "comparer". Cette idée de simuler l'expérience avec une bouteille transparente dont on connaît la composition est acceptée par tous les autres groupes.

Dans cette bouteille, les enfants mettent la composition qu'ils pressentent comme étant celle de leur bouteille opaque, d'autres mettent la composition qu'ils croient pouvoir écarter.

Ils travaillent alors par comparaison des suites de tirages.

Cette première séquence d'activités s'achève. Elle a permis aux enfants de prendre contact avec le hasard, d'appréhender diverses statistiques. Aucune n'a fait l'objet d'une mise au point par les maîtres, mais le rôle du nombre de tirages et l'intérêt de traiter la plus grande quantité d'informations possibles ont été perçus de façon intuitive, ainsi que la stratégie générale du test d'hypothèse : affirmer une prévision et constater par l'expérience dans quelle mesure cette prévision peut-elle ou non être infirmée. Ce qui est infirmé est faux, mais ce qui n'est pas infirmé n'est pas forcément vrai. Cette dissymétrie est intuitivement perçue dans plusieurs cas.

B - DECOUVERTE DE LA PROBABILITE

Les enfants sont maintenant convaincus que les relations entre le contenu de la bouteille et les suites de tirages obtenus ne dépendent sans doute pas du moment de l'observation. En effet, ils cumulent les résultats, découpent en sous-séquences de 5 tirages.

Ceci va les conduire, pour faire des prévisions qui leur donnent satisfaction sur des plus grands nombres de tirages, à postuler la linéarité (voir ci-après)

La vérification de ces prévisions exige de grands tirages et permet de choisir celle qui apparaît la meilleure : la valeur de convergence.

Ils admettent aussi que cette valeur représente la meilleure prévision pour des petits nombres de tirages et le vérifient en considérant les séries de tirages qu'ils possèdent.

Les enfants travaillent par groupes

LES PREVISIONS (3 séances)

La maîtresse demande aux enfants : "voici une bouteille dans laquelle il y a 3 billes blanches et 2 billes noires. Pouvez-vous prévoir sur 100 tirages ce qui peut sortir ? Vous n'écrirez ces prévisions que lorsqu'elles satisferont tout le groupe".

FIGURE 6

(59B, 41N)
(58B, 42N)
(60B, 40N)
(62B, 38N)
(65B, 35N)

Les enfants marquent les résultats qu'ils estiment possibles (figure 6)

LA LINEARITE (2 séances)

"Prévoyez sur 200 tirages ce qui peut sortir".

Certains enfants prévoient à nouveau ; d'autres utilisent les prévisions faites pour 100 tirages pour prévoir sur 200 tirages.

Exemple : Prévision pour 100 tirages 58B 42N
donc prévision pour 200 tirages 2 × 58, 2 × 42 : 104B 84N.

UN GRAND NOMBRE DE TIRAGES (2 séances)

Les enfants pressentent que la vérification expérimentale doit être en accord avec leurs prévisions sur un grand nombre de tirages.

Exemples de prévisions :

100^e tirages :	59B	41N
500^e tirages :	295B	205N
....		
$10\ 000^e$ " :	5900B	4100N

100^e tirages :	58b	42N
500^e tirages :	290B	210N
....		
$10\ 000^e$ " :	5800B	4200N

100^e tirages :	65B	35N
500^e tirages :	325B	175N
....		
$10\ 000^e$ " :	6500B	3500N

Ainsi pour prévoir d'une manière satisfaisante pour eux, les enfants fabriquent une application "prévisions" linéaire qui soit la plus "proche" des applications "résultats" qu'ils possèdent.

Ce sont les résultats sur un grand nombre de tirages qui vont permettre de choisir cette application linéaire.

$10^e 000^e$ tirages :	6 000B	4 000N
$5^e 000^e$ tirages :	3 000B	2 000N
500^e tirages :	300B	200N

Remarque : pour faciliter leur travail, la maîtresse donne aux enfants des listes de tirages toutes prêtes issues de bouteilles de composition connue.

RETOUR AUX PETITS TIRAGES (2 séances)

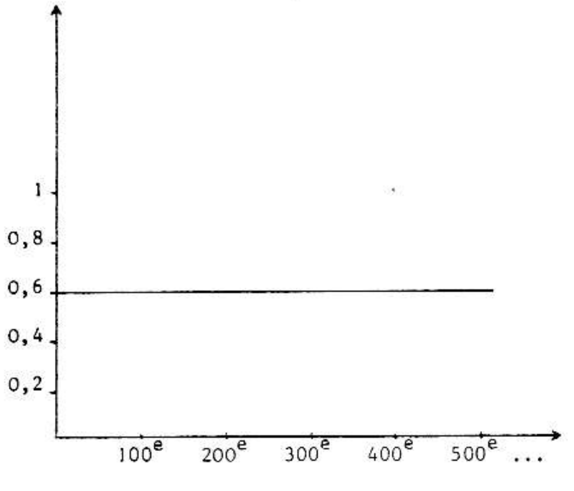
Les enfants s'accordent pour juger cette application également satisfaisante pour des petits tirages. Ils font des vérifications expérimentales.

Remarque :

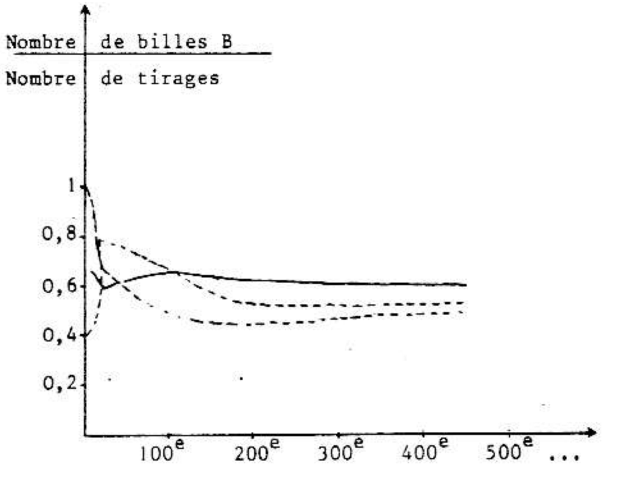
A cette époque, les mots : probabilités (opérateur prévision) et fréquence ont été introduits pour faciliter la discussion.

PREVISIONS			RESULTATS		
Tirage	B	Opérateur prévisions	Tirage	B	Fréquence
10^e	6	× 0,6	10^e	7	0,7
30^e	18	× 0,6	30^e	19	0,63
100^e	60	× 0,6	100^e	68	0,68
200^e	120	× 0,6	200^e	128	0,64
300^e	180	× 0,6	300^e	187	0,62
500^e	300	× 0,6	500^e	306	0,61

PREVISIONS (pour 3B 2N)



RESULTATS



Les enfants découvrent alors que, pour prévoir on peut prolonger l'application linéaire et la définir directement à partir de la composition de la bouteille :

Exemple :

5 billes	:	3 Blanches	2 Noires
100^e tirage	:	60B	40N
200^e tirage	:	120B	80N
....			
$10\ 000^e$ tirage	:	6000B	4000N

Ainsi, la probabilité apparaît d'une part, comme résultat d'un calcul a priori (combinatoire à partir de la composition de la bouteille), d'autre part comme valeur expérimentale où semble se stabiliser la fréquence cumulée (loi des grands nombres).

Formulation de la stratégie à l'occasion d'une nouvelle expérience

Une bouteille contient 8 billes. La maîtresse dispose de séries de 50 tirages, de 100 tirages issues de cette bouteille. Chaque groupe doit trouver la composition de la bouteille en demandant le nombre de séries de 100 ou 50 tirages qu'il souhaite.

Les groupes demandent 150 ou 200 tirages, calculent la fréquence, cherchent la probabilité qui se rapproche le plus de cette fréquence et concluent.

Exemple :

Un groupe trouve la fréquence d'apparition des blanches, égale à 0,712. Ce groupe pressent 5 blanches 3 noires ou 6 blanches 2 noires . Il calcule la probabilité associée a :

5 blanches : (5/8 = 0,625)

6 blanches : (6/8 = 0,750) et conclue 6B 3N.

Commentaire :

a) les décimaux à 3 chiffres sont un facteur de difficulté

b) nous avons constaté un retour, pour deux groupes, à des stratégies plus archaïques que celles qui utilisaient la fréquence.

Exemple :

"sur 100 tirages, on a trouvé 65B et 35N. Si c'était 6B et 2N, on aurait 75B et 25N : si c'était 5B et 3N, on aurait 52,5 et 37,5. Alors le plus près, c'est 5B 3N".

Cette régression est normale. Les enfants disposaient de ce moyen assez efficace pour décider. Pourtant, ils ont bien compris ce que les fréquences pouvaient apporter et améliorer. Mais, une méthode qui a permis d'avancer daqs l'analyse ne s'abandonne pas immédiatement au profit d'une autre. Les deux se confrontent. Cette démarche est caractéristique d'une mathématisation.

Cette deuxième partie s'achève. Les enfants expriment :

- l'idée de la convergence de la fréquence vers la probabilité

Exemple : "plus on fera de tirages avec la bouteille 3 blanches 2 noires, plus la fréquence va être près de 0,6".

- la stratégie à adopter pour découvrir le contenu d'une bouteille

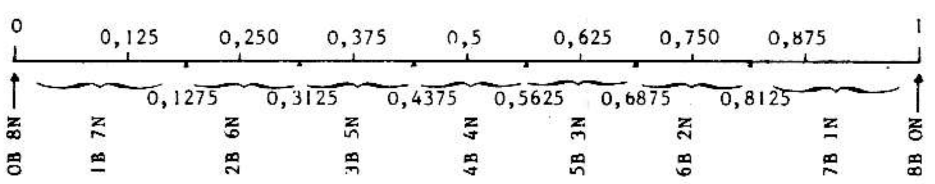
"On fait le plus de tirages possibles, on prend la fréquence des blanches et on voit si c'est près de 0,6 ou 0,2 ou 0,4 ou 0,8".

- des opinions à propos de la sûreté dans la prévision.

C - LA DECISION, LE RISQUE

LES INTERVALLES DE DECISION (2 séances)

Les enfants mettent au point un tableau afin de décider vite lorsque l'on connaît la fréquence.



Probabilité d'apparition des blanches pour chacune des compositions possibles.

0B 8N	0
1B 7N	0,125
2B 6N	0,250
3B 5N	0,375
4B 4N	0,5
5B 3N	0,625
6B 2N	0,750
7B 1N	0,875
8B 0N	1

<u>Intervalles de décision</u> :

Pour	décider	0B 8N	0
"	"	1B 7N	]0 ; 0,1875 [
"	"	2B 6N	]0,1875 ; 0,3125 [
"	"	3B 5N	]0,3125 ; 0,4375 [
"	"	4B 4N	]0,4375 ; 0,5625 [
"	"	5B 3N	]0,5625 ; 0,6875 [
"	"	6B 2N	]0,6875 ; 0,8125 [
"	"	7B 1N	]0,8125 ; 1 [
"	"	8B 0N	1

<u>Commentaire</u> :

Les enfants ont longuement discuté sur des questions précises comme :

- et si on trouve 0,8125, comme fréquence ? on dit quoi ?
- on continue les tirages !
- et si on trouve 0,999999 ? et si on trouve 0,00001 ?

Ces discussions à propos de la "barrière" qui doit être à côté de 0 pour séparer la décision 0 blanche 8 noires, de la décision 1 blanche 7 noires, ont beaucoup intéressé les enfants.

<u>Le risque</u> :

"Plus on a de tirages, plus on est sûr, mais c'est long". "Avec 150 tirages on est presque sûr".

La maîtresse propose de préciser cette phrase, elle distribue à chacune des 4 équipes de la classe une série de 100 tirages issus d'une même bouteille contenant 8 billes. 3 séries permettent de conclure à la bonne composition, la 4ème conduit à une conclusion fausse.

Le groupe qui a travaillé sur cette liste et qui a conclu faussement est convaincu de la justesse de sa démarche.

"Il faudrait continuer les tirages, on serait plus sûr".

La classe décide alors d'étudier les risques d'échecs en fonction du nombre de tirages.

Les enfants ont à leur disposition :

- 20 séries de 200 tirages.

Ils vont examiner expérimentalement le nombre de conclusions fausses qui seraient faites si l'on concluait au 10ème tirage, 20ème tirage, 30ème, etc...

III - <u>PROLONGEMENTS</u> (Calcul des probabilités)

Les 20 séances des phases précédentes ont permis aux enfants de dégager les principales notions de probabilités et de statistiques dans leurs rôles et leurs significations réciproques. Aucune de ces notions n'a fait l'objet d'une définition formelle, mais un certain vocabulaire de base a été introduit correctement.

Il semble nécessaire que l'enfant appréhende ainsi des situations de manière globale avant d'en faire l'analyse.

A la suite de ces activités, les maîtres donnent divers jeux de hasard : dés, roulette, icosaèdres, pièces, etc...

A cette occasion, les enfants recensent les issues possibles de l'expérience (événement) : une séance, et tentent de leur attribuer une mesure de probabilité : 2 séances.

On peut même proposer des expériences indépendantes successives (arbres) et calculer des produits de probabilités indépendantes (3séances).

AVALANCHES DE SIGNES + EN 1977

par le Groupe du Clain
(POITIERS - Vienne)

L'un de ses éléments a pu noter les réflexions d'un autre élément inspiré par la résolution d'un exercice d'Olympiade mathématique...

Niveau : de la sixième aux classes terminales.

A - OBJECTIF :

Cette fiche, construite à partir d'un problème donné à des olympiades d'U.R.S.S. en 1965, présente au début quelques exercices classiques et faciles de calcul numérique ; puis elle montre les hésitations - sinon le désarroi - que l'on peut avoir devant un problème ; enfin la solution du problème est donnée, d'abord en utilisant des procédés de calcul un peu laborieux, puis en utilisant un "outil" plus puissant : la juxtaposition de ces deux solutions devrait inciter le lecteur qui ne posséderait pas cet "outil" à l'acquérir très vite.

Méthode conseillée : Chercher le problème. A défaut chercher les exercices partiels. Ne regarder les solutions qu'après avoir cherché suffisamment.

B - ENONCE DU PROBLEME

Tous les entiers naturels de 1 à 100 sont écrits l'un à la suite de l'autre : 1234.....9899100. On met ensuite le signe + entre certains chiffres.

Démontrer que le nombre ainsi obtenu n'est pas divisible par 1965.

On peut remplacer 1965 par 1977.

C - DEVELOPPEMENT

Dans tout ce qui suit, les nombres seront des entiers positifs ou nuls.

I - QUELQUES CALCULS SIMPLES

1) Notation

Soit $\mathcal{S}$ l'ensemble de tous les nombres obtenus par le procédé de construction de l'énoncé.

Posons $S_1 = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11 \ldots\ldots 98\ 99\ 100$

$S_2 = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+\ldots\ldots+98+99+100$

$S_3 = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+1+0+1+1+1+2+\ldots\ldots+9+8+9+9+1+0+0$

$S_1 \in \mathcal{S}$ (par convention) ; $S_2 \in \mathcal{S}$; $S_3 \in \mathcal{S}$

2) Exercices à partir de S_1 :

1 - Combien de chiffres comporte S_1 ? (éventuellement voir §4)

2 - Trouver n tel que $10^n < S_1 < 10^{n+1}$

3 - Trouver n' tel que $10^{n'}$ soit une "bonne" valeur approchée de $8\ S_1$
Calculer une marge d'incertitude relative sur $8\ S_1$

3) Exercices à partir de S_2 :

Calculer S_2

1 - Première méthode

Ecrivons $S_2 = 1+2+3+4+\ldots\ldots+98+99+100$

et $S_2 = 100+99+98+97+\ldots\ldots+3+2+1$

soit $2\ S_2 = 101+101+101+101+\ldots\ldots+101+101+101$

$2\ S_2 = 101\ .\ 101$ $\qquad S_1 = 5050$

2 - Deuxième méthode

$S_2 = 1+2+3+\ldots\ldots 50+51 \ldots\ldots 98+99+100$

$S_2 = (1+100) + (2+99) + (3+98) + \ldots\ldots + (50+51)$

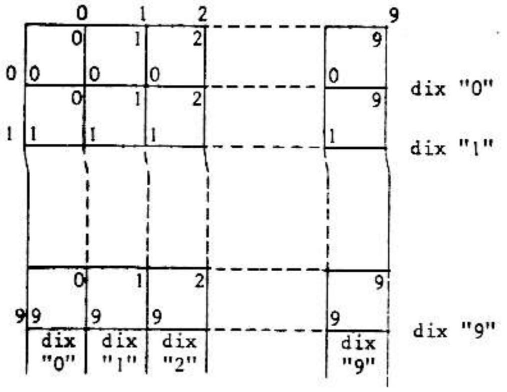
$S_2 = 101 + 101 + 101 + \ldots\ldots + 101$

$S_2 = 101 \times 50$ $\qquad S_2 = 5050$

3 - Application de l'identité $\displaystyle\sum_{k=1}^{k=n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ pour $n = 100$

4 - Eventuellement utiliser le tableau du §4.

4) Exercices à partir de S_3 :



1 - Soit le tableau ci-contre

Soit $\mathcal{A}$ la somme de tous les chiffres contenus dans le cadre en traits forts.

Montrer que $S_3 = \mathcal{A} + 1$

Il y a 20 zéros, 20 "1", ... , 20 "9"
donc $\mathcal{A} = 20(0+1+2)\ldots\ldots+9) = 900$

$S_3 = 901$

2 - **Remarque** : le tableau ci-dessus permet de trouver également S_2

Les chiffres inférieurs gauches dans chaque carreau correspondent aux dizaines des termes de S_2, les chiffres supérieurs gauches aux unités des termes de S_2, le dernier terme 100 exclu

d'où $S_2 = 10 \quad 10(0+1+2.....+9) + 10(0+1+2.....+9) + 100 = 5050.$

II - RECHERCHE DE LA SOLUTION DU PROBLEME

1) Un essai malheureux

Ce problème paraît compliqué et ardu. Des signes + "parsemés au hasard" et une somme pas forcément facile à calculer, cela n'inspire pas confiance.

Prenons un cas particulier, par exemple :

$S = 12+3456+7+8910111+213+1+415+1617........9697+989+9100$

Vraiment comment poursuivre ? Abandonnons cette vue.

2) Une nouvelle piste peu sûre :

On nous parle de 1965. Bien sûr, c'est l'année où l'exercice a été posé : ce n'est sans doute pas un renseignement très utile !

Mettons des signes + "au hasard" dans 1965

$1 + 9 + 65 = 75$, hum ! ou $1 + 9 + 6 + 5 = 21$, guère mieux !

ou $196 + 5 = 201$, vraiment non !

3) Une nouvelle tentative :

On peut décomposer 1965 en facteurs premiers $1965 = 3 \times 5 \times 131$.

1965 est un multiple de 5, c'est évident.

1965 est un multiple de 3, la somme des chiffres est divisible par 3. La somme des chiffres, tiens ! Voilà une idée. Pour S_1 ne fait-on pas des additions ! D'ailleurs la piste précédente conduisait aussi aux nombres 75, 21, 201 divisibles par 3.

4) En avant :

Et si on utilisait la même idée pour S ?

1 - On sait qu'un nombre est un multiple de 3 augmenté de la somme de ses chiffres :

Exemples : ∘ $10 = 3 \times 3 + 1$ $\qquad 100 = 99 + 1 = 3 \times 33 + 1$

Et plus généralement $10^n = \underbrace{99.....9}_{n"9"} + 1 = 3 \times 33...3 + 1$

∘ $7.10^n = 7 \times (3 \times 33...3 + 1) = 3(7 \times 33...3) + 7$

∘ $1975 = 1000 + 900 + 70 + 5 = 1 \times 1000 + 9 \times 100 + 7 \times 10 + 5.1$

$= 1 \times (3 \times 333 + 1) + 9 \times (3 \times 333 + 1) + 7 \times (3 \times 3 + 1) + 5.1$

$= 3 K + 1 + 9 + 7 + 5$

avec $K = ...$

∘ On généralise ce résultat par un nombre s'écrivant avec les chiffres $a_n, a_{n-1}, ..., a_o$ que l'on écrira symboliquement $\overline{a_n \; a_{n-1} \; ... \; a \; a_o}$

$$\overline{a_n \, a_{n-1} \, ... \, a_1 \, a_o} = a_n 10^n + a_{n-1}.10^{n-1} + ... + a_1.10 = a_o.1$$

$$= 3 K + a_n + a_{n-1} + ... + a_1 + a_o$$

avec $K = ...$

2 - La somme de plusieurs nombres est un multiple de 3 augmenté de la somme de tous les chiffres

Exemple . $1975 = 3K + 1 + 9 + 7 + 5 = 3K + 22$

$502 = 3K' + 5 + 0 + 2 \quad = 3K' + 7$

donc $1975 + 502 = 3(K + K') + 1 + 9 + 7 + 5 + 5 + 0 + 2$

$= 3K'' + 29$

. On généralise ce résultat (voir généralisation §1 ci-dessus)

3 - En conséquence : Soit S un nombre de l'ensemble $\mathcal{S}$, S est un multiple de 3 augmenté de la somme de tous les chiffres.

Donc il existe un nombre H tel que

$S = 3H + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 1 + 0 + \ldots + 9 + 8 + 9 + 9 + 1 + 0 + 0$

Soit $S = 3H + S_3$

$S = 3H + 901$

Naturellement on ne peut préciser H dans le cas général.

On peut finalement écrire $S = 3H + 900 + 1$

$S = 3K + 1$ **avec** $K = H + 300$

Dans tous les cas <u>S est un multiple de 3 augmenté de 1</u>

4 - Supposons que S soit divisible par 1965.

Rappelons que $1965 = 3 \times 655$. On aurait : $S = k \times (3 \times 365) = 3 \times k'$

Mais d'après la propriété précédente $S = 3K + 1$

Donc on pourrait écrire $3K + 1 = 3k'$ ou encore $1 = 3(k' - K)$

On arrive à une contradiction manifeste.

Donc <u>S n'est pas divisible par 1965</u>.

5) <u>Solution plus rapide</u>

Ci-dessus, on a "travaillé" avec les multiples de 3. Utilisons les congruences modulo 3.

1 - Soit S un nombre quelconque de $\mathcal{S}$.

$S \equiv S_3$ (modulo 3) avec $S_3 = 901$

$S_3 \equiv 1$ (modulo 3)

donc $S \equiv 1$ (modulo 3)

de plus $1965 \equiv (1+9+6+5)$ (modulo 3)

$1965 \equiv 0$

2 - Si S était un multiple de 1965, on aurait $S \equiv 0$ (modulo 3)

Il y a contradiction avec $S \equiv 1$ (modulo 3)

3 - Donc <u>S n'est pas divisible par 1965</u>

D - <u>REMARQUES</u>

1) On peut actualiser le problème avec un millésime plus récent divisible par 3, par exemple 1974, 1977.

2) On peut se contenter d'une liste S_1 plus courte de nombres entiers à condition que S_1 ne soit pas multiple de 3. Par exemple $S_1 = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ 13$.

3) <u>Exercice</u>

Quel est le plus petit nombre de $\mathcal{S}$? Le plus grand nombre de $\mathcal{S}$?

UNE PETITE BIBLIOTHEQUE MATHÉMATIQUE

par Serge PARPAY
(NIORT - Deux-Sèvres)

Fallait-il publier cet article, alors que tant de choses ont changé depuis sa mise au point ? Les prix, par exemple, peuvent être barrés !

Voici une liste de livres pouvant figurer utilement dans une bibliothèque d'enseignants et parfois d'élèves. Cette liste n'a d'autres prétentions que de signaler des livres d'un niveau accessible même par ceux qui n'ont qu'une connaissance toute "relative" en mathématiques sauf cas particuliers indiqués.

Un bref commentaire essaie, chaque fois que possible, de donner des indications sur le livre, de le replacer dans un contexte du "lecteur voulant se perfectionner, se distraire ou être étonné". Ce commentaire ne saurait être considéré naturellement comme un jugement de valeur.

Ces livres ont été classés approximativement par grands thèmes, mais il est évident que ce classement, ainsi que l'ordre choisi, est arbitraire. Les thèmes retenus sont :

- Histoire et épistémologie des mathématiques
- Enseignement élémentaire
- Premier cycle
- Second cycle
- Enseignement supérieur
- Statistiques et probabilités
- récréations mathématiques
- divers.

<u>Remarques</u> :

1) Dans beaucoup de livres, il est possible et souvent recommandé de sauter les passages délicats surtout quand ils exposent plusieurs thèmes. Il ne faut pas se crisper sur un paragraphe, mais y revenir plus tard.

2) L'éditeur a été indiqué ainsi que le nom de l'auteur.

3) Les prix ont été indiqués <u>sous toutes réserves</u> (se renseigner avant chez votre libraire). Certains livres risquent d'ailleurs d'être épuisés et non réédités. Il faut consulter les bibliothèques existantes (établissements, CDDP, CRDP, IREM, etc).

4) Cette liste n'étant pas exhaustive, les utilisateurs de cette "bibliothèque" voudront bien signaler les titres des livres qui pourraient y trouver place.

5) <u>Ce document est issu</u>

- d'un document rédigé par S. PARPAY et paru sous le même titre à l'I.R.E.M. de POITIERS en 1974,

- de compléments élaborés par R. CHARNAY, (I.R.E.M. de LYON), M. PESTEL (I.R.E.M. de ROUEN) et S. PARPAY au cours d'un stage organisé à Cachan en 1975 par le service des Affaires Internationales du Ministère de l'Education.

HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE DES MATHEMATIQUES

A. WARUSFEL	Les Mathématiques modernes : Intéressant, présente les notions dans un style assez simple.	Seuil	10 F
DEDRON et ITARD	Mathématiques et Mathématiciens : Livre classique avec de nombreux extraits et photographies de textes anciens. Lecture facile pour les parties historiques - plus difficile pour l'analyse des textes - Intéressera les élèves.	Magnard	28 F
BOURBAKI	Eléments d'histoire des Mathématiques : Livre très intéressant mais dont la lecture nécessite une culture mathématique déjà avancée.	Hermann	56 F
Collection "Que sais-je ?"	Histoire des Mathématiques, du calcul, de la géométrie : Des livres 11,5 x 17,6 cm de 128 pages sur de nombreux sujets. Souvent simples. Toujours intéressants.	P.U.F.	9 F
P. RAYMOND	L'Histoire et les Sciences : Livre organisé en deux parties : la première est consacrée aux rapports de l'histoire des sciences et de l'histoire, la seconde à l'histoire des mathématiques.	Maspero	
P. RAYMOND	De la combinatoire aux probabilités : Livre axé sur les rapports entre philosophie et mathématique.	Maspero	
J.T. DESANTI	Les idéalités mathématiques : Epistémologie mathématique.	Seuil	
J.T. DESANTI	La philosophie silencieuse : Rapport entre les sciences (en particulier mathématiques) et la philosophie.	Seuil	
F. KLEIN	Le programme d'Erlangen : Considérations comparatives sur les recherches de mathématiques modernes.	Gauthier-Villars	
J. CAVAILLES	Philosphie mathématique : Un livre lumineux avec des lettres de Cantor et de Dedekind "je le vois, mais ne le crois pas" écrivait Cantor, doutant d'une de ses découvertes.	Hermann	42 F
G. WALUSINSKI	Pourquoi la mathématique moderne ? : Une historique de la réforme des mathématiques.	A. Colin	
A. DELEDICQ	Clef pour la mathématique moderne	Seghers.	

BROUSSEAU	Maternelle : Math. et thèmes d'activités. Préparation et commentaires. A l'attention des maîtresses de Maternelle, ouvrages complémentaires : - Un fascicule de thèmes d'activités, relatant des activités réalisées par des enfants de maternelle (travail "libre") - Un fascicule proposant une démarche programmée et des textes de contrôle.	Hachette	
J. et S. DANIAU	Initiation mathématique - activités mathématiques des enfants de 5 à 6 ans. Suggestions à l'usage des maîtres.	CEDIC	35 F
LAME et LABOULLEUX	L'approche mathématique au C.P. : Une classe de C.P. en situation d'apprentissage mathématique. Un ouvrage pour le maître information mathématique et compte-rendu pédagogique d'activités conduites dans les classes.	A Colin	
DIENES	Premiers pas en mathématique : 1) Logique et jeux logiques 2) Ensembles nombres et puissances 3) Exploration de l'espace et pratique de la mesure. Un des premiers ouvrages de Dienès paru en France et présentant un panorama des idées de l'auteur et des expériences qu'il a réalisées avec les enfants. De nombreuses idées d'activités avec les enfants, utilisant notamment les blocs logiques et la matériel multibase.	OCDL	27 F
J. SAUVY	L'enfant à la découverte de l'espace	Castermann	
J. et S. SAUVY	L'enfant et les géométries : "Décrire pas à pas les intentions spatiales de plus en plus riches que l'enfant élabore à partir de son expérience quotidienne et de ses activités scolaires, montrer comment ces intentions se rattachent aux trois grands domaines de la géométrie que sont la topologie, la géométrie projective, et la géométrie métrique, indiquer comment l'éclosion de ses intentions peut être facilitée par des exercices et des jeux appropriés" - Par Jean et Simone SAUVY, qui ont travaillé avec des enfants à l'école Decroly avec des maîtres et des adultes dans des clubs mathématiques.	Castermann	
JARENTE	Opérateurs à l'école élémentaire Un instrument de travail pour les maîtres sur un sujet difficile (fiches d'information, synthèse, commentaires pédagogiques...)	CEDIC	35
GALION	Rencontre sur l'enseignement élémentaire Compte-rendu des exposés, discussions, travaux en atelier d'un séminaire de 8 jours sur l'enseignement élémentaire. De nombreux thèmes sont abordés.	OCDL	

GALION	La Mathématique à l'école élémentaire Une quarantaine d'articles par des enseignants de l'APMEP (instituteurs, IDEN, professeurs d'E.N., professeurs du secondaire et du supérieur) ayant participé à des recherches sur l'enseignement de la Mathématique à l'école élémentaire - Vers une mutation fontamentale de cet enseignement...	APMEP	18 F
WHEELER	Mathématiques dans l'enseignement élémentaire Intéressant (même pour l'enseignement secondaire). Beaucoup de manipulations et de réflexions pédagogiques.	OCDL	33 F
A. MYX	Six thèmes pour six semaines Une étude des thèmes abordés à l'école élémentaire à partir d'activités que l'on peut présenter aux enfants. Beaucoup d'idées d'activités (amorcées ou développées)...	CEDIC	35 F
FAUVERGNE-BRIANCON	Initiation à la Mathématique Moderne 2 volumes d'information, avec des exercices. Le 3ème est un commentaire précis et détaillé du programme actuel de l'école élémentaire. Il suggère de nombreuses activités.	Hachette	18 F et 15 F
	Mots 1 (1974) et 2 (1975	APMEP	6 F et 6 F

ECOLE ELEMENTAIRE - PREMIER CYCLE

COLOMB et GLAYMANN	Ensemble, logique et cartes perforées Activités pratiques et motivantes	OCDL	
	Projet Nuffield	OCDL	
	- Je fais et je comprends		13 F
	- La mathématique commence		14 F
	- Problèmes série verte		14 F
	- Problèmes série rouge		14 F
	Livres traduits de l'anglais. Résultats d'expériences. De nombreux exercices plaçant l'élève dans une situation dynamique de recherche et laissant aux professeurs des possibilités de généralisation.		
Collection "Formation des Maîtres"	Une nouvelle collection de pédagogie des mathématiques : Des thèmes intéressants	CEDIC	
M. SAUNDERS	- Points de départ		35 F
A. MYX	- Modèles finis		18 F
	- 6 thèmes pour 6 semaines (voir élémentaire)		35 F
GLAYMANN-ROSENBLOOM	- La logique à l'école		15 F
GLAYMANN-VARGA	- Les probabilités à l'école (cf rubrique "probabilités")		30 F
DIENES	La géométrie par les transformations	OCDL	
DIENES	Les 6 étapes du processus d'apprentissage en mathématiques : Du jeu libre au système formel, comment l'enfant construit les notions mathématiques ; à partir de trois exemples développés.	OCDL	11 F

PREMIER CYCLE

INRDP Paris (1970) Mathématiques en 6è et 5è : — SEVPEN
Présentation de quelques thèmes.
Brochure n° 40 : Recherches pédagogiques

INRDP (1976) Mathématiques en 5è : — SEVPEN
Expérimentation et nouveaux programmes
Brochure n° 42 : Recherches pédagogiques

ADLER Mathématiques d'ajourd'hui : — OCDL
Présente dans une écriture simple un éventail de théories mathématiques entrées récemment dans l'enseignement secondaire.

SARGENT Monographie Galion : — OCDL
Logique et cartes perforées.
Une logique à partir de manipulations.

GAGNAIRE-GLAYMANN
SARGENT Numération, ensemble et cartes perforées — OCDL

GLAYMANN-JANDOT Calcul numérique : — OCDL
(Thèmes de calcul numérique avec utilisation possible de machines).

Le livre du problème : — CEDIC
- fascicule 1 Pédagogie de l'exercice et du problème — 13 F
- fascicule 2 Exercices élémentaires de géométrie affine — 12 F
- fascicule 3 A partir d'un thème la parité — 11 F
- fascicule 4 La Convexité — 16 F
- fascicule 5 Calcul barycentrique. — 18 F

GAGNAIRE Géométrie autour d'un carré — CEDIC — 20 F

VARGE-DUMONT Combinatoire et statistiques — OCDL
I Fiches
II Guide et commentaires
Initiation aux probabilités.

PREMIER CYCLE ET SECOND CYCLE

GLAESER Mathématiques pour l'élève-professeur : — Hermann — 47
Un livre remarquable présentant des domaines nouveaux en pédagogie ou faisant des mises au point utiles. Difficulté de quelques chapitres concernant des théories "récentes". Ce livre donne des exercices variés, des illustrations de Descloyeaux le complètent agréablement.

POLYA La découverte des Mathématiques
Pédagogie. Explosion de méthodes de raisonnement et de recherche de très nombreux exercices de tous les niveaux.

FLETCHER	L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui : Un livre plein d'idées, très vivant, avec des dialogues enseignant-élève. Ne pas décourager pour un chapitre difficile (ou des exercices inachevés). Passer au chapitre suivant : une nouvelle idée surgira.	OCDL	30 F
ADLER	Mathématiques d'aujourd'hui : Présente dans une écriture simple un éventail de théories mathématiques entrées récemment dans l'enseignement secondaire.	OCDL	20 F
PIAGET-GATTEGNO	L'enseignement des mathématiques : Tome 1 Nouvelles perspectives : Ce livre paru en 1975 posait déjà les principes de réforme nécessaire de l'enseignement de mathématiques avec justifications sérieuses. Tome 2 Etude matériel : Suite du précédent, ce livre, plus récent, peut-être lu indépendant. Du matériel de toute sorte est présenté : Les professeurs de technologie seront intéressés. Il est question aussi de techniques d'animation.	Delachaux et Nietlé	24 F

SECOND CYCLE

CHOQUET	Enseignement de la géométrie	Hermann	46 F
DIEUDONNE	Algèbre linéaire et géométrie élémentaire	Hermann	52 F
FRENKEL	Géométrie pour l'élève-professeur : Pour des constructions axiomatiques de la géométrie. La lecture de ces trois livres est difficile.	Hermann	60 F
BARBUT	Mathématiques des sciences humaines : Ensembles - Application Algèbre linéaire Statistiques et probabilités. Livre intéressant car il montre les liens entre des parties des mathématiques très différentes à première vue. Style clair - bonne présentation. Conseillé même pour des bibliothèques modestes.	Sup. P U F	30 F
KUNTZMAN	Méthodes numériques : Le calcul en actes et en action	Hermann	48 F
JEREMY	Activités sur quelques thèmes d'algèbre : Des idées nombreuses pour des exercices.	CEDIC	30 F

ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

CAGNAC-RAMIS-COMMEAU	Traité de Mathématiques spéciales :	Masson	
	Algèbre		50 F
	Analyse		62 F
	Géométrie		56 F
	L'analyse et ses applications en géométrie		50 F
QUEYSANNE	Algèbre MP et spéciales	A Colin	65 F
COUTY-EZRA	Analyse MP et spéciales	A Colin	60 F

DIVERS

WARUSFEL	Dictionnaire raisonné des mathématiques : Un livre remarquable par sa conception, écrit dans un style très clair et présentant les notions par grands thèmes. Un lexique facilite la consultation du livre.	Seuil	55 F
LABORDE	Tables numériques des fonctions élémentaires : Tables utiles pour les enseignants voulant trouver des thèmes de calcul et trouver des résultats sans effort... Avant les élèves !	Dunod	20 F
GABORIEAU-GRAS	Recyclons-nous en mathématiques : Un des premiers livres de vrai recyclage... La pédagogie ne perd pas ses droits ; elle y est partout présente.	Nathan	31 F
KUNTZMAN	Apport de l'informatique à l'enseignement mathématique : Pour modifier profondément votre enseignement... et vous instruire éventuellement !	CEDIC	40 F
WARUSFEL	Les nombres et leurs mystères : Présentent une évolution historique de la théorie des nombres. Lecture facile, de nombreuses idées pour des exercices.	Seuil	10 F
OGILVY	Excursion dans la théorie des nombres : Des démonstrations intéressantes. Des résultats "excitant la curiosité". On peut en tirer de nombreux exercices pour les élèves.	Dunod	9 F
ALEXENDROV	Introduction à la théorie des groupes : Ce livre nous introduit dans la théorie des groupes à l'aide des groupes d'isométries ce qui en fait son intérêt. La lecture est facile.	Dunod	16 F

STATISTIQUES ET PROBABILITES

BOURSIN	La structure du hasard : Ressemble par sa présentation à "les nombres et leurs mystères" cité plus haut. De quoi remettre en cause des idées fausses qui paraissent pourtant tellement... évidentes ! A déconseiller à ceux qui croient à la loterie et au tiercé.	Seuil	10 F
ADLER	Statistiques et probabilités : Un aperçu de la question, et des éléments suffisants pour aborder d'autres livres.	OCDL	24 F
GNEDENKO-KHINTCHIN	Théorie des probabilités : Plus "austère" que le précédent, mais aussi bien. La lecture est plus difficile, certains chapitres allant plus loin.	Dunod-poche	9 F

ROSENTHIEL-MOTHES — Mathématiques de l'action : — Dunod — 62 F
Un livre à la rédaction très claire impossible à résumer. A acheter absolument quand il y a des crédits. Quelques paragraphes sont difficiles. Combinatoire, probabilités.

GLAYMANN-VARGA — Les probabilités à l'école : — CEDIC — 30 F
Un classique de la collection CEDIC. Vous apportera beaucoup : connaissances enrichies, et thèmes d'exercices.

RECREATIONS MATHEMATIQUES

Il est impossible de faire un classement. Les livres sont toujours intéressants. Ils proposent des exercices avec ou sans solutions ; de difficulté inégale, beaucoup sont inattendus, surprenants, "magiques". Beaucoup d'exercices pour le 1er cycle peuvent être tirés de ces livres.

Le Petit Archimède. (Revue) le "Y a un truc" des mathématiques

NORTHROP — Fantaisies et paradoxes mathématiques : — Dunod — 14 F
Casse-tête, paradoxes, en algèbre comme en géométrie, pseudo-démonstrations.

BAKST — Amusements mathématiques : — Dunod — 12 F
Des jeux, des problèmes curieux avec solutions.

GARDNER — Nouveaux divertissements mathématiques : — Dunod — 26 F
Pavages, découpages, devinettes, machines insolites et ficelle !

GARDNER — Le paradoxe du pendu et autres divertissements mathématiques : — Dunod — 26 F
La suite logique du précédent.

OGILVY — Mathématiques de demain : — Science Poche Dunod — 26 F
Problèmes non résolus.
Des problèmes paraissant souvent simples et pourtant non démontrés.

PERELMAN — Récits et casse-tête mathématique : — CEDIC

GARDNER — Mathématique magie et mystère : — Dunod
Martin GARDNER est intarissable.

VOS SUGGESTIONS

Le livre que vous avez lu, vous a plu.
N'hésitez pas ! Envoyez au bulletin le titre, le prix, la maison d'édition, et votre commentaire.

Merci d'avance.

UNE EXPERIENCE PLURIDISCIPLINAIRE

Harmonisation de l'enseignement
Mathématique-Physique en classe de
2ème AB3 au Lycée F. Perrin LIMOGES

* L'expérience a été réalisée en 1975-1976 à raison de deux heures par semaine par deux professeurs (Annie COURTEIX et Monique St-GEORGES) présents en même temps dans la classe

Il s'agissait de faire acquérir aux élèves une méthode de raisonnement logique à partir d'exemples expérimentaux, de leur donner le goût de la recherche et de l'approfondissement, et de leur faire expliquer un raisonnement.

Les élèves travaillaient par équipe sur un texte polycopié et rédigeaient un compte-rendu. Une note était attribuée à l'équipe et la correction de ce travail était faite au cours suivant par l'un des professeurs.

Les thèmes suivants ont été abordés :

- Rédactions à partir de T.P.
  - oxygène
  - hydrogène
  - interprétation d'une recherche d'ions
- Cours de mathématiques (groupes et corps)
- Linéarité
  - utilisation du nombre d'Avogadro
  - technique de résolution d'un problème de chimie
  - électrolyse du chlorure de sodium
  - pourcentages
- Utilisation d'un graphique
  - courbe de solubilité du sucre (interpolation)
  - problème sur la balance
- Mises en équation
  - problèmes logiques
  - poussée d'Archimède

- Espaces vectoriels
  - composition des forces concourants
  - vecteurs du plan et décomposition sur une base
  - changements de base et d'origine (échelles de température).
- Explication d'un texte de Lavoisier
- Visite d'une station météorologique et compte-rendu

Exemple de thème traité

Fiche distribuée aux élèves

Cl^- Na^+ Grandeurs proportionnelles

Au cours de l'électrolyse du chlorure de sodium, on obtient les résultats suivants :

masse de chlorure de sodium électrolysée en g.	29,25	14,625	175,5	11,7	43,875	35,1	
masse de sodium obtenue en g.	11,5	5,75	69	4,6	17,25	13,8	

I - Démontrer que ces résultats caractérisent 2 grandeurs proportionnelles

. Quelles sont ces grandeurs proportionnelles ?

. Indiquer 2 fonctions caractérisant ces grandeurs.

. Représenter graphiquement ces deux fonctions.

. Peuvent-elles être représentées par des droites en supposant que l'électrolyse se passe de la même manière quelle que soit la masse de chlorure de sodium électrolysée ?

II - Considérons l'une de ces fonctions f

1°) Comparer f(43,875) avec f (29,25) et f (14,625)
puis f (35,1) avec f (11,7)

2°) Déterminer la fonction f pour toute masse m de chlorure de sodium, soit E l'ensemble de départ de f

Démontrer que $\begin{cases} \forall m_1 \in E \\ \forall m_2 \in E \end{cases}$ $f(m_1 + m_2) = f(m_1) + f(m_2)$

puis que $\begin{matrix} \forall m \in E \\ \forall \lambda \in \mathbb{R}^+ \end{matrix}$ $f(\lambda m) = \lambda f(m)$

III - Applications

(1) Calculer de 2 façons la masse totale de sodium obtenue lorsqu'on électrolyse dans 3 cuves respectivement : 29,25 175,5 et 43,875 g de chlorure de sodium Quelle propriété de f utilisez-vous ?

(2) En une heure dans une cuve à électrolyse on obtient 10 kg de sodium, quelle est la masse de chlorure de sodium électrolysée en 7 h 45 ? Quelle propriété utilisez-vous ?

Le travail s'est étendu sur deux séances. L'intérêt était de choisir des valeurs numériques plus compliquées que dans le cours de mathématiques habituel.

Une difficulté rencontrée par les élèves a été de déterminer les fonctions linéaires caractérisant ces grandeurs. De plus, au stade des applications, il ne mathématisaient pas bien le problème posé.

* Bilan de l'expérience faite dans une classe de 2e AB3 très faible, avec des élèves qui travaillent peu en profondeur et se désintéressent rapidement :

- Une enquête faite en fin d'année auprès des élèves a montré qu'ils trouvaient intéressant le travail par équipe et les sujets proposés *"qui obligent à réfléchir et raisonner, ce qui permet de comprendre sans avoir appris par coeur".*
Ils ont également compris que les mathématiques étaient indispensables pour résoudre les problèmes de physique, ce qui les a un peu motivés pour le cours de mathématiques.

- Du point de vue des professeurs, ce travail disciplinaire a permis une mise au point du vocabulaire commun, un contact plus facile avec les élèves. Ces points positifs ont même été utilisés, par la suite, dans d'autres classes que la classe expérimentale.

- Sur le plan scolaire, les élèves ont pris goût à la recherche et savent mieux observer à la fin de l'année. La rédaction s'est améliorée, ainsi que la mise en équation des problèmes de sciences.

En I976-I977, le travail se poursuit avec une équipe comprenant en plus le professeur d'économie qui a rencontré dans l'utilisation des mathématiques des problèmes analogues à ceux du professeur de physique.

COMPTE RENDU DE LA REUNION A.P.M.E.P.

DU 20 OCTOBRE 1976 , AU LYCEE CAMILLE GUERIN

SUR L'EPREUVE DE MATHEMATIQUE AU BACCALAUREAT C

Etaient présents : Les professeurs de Terminale C de CIVRAY, LOUDUN MONTMORILLON, PARTHENAY, THOUARS,
Mme AUGE, Mme TRICOIRE et M. DUBRULLE, professeurs de Terminale C à POITIERS,
Mle PETIOT à ANGOULÊME,
ainsi que MM PORTÉ et DEHAME du bureau de la régionale de l'A.P.M.E.P.

I - REMARQUES RELATIVES A LA NATURE DES SUJETS :

a) Critiques : Les participants regrettent que les sujets des épreuves de mathématique de Terminale C posés à POITIERS (et dans plusieurs autres académies) en 1975 et en 1976 soient trop difficiles, comportent même au début des questions-pièges ou insuffisamment explicitées, semblent adaptés à déceler chez les candidats des qualités exceptionnelles plutôt qu'à contrôler leurs connaissances ou leurs savoir-faire.

Cette tendance à élever le niveau des épreuves comporte, entre autres, trois inconvénients :

Sur le plan de l'équité : les barêmes étant faits en sorte que le candidat qui saute les questions difficiles puisse quand même obtenir une bonne note, ce sont les candidats les moins scrupuleux qui sont les plus favorisés.

Sur le plan pédagogique : il serait regrettable que les élèves pensent que le travail soigné ne paie pas, et que l'essentiel est de glaner des points en sautant des questions.

Sur le plan du recrutement : la crainte d'affronter à la fin de la Terminale C une épreuve où l'on risque d'être bloqué dès la 1ère question pousse les élèves vers la section D. Cette crainte semble avoir motivé plusieurs passages de C en D au Lycée Marguerite de Valois.

b) Propositions : Les exercices et le début du problème devraient être classiques, susceptibles d'être traités par tous les candidats qui pourraient ainsi être jugés sur leurs qualités d'exposition. Les questions suivantes devraient être de difficulté croissante, la dernière seulement pouvant éventuellement faire appel à des qualités exceptionnelles.

L'originalité n'est pas un critère fondamental pour un sujet d'examen.

II - REMARQUES RELATIVES A L'ELABORATION ET AUX CHOIX DES SUJETS :

a) Critiques : Le sujet soumis à la commission est l'oeuvre d'une personne seule ; comme il est difficile d'être critique à l'égard de sa propre création, ce sujet a beaucoup de chances de ne pas être adopté tel quel par la commission. Et, effectivement, beaucoup de sujets sont, soit refoulés, soit considérablement modifiés par la commission.

Il semble que beaucoup de sujets aient été refoulés également pour une autre raison : le Président de la commission avait-il reçu de la par de l'Inspection Générale des directives que les professeurs chargés de fournir des sujets ignoraient ? (ne pas proposer de problèmes d'algèbre linéaire).

Enfin, la commission est trop restreinte et se réunit trop peu de temps pour pouvoir rebâtir de nouveaux sujets et les rédiger avec toute la précision souhaitable.

b) Propositions : il serait préférable que les sujets soient élaborés, non pas par un professeur isolé, mais par une équipe de deux professeurs

- que la commission soit élargie (elle pourrait comporter un Président et 4 membres)
- qu'elle dispose d'un plus grand laps de temps pour choisir les sujets,
- que les professeurs (ou équipes de professeurs), avant de fournir les sujets, s'entendent sur l'esprit de l'épreuve, et soient informés des éventuelles directives de l'Inspection Générale.

A cette fin, les professeurs de mathématiques réunis à Poitiers le 20 Octobre 1976 émettent le voeu que l'Inspecteur Pédagogique Régional organise le plus tôt possible, une réunion de l'ensemble des Professeurs de Terminale C de l'Académie.

Pour le Bureau de la Régionale
de POITIERS de l'A.P.M.E.P.,

E. DEHAME

PETITES ANNONCES

Le C.E.S. P. Loti (Rue Audry de Puyravault 17300 ROCHEFORT) créé un club "Informatique et Programmation". Il dispose comme matériel de départ de calculateurs programmables de poche HP 25 - HP 67 et d'une HP 21.

Si des collègues possèdent un tel calculateur - à titre personnel ou autre - et veulent bien échanger des programmes avec le club, ou confronter des résultats, nous les remercions d'avance de leur aide.

Ecrire : M. MORITZ, C.E.S. P. Loti, Rue Audry 17300 ROCHEFORT.

ABONNEMENT

Le Bulletin des Régionales APMEP de Poitiers, Limoges et Orléans-Tours est servi à tous les membres de l'APMEP membres de l'une des régionales de Poitiers, Limoges ou Orléans-Tours, grâce aux correspondants d'établissements et aux coordonnateurs des départementales.

L'adhésion à la Régionale est valable pour l'année civile et entraîne le paiement d'une cotisation dont le montant est de 10 F en 1976, 15 F en 1977.

Pour les adhérents de l'APMEP extérieurs aux 3 académies, les collectivités et bibliothèques en France et à l'étranger, consulter D. FREDON à LIMOGES

Les règlements s'effectuent :

- Régionale APMEP de Poitiers CCP Bordeaux 3852 - 59
- Régionale APMEP de Limoges CCP Limoges 117 - 668
- Régionrle APMEP d'Orléans-TOurs CCP La Source 1440 -09

POITIERS :

Siège social : CRDP 6, rue Sainte Catherine - 86034 POITIERS

Adresser toute correspondance à :
D. PORTE - IREM 40, avenue du Recteur Pineau - 86022 POITIERS

Animateurs des départementales :
(16) G. MARRON (CES Grande Garenne - 16000 ANGOULEME)
(17) M. BLANCHARD (Lycée de Rochefort - 17309 ROCHEFORT)
(79) J. FROMENTIN (CES Sainte Pezenne de Niort - 79000 NIORT)
(86) J.L. SIRIEIX (Lycée Technique de Poitiers - 86000 POITIERS

Président : E. DEHAME (46.12.82) 8 impasse du Lavoir 86000 POITIERS

Secrétaire : D.PORTE (41.52.88) 10 rue des Grands Chênes - Saint-Benoît - 86000 POITIERS

Trésorier : S. PARPAY (24.31.70) 22 rue Rougier - 79000 NIORT

Adjoint : V. CARTON (24.41.29) 1 impasse des Fauvettes 79000 - NIORT

Elémentaire : J. BACON (44.52.03) Thurageau-86110 MIREBEAU
B. NEAU (51.71.60) 15 rue de la Croix 86440 MIGNE-AUXANCES

Premier cycle : M. PUYGRENIER (91.15.36) La Folie 86500 MONTMORILLON
JOYEUX (05.56.67) 23 rue de l'Estuaire SEMUSSAC - 17120 COZES

Second cycle : M. BLANCHARD 39 rue Barbès 17300 ROCHEFORT

Technique : J.L. SIRIEIX (41.35.36) La Chabotterie 86800 MIGNALOUX-BEAUVOIR

Agricole : M. ELIARD Lycée agricole de l'Oisellerie 16400 - LA COURONNE
représentant la Régionale au conseil de l'IREM

Post-Baccalauréat : R. BARRA (21.52.86) 58 rue Boylesve 86100 CHATELLERAULT

Formation des maîtres : C. BLOCH (41.40.74) 138 rue de 138, rue de la Mérigotte - 86000 POITIERS

Formation permanente des adultes : J. TOUILLET (64.22.49) Résidence du 114è - 79200 PARTHENAY

Collecte des sujets d'examen : M.C. BENET (41.34.88) 22 avenue de la Libération - 86000 POITIERS

LIMOGES

Secrétariat : IREM 123, rue A. Thomas 871000 LIMOGES (79.24.12)

Président d'honneur : ROGERIE doyen actif de L'APMEP (02.15.69) 22 rue L. Codet 87200 SAINT JULIEN

Président : D. FREDON (79.34.02) 40 rue Regnard 87100 LIMOGES

Vice-Présidents : BOUTEILLER (74.20.11) 7bis avenue 7bis avenue du Président Roosevelt 19100 BRIVE
CREPIN (33.46.68) 94 avenue Locarno 87000 LIMOGES
MEIGNAL 41 rue A. Grand 23000 GUERET

Secrétaire : CHATALIFAUD (33.15.36) 20 allée Villagory 87000 LIMOGES

Trésorier : BATIER Lotissement d'Arliquet - 87000 AIXE / VIENNE

Second cycle : BEULQUE 24, rue Fresnet - 87000 LIMOGES

Premier cycle : CHUSTE 10, rue Malledent de Savignac 871000 LIMOGES

Technique : CHUSTE : (01.47.24)

Enseignement Supérieur : EZQUERRA (09.82.72) La Roche 87420 ST YRIEIX SOUS AIXE

Enseignement Elémentaire : FONDANECHE (32.56.37) 96 avenue Baudin - 87000 LIMOGES
REYNET (79.40.85) 20 rue Guy de Maupassant - 87100 LIMOGES

Ecoles Normales : ROUGIER (32.54.23) 35, avenue de la Vienne - 87170 ISLE

Classes Préparatoirs - Liaisons avec l'IREM, avec les autres disciplines : M. ROUGIER.

Membres de la Régionale au Comité National : CREPIN - REYNET

ORLEANS - TOURS :

Siège social : CRDP 55 rue N.D. de Recouvrance 45000 ORLEANS

Adresser toute correspondance à :
A. ROUCHIER - IREM Université d'Orléans - 45045 ORLEANS CEDEX

Président : P. MONSELLIER (65.11.77) Les Tourelles Marcilly en Villette 45240 LA FERTE ST AUBIN

Secrétaires : M. GODICHEAU (28.22.32) 14 rue L. de Vinci 37170 CHAMBRAY LES TOURS
J.R. LICOIS (61.19.56) 38 place Rabelais 37000 TOURS
R. METREGISTE (62.05.29) 22, rue G. Lecompte 45400 FLEURY LES AUBRAIS

Trésorier : R. GARNIER (86.51.44) 31 rue R. Desnos 45800 SAINT JEAN DE BRAYE

Délégués Locaux :

18 - BOURGES : B. VRAIN 36 avenue de Dun 18000 BOURGES
VIERZON : A. PALAT 6 rue du Crot à Foulon 18100 VIERZON
St AMAND : G. RAY 34 rue des Buissonnets 18200 SAINT AMAND MONTROND

28 - CHARTRES : G. ARNOUX 9 rue du 102è RI app. 46 28000 CHARTRES
DREUX : J. PINAUD Le coq fleury Fermaincourt 28500 VERNOUILLET
NOGENT LE ROTROU : J.C. MILCENT 11 rue P. Deschanel 284000 NOGENT LE ROTROU

36 - ARGENTON : A. LOUIS Paumulé le Pêchereau 36200 ARGENTON SUR CREUSE
CHATEAUROUX : M. PERRIN 9/100 avenue de Paris 36000 CHATEAUROUX

37- BOURGUEIL : E. DURAN Les Galuches 37140 BOURGEUIL
LOCHES : G. BRAJARD 40, rue Balzac 37600 LOCHES
TOURS-CHINON : M. GODICHEAU

41 - BLOIS : A. AUTEBERT 7 rue du Béarn 41000 BLOIS
ROMORANTIN : P. LEGAI 29 rue François 1er 41200 ROMORANTIN
VENDOME : D. BECANE 72ter rue du cdt Verrier 4110 VENDOME

45 - GIEN : Y. LORANS Chemin de la Crépinière Arrabloy 45500 GIEN
MONTARGIS : M. KISTER 52 rue des Vignes 45120 CHALETTE SUR LOING
ORLEANS-Lycée : J. AUGRAS 3, rue des Chaffaults 45380 LA CHAPELLE ST MESMIN
ORLEANS-CES : J. GEHENDGES 85 allée de la petite cerise 45160 OLIVET
PITHIVIERS : D. NAUDET Dimancheville 45390 PUISSEAUX