Prof : un métier à tisser

Karim Zayana

Professeur de mathématiques pendant vingt ans, Karim Zayana a été président de la régionale APMEP d'Orléans-Tours et membre d'un groupe IREM à l'université d'Orléans. Il a également été chercheur au Centre National d'Étude des Télécommunications (CNET, actuel Orange Labs) de Belfort, puis d'Issy-les-Moulineaux. Inspecteur général de l'Éducation Nationale, il retranscrit ici sous forme d'un article quelques-uns des discours qu'il a prononcés à l'occasion de jurys ou de remises de prix pour collégiens et lycéens.

Célébration des trophées Tangente ; remise des prix Kangourou ; cérémonie APMEP-IREM Paris-Diderot pour le concours de la Régionale ; Palmarès des Olympiades académiques et nationales… Autant de journées inoubliables pour tous nos jeunes qui y assistent. Un scénario réglé comme sur du papier à musique : conférencier de prestige, invités de marque, lieux d'exception, cocktail de clôture. Les flashes crépitent. Les parents rentrent émus et fiers, leurs enfants tout sourire et sur leur trente et un. Une fois de plus, la mayonnaise a pris.

Cet état de grâce, on aime aussi le retrouver au quotidien, dans chaque classe de chaque établissement de chaque ville. Sans fard ni artifice. Sous la houlette du professeur. L'enseignant le sait : le miracle ne tient pas qu'à la disposition de ses tables (en U, en cercle, en ligne, en grappes) ; pas plus qu'au format de son tableau (blanc, interactif, à craie) ; qu'à l'ordre d'exposition choisi (mode inversé ou pas, inductif ou non) ; ni qu'aux conditions d'évaluation ad-hoc (sommatives, formatives, positives).

Cela aide, mais il n'y a pas nécessité de convoquer une médaille Fields ou un prix Nobel à son cours pour en rendre l'heure attrayante et obtenir grand effet. Le professeur n'est pas que le représentant de l'État dans sa classe. En passeur de savoirs, il incarne lui-même aussi Thalès, Gauss, Al Kashi, Shannon… Dépositaire de leur héritage, il le ressuscite et le transmet à son tour aux générations futures.

Même si c'est utile, il n'est pas urgent de justifier chaque concept théorique à l'aune de ses applications économiques, sociales, industrielles. Les mathématiques développent bien plus que des outils. Elles apprennent la patience, elles obligent à chercher, le crayon tenu d'une main fiévreuse, la calculatrice fumante de l'autre, jusqu'à ce que l'étincelle jaillisse. Plus tard, nos élèves se souviendront de cette jubilation. C'est avec la même foi que le médecin se battra avec la maladie qu'on croyait incurable ; la même force que l'ingénieur surmontera l'obstacle technique ; la même palpitation que le chef d'entreprise ira conquérir l'innovation.

S'il est fructueux de tisser son discours d'interdisciplinarité, que cela reste naturel. Nul besoin de forcer les choses : il n'est pas de champ mathématique enseigné à l'école, en collège, en lycée, ou au début de l'université qui ne renvoie à des savants dont l'activité ne fut plurielle. Pythagore étudia la musique. Pascal et Descartes excellèrent en physique, Turing maria logique à mécanique et informatique, Fourier était préfet, Carnot fut général, Platon philosophe. Leur œuvre lance de fait une multitude de ponts entre les sciences comme autant de contextes gorgés de sens.

Sans excès, traduire une démarche de résolution en termes de compétences est louable et souhaitable. Sauf à emprunter des raccourcis, cela ne va cependant pas toujours dans le sens de l'Histoire ; n'est pas du monopole des mathématiques ; doit demeurer dans l'intérêt de l'élève.
Communiquer ? Conseiller au Parlement de Toulouse de son état, Fermat ne l'a précisément pas fait quand il coucha l'un des théorèmes les plus célèbres au monde sur un coin de papier découvert à sa mort ! En bon conteur, l'enseignant fera le trait d'union.
Modéliser ? Attendons Kepler pour que les coniques, déjà connues dans l'Antiquité, trouvent un débouché en mécanique céleste ! Ici encore, c'est le professeur qui remontera le temps en accélérant le progrès.
Calculer ? Validée une fois, la compétence l'est-elle pour autant définitivement ? Une seule erreur —en l'espèce dans le dimensionnement d'un registre mémoire— a pourtant causé la perte d'Ariane V en 1996…
Réfléchissons maintenant aux contraires, avec lesquels il faut composer prudemment. Un élève préfère-t-il recevoir un sept sur vingt ou se voir étiqueté d'un sévère « ne sait pas raisonner », voire d'un « ne sait pas communiquer » qu'une mention « en cours d'acquisition » peinera à atténuer ? Certes, aucun des deux mon capitaine…

Ce qui prime, c'est le soin extrême que le professeur aura mis dans la préparation et l'actualisation de son sujet. En se documentant, tel un journaliste-enquêteur, c'est-à-dire en consultant des articles, des revues, des ouvrages, des ressources pédagogiques institutionnelles, les productions de ses pairs, il aura réuni tous les ingrédients pour concevoir une séquence solide, riche, rythmée, à la portée de ses élèves et apte à les élever toujours plus haut. Après avoir hésité, pesé le pour et le contre au trébuchet, il aura pris confiance en son déroulé dont le trait deviendra aussi limpide, cohérent, et sûr que cette phrase définitive du *Bourgeois Gentihomme* de Molière : « Belle marquise, vos beaux yeux me font mourir d'amour ». La liberté d'improvisation qu'il prendra sur cette trame sera la part des anges.

Prenons un exemple. Parmi les fonctions. On en fréquente de belles assez vite.
Le *sinus*, qui dérive de la même racine latine que le mot « sein », évoquant la « courbe ». La *partie entière*, qu'on utilise sans le savoir quand on donne son âge. La *racine carrée*, dont l'origine du symbole $\sqrt{\ }$ est un poème en soi : déformation stylisée du « *r* » de « radix » ou du « ج » (*j*) de « جذر » (jidhr) ? Sans détails excessifs, on démystifiera aussi la « quadrature du cercle ». Quant à l'algorithme de calcul (approché) de $\sqrt{x}$ si visuel : partir d'un rectangle de côtés b = 1 et h = x, le tasser progressivement à aire constante en moyennant les deux côtés pour en ajuster la base. Petit à petit, le rectangle se déforme en un carré !

Voilà qu'affleure la relation[1] récurrente $b_{n+1} = \frac{b_n}{2} + \frac{x}{2b_n}$ bien avant Newton !

Arrêtons-nous sur une fonction plus discrète : la *valeur absolue*. En apparence, c'est un non-sujet. La définition tient en une ligne : ablation du signe. Et pourtant… Ajoutons-lui deux ou trois ornements. Sur l'appellation d'abord. Pourquoi valeur absolue, plutôt que valeur positive ou partie numérique, des noms qu'on lui prête également et qui sont peut-être plus parlants ? De même que l'absolution sépare les péchés de l'âme, que l'oreille absolue se repère dans l'échelle musicale affranchie de toute référence, la valeur absolue détache le signe de l'amplitude en ne conservant que cette dernière[2]. Jouons avec l'objet : formons la valeur absolue d'un quotient, d'un produit, relevons le cas particulier de $\left|x^2\right|$. Sans abus de technicité, essayons-nous à la somme, et distinguons l'addition cohérente, qui conduit à une égalité, de l'incohérente, qui termine sur une inégalité. Poussons plus loin. Sans parler de bases, décomposons une fonction continue et affine par morceaux très simple (avec deux ou trois nœuds) en une somme de répliques décalées de la valeur absolue. Enfin, synthétisons l'objet valeur absolue. Naïvement d'abord : à partir de fonctions usuelles : $|x| = \sqrt{x^2}$ ou à l'aide d'un test disjoignant deux voire trois cas. Mais comment réaliser cela en machine ? Pas exactement ainsi. En tabulant toutes les valeurs ? C'est parfois une bonne idée, mais pas là. Voilà qui peut nous conduire, à titre d'approfondissement, à la représentation des entiers signés dans un calculateur.

Moderne (électronique ; maniant la base 2) ou antique (mécanique horlogère, telle la Pascaline ; maniant plus volontiers la base 10), le calculateur ne sait qu'additionner des nombres positifs à travers une arithmétique modulaire (i.e. en faisant fi de la dernière retenue). Comprenons cela en base 10, sur les nombres à deux chiffres, dont on disposerait les unités et les dizaines en cercles. Dans un tel format, nous gérons 100 entiers. En incrémentant le compteur, on passe de 0 à 1, de 1 à 2, de 2 à 3, etc. En le décrémentant, on passe subitement de 0 à 99, puis, plus graduellement de 99 à 98, de 98 à 97, etc. On identifie dès lors 99 et -1, 98 et -2, 97 et -3, etc. On s'arrête avant la collision, et donc à 50, comme clone de -50. Ainsi, 00 à 49 restent semblables à eux-mêmes, tandis que 50 à 99 coderont -50 à -1.

L'algorithme usuel de l'addition fournit des résultats exacts modulo 100, donc exploitables sur une plage raisonnable : -3-15 devient 97+85, soit 82 après troncature (format d'affichage sur deux chiffres), qui représente effectivement -18. 25-3 devient 25+97, soit 22 après troncature. 3-25 devient 3+75, soit 78, qui représente bien -22. Par contre, 49+49

---

1 Héron d'Alexandrie l'écrivit à grand renfort de fractions : poser $b_n = \frac{\mathrm{N}_m}{\mathrm{D}_n}$ mène alors droit au système $\begin{cases} \mathrm{N}_{n+1} = \mathrm{N}_m{}^2 + x\mathrm{D}_n{}^2 \\ \mathrm{D}_{n+1} = 2\mathrm{N}_n\mathrm{D}_n \end{cases}$

2 Un autre mot bien connu, *abscisse*, connut une filiation voisine : cousin de « scission », car l'axe éponyme coupe le plan en deux.

devient 98, qu'on pourrait confondre avec -2, à moins de discuter plus finement sur les opérandes et la retenue. Il reste à décrire comment basculer facilement d'un nombre à son complément à 100 (qui codera l'opposé). Pour ce faire, on complète à 9 chaque chiffre, on ajoute un, on oublie la dernière retenue (affichage sur deux chiffres). Ainsi, 23 devient successivement 76, puis 77, lequel code en effet -23. 0 devient successivement 99, puis 00. -23, soit 77, devient successivement 22, puis 23.

Bref, les situations donnant matière et lustre à un concept, fût-il insignifiant de prime abord, ne manquent pas. Par ses recherches et ses échanges, l'enseignant saura trouver celles qui lui conviennent le mieux selon sa personnalité, ses élèves, la progressivité de son cours. Là est le cœur de sa mission.

Qu'il me soit permis de revenir à la fleur de mes vingt-deux ans. De retour des armes, je revois un vieux Monsieur – que j'écoutai d'une oreille distraite – assénant depuis l'estrade les trois règles d'or qui fondent chaque jour notre métier d'enseignant : **Grandeur ; Gravité ; Générosité.**

Mais c'est bien sûr ! Le premier « G », c'est la maîtrise de l'infini, du petit au grand. Le deuxième c'est la conscience de notre rôle auprès de la jeunesse. Le troisième c'est le don, dont le retour éclot parfois plus tard. Quelque chose me dit que ce vieux Monsieur – mon Dieu, est-il encore vivant ? – aura toujours raison.