Zelliges à la grande mosquée de Strasbourg

Julie Benoit

L'article suivant nous décrit une activité menée autour des transformations et des pavages à travers l'étude de motifs décorant la grande mosquée de Strasbourg. Il sera suivi d'un second article de la même auteure dans un prochain numéro de PLOT abordant cette fois l'articulation maths et arts plastiques autour du thème des frises. Ces deux articles sont autant de pistes d'EPI maths/arts plastiques ou maths/technologie.

Julie Benoit est professeure de mathématiques au collège Louise Weiss à Strasbourg (67).

C'est une visite de la mosquée de Strasbourg, organisée pour une équipe de professeurs de mon collège, qui est à l'origine de ce projet. Nous avions pu, lors de cette matinée de visite, découvrir l'histoire architecturale du bâtiment construit dans les années 2010 et tous les problèmes résolus par l'architecte Paolo Portoghesi, tant du point de vue de la structure du bâtiment que des couleurs utilisées : pas de poteaux dans la salle de prière, charpente en métal, intégration du bâtiment dans la ville avec utilisation du cuivre pour la coupole, choix des couleurs avec leur symbolique pour la décoration de la mosquée, etc.

Suite à cette visite, j'ai décidé de travailler en classe sur le motif ornant la plupart des murs de la mosquée, motif qui allait devenir un support pour construire les connaissances et compétences sur les transformations figurant dans les nouveaux programmes.
En effet, ceux-ci stipulent qu'il faut utiliser les notions de géométrie plane pour :
- comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation sur une figure ;
- construire des frises, des pavages, des rosaces ;
- mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique ;
- utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation.

J'ai donc pensé que travailler à partir de tels motifs pouvait avoir un réel intérêt. J'ai mené ce projet avec deux classes de 4ème et une classe de 3ème. Cette activité mettait en jeu certaines compétences du socle : chercher, modéliser, représenter.

Déroulement du projet

Introduction : pour introduire ce projet, un film sur la rénovation de la Grande Mosquée de Paris a été projeté en classe afin que les élèves comprennent la construction des carrés de faïence servant à réaliser les zelliges. Un tel film peut d'ailleurs être l'occasion de travailler le *parcours Avenir** en interrogeant les élèves sur les différents corps de métier qui peuvent intervenir sur un tel chantier.

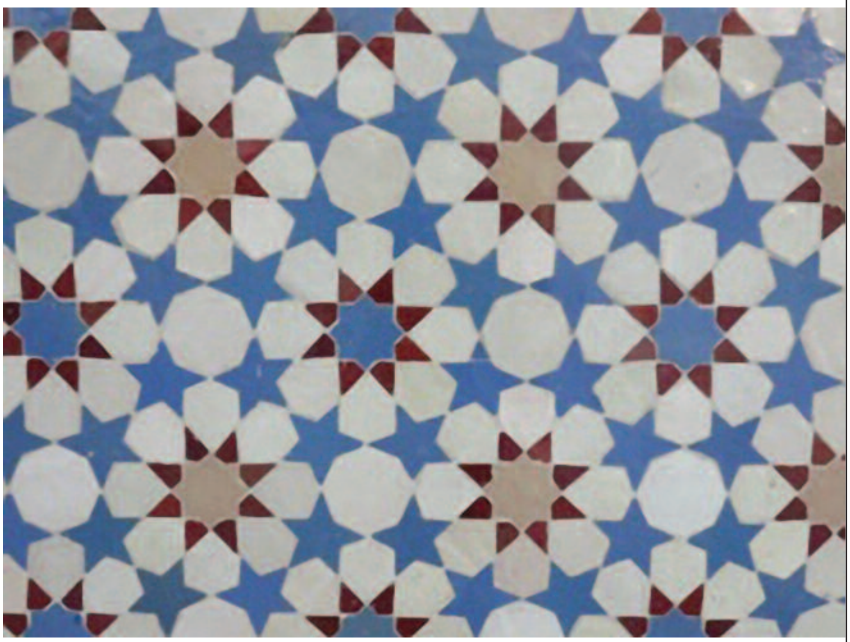
* Pour qui ne connaîtrait pas le terme, consulter Éduscol.

1ère partie : la fiche page suivante a été distribuée aux élèves. Les élèves devaient faire une recherche individuelle puis nous avons mis en commun leurs réponses.

Le **zellige** (de l'arabe : زليج, petite pierre polie) est une mosaïque dont les éléments, appelés tesselles, sont des morceaux de carreaux de faïence colorés. Ces morceaux de terre cuite émaillée sont découpés un à un et assemblés sur un lit de mortier pour former un assemblage géométrique (Source : Wikipédia).
Voici une partie de la mosaïque que l'on peut retrouver sur les murs de la Grande Mosquée de Strasbourg.

Partie 1 : découverte du motif

1) Quels sont les motifs élémentaires qui composent cette fresque ? Utilise des noms de polygones pour les nommer.
2) Y a-t-il un ou plusieurs motifs qui se répètent ? Lesquels ? Comment peut-on facilement les repérer ?
3) Dessine sur la photo la partie du motif qui se répète afin de former la totalité de la mosaïque (on ne tiendra pas compte des couleurs).
4) À partir de cet élément, quelle transformation géométrique permettrait de le dupliquer à l'infini ?



Lors de cette phase de travail, tous les élèves, y compris ceux les plus en difficulté, ont repéré sur le dessin fourni les motifs élémentaires ainsi que les transformations.
Un travail sur le vocabulaire (et notamment les préfixes) des polygones a été nécessaire. La distinction entre figure plane, polyèdre, polygone, quadrilatère a été retravaillée pour clarifier les différentes réponses des élèves à la question 1, notamment concernant le quadrilatère rouge que beaucoup d'élèves identifiaient comme un triangle.
Concernant les transformations, aucune n'a été oubliée par les élèves. Les symétries centrales et axiales ont été citées, tout comme la rotation (le mot a été donné par les élèves) et la translation, qui a été comprise de manière intuitive comme un « copier-coller ».
Concernant le motif à répéter, deux approches sont apparues dans les deux classes.
Certains élèves ont repéré le motif en y incluant les étoiles bleues et d'autres ont intégré au motif de base les hexagones blancs (dans ce cas-là, les étoiles bleues sont considérées comme du vide entre deux motifs).

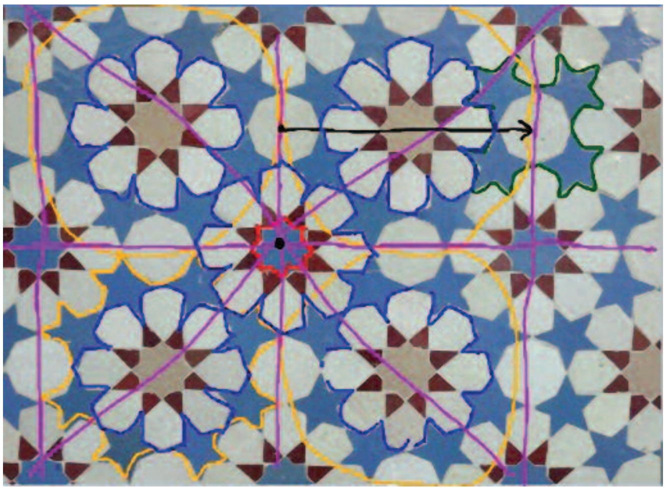
Dans la question 1, il y a de nombreux axes de symétrie à tracer. On pourra les classer en référence à leur position par rapport aux axes rouges et verts, initialement tracés.

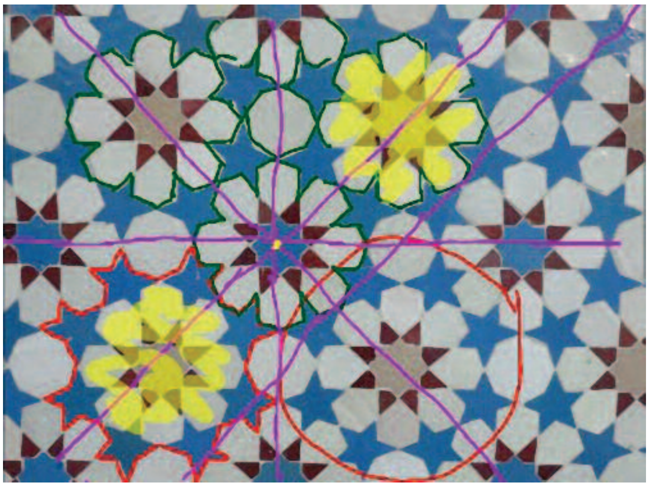
1$^{\text{ère}}$ classe de 4$^{\text{ème}}$

Dans cette classe, les élèves ont indiqué les axes de symétrie en violet, évoqué la symétrie centrale (point noir) et la translation (copier-coller).

2$^{\text{ème}}$ classe de 4$^{\text{ème}}$

Les mêmes constatations ont été faites avec la translation en moins.





2$^{\text{ème}}$ partie : la deuxième partie de l'activité est consacrée à l'étude des polygones réguliers. Même si celle-ci n'est plus explicitement au programme, la notion se rencontre au travers d'objets du quotidien. J'ai donc pris le parti d'en faire usage dans cette activité car il était important que les élèves connaissent ce vocabulaire pour étudier précisément les pavages.

Partie 2 : définition et propriétés du polygone régulier

Définition : Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même mesure et dont tous les angles sont égaux.

Propriétés :

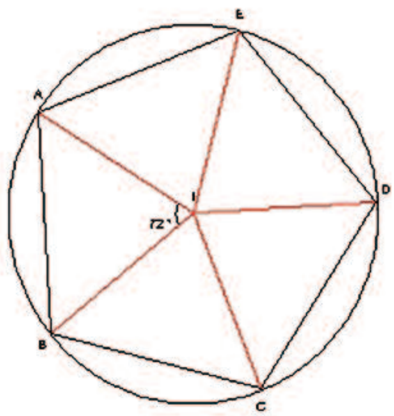
Tous les sommets d'un polygone régulier appartiennent à un même cercle.

On dit qu'un polygone régulier est **inscrit dans** un cercle.

Le centre de ce cercle est appelé **centre du polygone régulier**.

1) Citer des polygones réguliers connus.

2) Justifier la mesure de l'angle indiquée sur la figure ci-contre.



La dernière question se prête à différents niveaux de traitement. Une simple mesure sera attendue des plus en difficultés. Cela pourra être l'occasion, avec d'autres, d'introduire une petite démonstration pour la mesure de l'angle $\widehat{AED}$. Ce travail autour de l'angle au centre sera réinvesti dans la suite de l'activité où l'on introduit la notion de rotation en étudiant le motif principal de la fresque.

Les deux premières parties de ce projet devaient durer une heure. Cependant, pour une des classes, nous n'avions pas terminé et nous avons dû y revenir le cours suivant.

3ème partie : étude du motif de base

Partie 3 : étude de l'élément central du décor

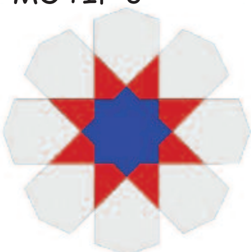
MOTIF 1

1) Voici un des éléments du décor. Où se situe-t-il sur le décor ?
2) Ce polygone est-il un polygone régulier ?
3) À partir de quel polygone régulier pourrait-on obtenir ce motif ?
4) Décrire la rotation d'angle le plus petit possible qui permet d'obtenir cette étoile.

MOTIF 2

5) À partir du motif précédent, décrire la partie et la rotation d'angle le plus petit possible qui permet, en la faisant agir plusieurs fois, d'obtenir cette étoile.

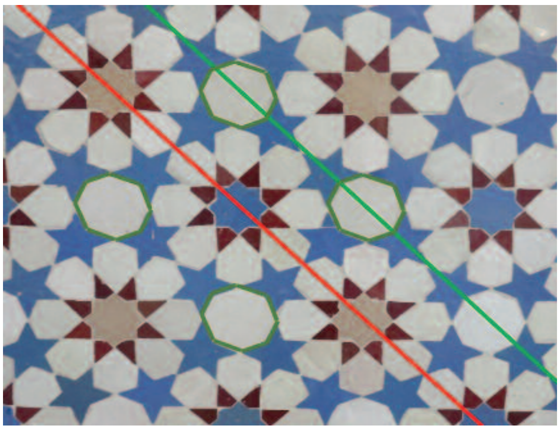
MOTIF 3



6) Afin d'obtenir ce troisième motif, quelle sera la partie de la figure à reproduire ?
Quelle transformation géométrique pourrait-on utiliser ?

Les élèves découvrent assez rapidement que pour définir une rotation, il est nécessaire de connaître son angle et son centre. Le fait que le polygone régulier puisse s'inscrire dans un cercle permet d'expliciter assez facilement les étapes de la construction de l'image d'une figure par une rotation donnée.
Cette partie fait retravailler aussi la notion de motif élémentaire.

4ème partie



Partie 4 : étude de la mosaïque complète

1) Construire les axes de symétrie sur la photo ci-contre (deux d'entre eux sont déjà placés).

2) a) Y a-t-il un élément du décor qui n'est pas systématiquement répété ?

b) Utilise un vocabulaire mathématique pour le décrire.

La dernière partie de l'activité permet de réviser les transformations déjà connues et sert à introduire le chapitre sur les translations et les pavages du plan. Elle a été complétée par la construction du motif avec le logiciel *GeoGebra*, en aboutissement de l'ensemble de ce travail.

Dans la question 2a, on attire l'attention sur l'octogone en vert, qui apparait entouré de quatre motifs.
On s'attend à ce que les élèves réinvestissant la partie 2 et concluent qu'il s'agit d'un octogone régulier.

Le prolongement de cette partie 4 avec le logiciel *GeoGebra* n'est à envisager que pour les élèves les plus à l'aise avec les transformations géométriques. En effet, la construction complète avec le logiciel de géométrie dynamique demande un certain recul pour envisager les bonnes symétries et rotations.
On notera notamment que les pentagones étoilés ne sont pas des polygones réguliers, et que l'on pourra les obtenir en les considérant comme des « vides » entre deux motifs. Si l'on choisit ce point de vue, la construction de l'octogone régulier sera donc nécessaire à l'obtention du pavage complet.

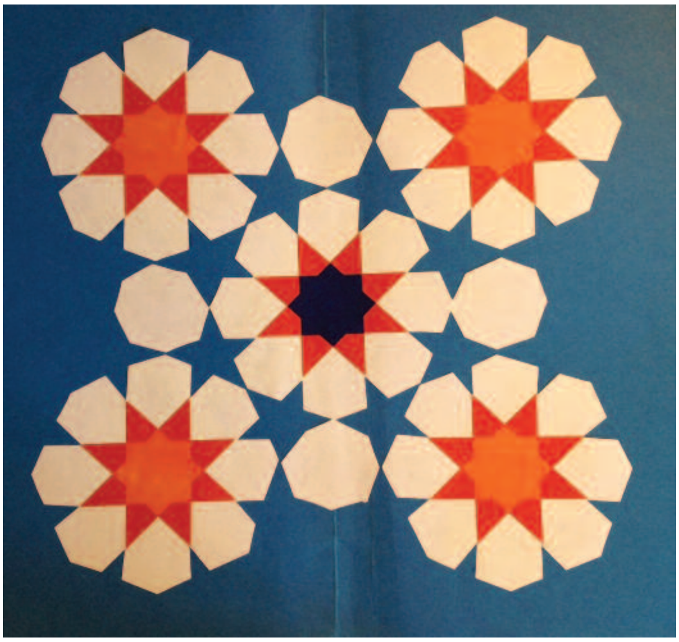
Pour simplifier l'activité de construction avec *GeoGebra*, on peut se contenter de demander aux élèves de construire juste le motif de l'activité 3. Après découpage de leurs dessins, l'assemblage se fera à la main pour créer une affiche couleur où l'on verra apparaître les pentagones étoilés en couleur de fond.
Il faut bien sûr que chaque groupe d'élèves fournisse le motif avec des dimensions standardisées.

Certains élèves n'ayant pas été formés à *GeoGebra*, j'ai trouvé plus simple de leur fournir un protocole de construction détaillé de la figure, qui reprend toutes les étapes vues en classe lors de l'activité d'introduction.

Une fois obtenus plusieurs exemplaires du motif, de mêmes dimensions, le professeur pourra se charger de construire l'octogone régulier pour finir le pavage, à moins qu'il ne confie cette tâche à un groupe d'élèves rapides. Mais attention, la mesure du côté de l'octogone est déterminée par le motif de base.

L'assemblage final et le collage, pour être réalisés avec précision, nécessiteront le tracé préalable des axes de symétrie, trame du pavage.

Couloir de la mosquée de Strasbourg



Assemblage réalisé par des élèves

Fin du projet : après ce travail à la découverte des zelliges, nous sommes allés à la mosquée avec la classe de 3ème. Sur place, le directeur de la mosquée a d'abord présenté les différents projets architecturaux qui ont été en compétition pour la construction de la mosquée. Les points positifs et négatifs de chaque projet ont été cités. Cette partie peut aussi être abordée en arts plastiques, le thème de l'architecture faisant partie du programme.

J'ai ensuite fait remarquer aux élèves que le motif de la coupole était le même que celui que nous avions étudié pour les zelliges et j'ai expliqué la pose des zelliges lors du chantier de construction en utilisant une analogie avec la translation.

Sur le chemin du retour, un élève m'a encore demandé si le polygone « blanc » entourant la coupole était un polygone régulier. Nous sommes donc revenus sur cette notion lors du cours suivant.

J'ai à nouveau projeté la définition du polygone régulier et les élèves ont donc argumenté pour savoir si cette étoile en était un ou non.

Un des meilleurs arguments a été celui des angles égaux car un élève a tout de suite repéré deux angles consécutifs : un saillant et un rentrant. Suite à ceci, un élève m'a demandé s'il était possible de calculer les angles « externes » des polygones réguliers. Cette visite a donc éveillé la curiosité de mes élèves et aussi amené un questionnement qu'ils n'auraient pas eu sans cela.

Ce travail a été proposé en classe de 4ème et de 3ème l'année dernière ainsi que cette année en classe de 4ème. Il est évident que la classe qui a bénéficié de la visite à la mosquée a été plus réceptive à cette activité que les autres, mais elle a néanmoins eu du succès dans toutes les classes.

Le fait de travailler sur un sujet qui est proche des élèves (certains se rendent régulièrement à la mosquée) a vraiment permis de les accrocher et le chapitre consacré aux rotations les a particulièrement intéressés.