Les résolutions de problèmes s'affichent

Véronique Cerclé

Les programmes nous invitent à la résolution de problèmes. Qu'est-ce qu'un problème ? Un problème, c'est une situation qui pose problème, c'est-à-dire suffisamment ouverte pour soulever questions et interrogations. Mais comment gérer en classe cette pratique des problèmes de façon qu'elle permette aux élèves de prendre des initiatives et trouver des pistes de résolution ?

On peut pratiquer ces problèmes en classe entière, en alternant les phases de recherche individuelle ou à deux avec les synthèses collectives. Mais j'ai découvert au cours d'un stage* une gestion qui s'appuie d'abord sur un travail de groupe, et se poursuit par la réalisation d'affiches qui seront enfin exposées, commentées et discutées. Mise en pratique, j'ai pu en mesurer l'efficacité.

Je vais vous présenter ici un exemple de problème traité de cette façon : les tableaux de signes en seconde. Vous pourrez apprécier par leurs affiches la manière dont les élèves se sont vraiment approprié le problème et ont mis en œuvre des outils du programme.

Précédemment, dans le chapitre sur les fonctions affines, nous avions traité en classe entière le problème : « Quel est le signe de $-3x+5$? ».

1ère séance (30 minutes) : compréhension du problème ; premières explorations numériques ; première conjecture (positif puis négatif) par le tableau de valeurs de la calculatrice.

2ème séance (1 heure) : amélioration de la conjecture : recherche du nombre frontière ; présentation de la conjecture sous forme de tableau de signes ; exercice d'application pour faire émerger la règle sur l'ordre des signes.

3ème séance : leçon sur le signe de $ax+b$.

Deux mois plus tard, dans le chapitre sur les fonctions polynômes du second degré, au cours d'une séance de module (en demi-classe), je pose ce nouveau problème : Quel est le signe de $(3x-5)(x-4)$?

Les élèves se sont répartis en groupes de 3 ou 4, j'ai pris soin de mettre ensemble les redoublants qui semblaient se souvenir de la méthode. J'ai alors assisté à une séance comme je les aime, avec des élèves qui débattent, des élèves qui explorent des pistes variées (graphiques, tableau de valeurs de la calculatrice), des élèves qui « parlent les mathématiques », ce qui me paraît essentiel à une réelle compréhension des notions.

L'approche mise en œuvre dans le problème du signe de $(-3x+5)$ pouvait être réinvestie ici, ils pouvaient aussi s'appuyer sur la représentation graphique des fonctions trinômes abordée dans le chapitre du moment.

À la fin de l'heure, j'ai distribué des affiches qu'ils ont commencées et terminées l'heure suivante (qui suivait dans leur emploi du temps).

Quelques-unes des affiches obtenues figurent page 3 de couverture. La dernière affiche, avec la présentation en tableau de signes, a été réalisée par mon groupe de redoublantes.

Lors de la troisième séance, j'ai accroché les affiches au tableau (avec des petits aimants du commerce). L'ordre de présentation des affiches est important : il convient d'avoir ramassé les affiches avant cette séance pour y réfléchir. L'affiche 1 a permis de noter que ce signe dépend de x ; l'affiche 2 tentait la résolution de l'inéquation, sans aboutir.

Véronique Cerclé est professeure au lycée Jean Moulin de Pézenas.

* Stage « Comment faire entrer les élèves dans une démarche d'investigation », animé par le groupe RESCO (pour résolution collaborative) de l'IREM de Montpellier.

Nous avons alors étudié les approches numérique et graphique, qui ont mis en évidence la nécessité de trouver les « valeurs frontières » (affiches 3 et 4) ; l'affiche 5 a rappelé la possibilité d'un tableau de signes pour présenter la réponse. Ces conclusions ont été notées dans le cahier. Pour finir, l'affiche 6 a été présentée, les élèves ont expliqué leur technique, et cette affiche a été recopiée telle quelle dans le cours, la leçon étant ainsi produite entièrement par les élèves.

Cette gestion du problème a de multiples avantages :
- mise en activité des élèves,
- appropriation réelle du problème par les élèves, prise d'initiative, débats,
- mise en œuvre de plusieurs démarches, plusieurs pistes.

Les affiches permettent aussi de mettre en valeur d'autres qualités : certaines ont un contenu peu riche mais traduisent un soin particulier au niveau de la présentation. D'ailleurs, la rédaction des affiches a souvent été prise en main par des élèves habituellement moins investis en cours de mathématiques.

Il convient néanmoins, à mon avis, de vérifier quelques conditions pour un déroulement optimal :
- trouver une question adaptée (*cf*. exemples ci-après),
- pouvoir pratiquer le travail en groupes (effectifs pas trop chargés, locaux adaptables),
- prévoir des temps pour le travail de groupe, la rédaction des affiches et leur exposé, les plus proches possibles de façon à conserver la dynamique et l'intérêt,
- préparer l'ordre d'affichage et de discussion des affiches.

On peut renvoyer la rédaction des affiches à la maison, mais il n'est pas toujours facile à un groupe de se recomposer hors du cours pour un travail commun.

On pourrait aussi demander aux élèves une synthèse numérique à vidéoprojeter.

Mon enthousiasme a converti une partie de l'équipe de maths de mon établissement, ce qui a pour effet de familiariser nos élèves dans leur scolarité à cette pratique, et de décorer petit à petit nos salles.

Voici quelques exemples de problèmes traités :
- en seconde : le quadrilatère tournant (parallélogramme inscrit dans un rectangle), problème présenté dans PLOT n° 31. Le problème du quadrilatère tournant (parallélogramme inscrit dans un rectangle) a été posé avec la simple consigne « *On s'intéresse à l'aire du quadrilatère MNPQ* », les questions de l'aire maximale et minimale et la question de l'évolution de l'aire sont apparues, les démarches espérées ont été proposées, et surtout les élèves se sont vraiment investis, en montrant de vraies compétences mathématiques (poser x, faire un graphique).
- en Terminale S, spécialité (ancien programme), pour introduire les similitudes : « Que fait la transformation d'écriture complexe $z' = 3iz+10$? ». À cette occasion, mes élèves ont inventé le concept de rothétie (ou d'homotation, ils n'ont pas réussi à se décider).
- en 1ère STG : un problème à résoudre par un système.
- en seconde, la nature d'un quadrilatère dont on donnait les coordonnées des sommets.

Les exemples présentés ci-dessus montrent que les sujets ne manquent pas pour alimenter cette pratique et que l'organisation requise (une question du programme, une séance de groupe, du papier à affiches et quelques aimants) n'est pas trop contraignante...

... Alors, vous vous lancez ?