



Comptons avec et

Jean-Paul Mercier

L'écriture mésopotamienne cunéiforme peut-elle encore nous servir ?

Deux articles de Jean-Paul Mercier vont tenter de nous en convaincre à travers une expérience qu'il a menée avec deux de ses classes. Ici, nous parlerons de l'aspect numérique de ce projet. Dans un prochain numéro de PLOT, le second article traitera plutôt de problèmes géométriques.

Jean-Paul Mercier enseigne les mathématiques au collège France Bloch-Sérazin de Poitiers (86). Il est également à l'IREM de Poitiers.

Il y a environ 4000 ans, les nombres s'écrivaient avec deux signes :  pour 1 et  pour 10. Lorsqu'on évoque l'histoire des nombres, nous passons très rapidement à l'écriture quotidienne héritée des indiens. Mais nous utilisons peu les autres écritures.

En 2007, j'ai eu le privilège d'accueillir dans mes classes Christine Proust, chercheuse associée au REHSEIS (Recherches Épistémologiques et Historiques sur les Sciences Exactes et les Institutions Scientifiques) pour une matinée avec une classe de 6^{ème} et un après-midi avec une classe de 4^{ème}. J'avais inscrit sa venue dans un projet pluridisciplinaire en 6^{ème}, bien réparti sur l'année « A l'École des Scribes de Nippur », regroupant Histoire-Géographie, Français, Arts Plastiques et Mathématiques, dont l'objet était la naissance de l'écriture en Mésopotamie et son contexte. La journée fut organisée en partenariat avec la Régionale APMEP du Poitou-Charentes et l'Espace Mendès-France de Poitiers, espace culturel dédié aux sciences. Elle se terminait en soirée par une conférence publique de Christine Proust.

L'objectif principal de ce projet était de donner du sens et une histoire à la numération et aux opérations.

Christine Proust a exposé aux deux classes quelques travaux des scribes à Nippur, en Mésopotamie, afin d'évoquer en premier lieu la naissance des chiffres, la numération en base soixante puis les tables de multiplication. Elle nous a fait profiter de sa culture de cette civilisation.

Si, dans les semaines qui précédaient, en Histoire, les élèves avaient pu étudier la situation géographique et historique de la Mésopotamie, j'ai attendu la veille de sa venue pour leur présenter les deux signes d'écriture des nombres ainsi que les noms de ces nombres. Pour cela, je leur ai montré deux photocopies de transcription de tablettes. Mes ressources sur les écritures provenaient essentiellement de F. Thureau-Dangin et de G. Ifrah. Pour les collègues tentés par cette expérience, n'hésitez pas à combler votre curiosité en découvrant les pages écrites par Christine Proust sur le site Culturemath (voir PLOT 16).

On a déjà beaucoup écrit sur ces tablettes.



Je vous propose ici l'utilisation que j'en ai faite en classe.

Découverte des nombres et du travail en base 60

Avant la venue de Christine Proust, j'ai commencé pour chaque tablette par l'étude mathématique : le repérage des nombres et leur codage. Dans la classe de 6^{ème}, une heure a été consacrée à l'étude des premiers nombres. En voici le début de page.

Les mésopotamiens utilisaient deux signes pour écrire leurs nombres.

┘ qui désigne 1 et < qui désigne la dizaine 10.

Les nombres...

...d'unités	Écriture actuelle	Prononciation
┘	1	geš
┘┘	2	min
┘┘┘	3	eš
┘┘┘┘	4	limmu
...de dizaines		
<	10	u
<<	20	niš
<<<	30	ušu
<<<┘	40	nimin [niš-min]
<<<┘┘	50	ninnû
┘	60	gešta ou geš

Les élèves ont complété entièrement le tableau. Nous avons aussi écrit la prononciation des différents nombres. C'est une nouveauté qui leur a plu. Les élèves ont vite remarqué que 60 s'écrivait comme 1. On dira alors une soixantaine comme une unité et on écrira : ┘

La suite a été consacrée aux autres nombres et à leur structure.



12, c'est 10 et 2 donc cela s'écrit <┘┘, et 72, c'est 60 et 12, donc on écrira ┘ <┘┘, et on dira geš-u-min.

Le travail mathématique de lecture et d'écriture de nombres mené avec Christine Proust va renforcer cette compréhension. Il consiste ensuite à lire des nombres en base 60, numération où le successeur de 59 est ┘. Nous écrivons sur une fiche tous les nombres de 1 à 60, leur nom babylonien, leur écriture cunéiforme. Les élèves se prennent facilement au jeu. 59 c'est déjà 50 et 9. Les noms de nombres iront jusqu'à 3600... qui s'écrit aussi ┘. Sur une première table, les élèves apprendront à écrire ces nombres dans la dernière partie de la matinée.

La multiplication

À partir de là, nous étudions, sur documents imprimés, les transcriptions de tablettes de plusieurs tables de multiplication. Les élèves, regroupés par binôme, ont des tables différentes. En effet, pour effectuer une multiplication en base 60, il faudrait connaître 59 tables de multiplication mais on peut très bien y arriver avec un peu moins de tables. Les scribes



devaient en connaître absolument un grand nombre par cœur car elles leur servaient dans le calcul d'inverses et dans le calcul de divisions.


Nous sortons donc des tables de 2 à 9, évoquées oralement, en observant immédiatement celles de nombres plus grands ou complexes. On les lit grâce à des dessins d'assyriologues : tables de 2, de 6, de 12, de 15, de 18, de 24, de 45, de 7:30 (la notation 7:30 signifiant aussi bien $7 \times 60 + 30$ que $7 + \frac{30}{60}$), de 3:45. On y trouve à chaque fois le multiplicateur et le produit. Par contre le multiplicande n'est pas toujours écrit. Mais pour savoir de quelle table il s'agit, je fais remarquer aux élèves que la différence entre deux multiples consécutifs est égale au multiplicande.

Dans le livre de F. Thureau-Dangin qui a été une de mes sources principales pour les problèmes géométriques (que vous découvrirez dans un prochain numéro de PLOT), on trouve, lorsqu'il est question de multiplication :

« *Un rectangle. J'ai croisé le flanc et le front, j'ai ainsi construit une surface* »,

Plus loin : « *Croise 15, le flanc, et 12, le front. 12 fois 15 font 3, la surface* ».

Ou dans une autre tablette : « *Le flanc est 1 et le front est 32. Qu'est la surface ? ... tu multiplieras 1 par 32, tu trouves 32. La surface est 32* ».

Le texte babylonien est **1 ara 32 Duma 32 32 eqlu**. On peut d'ailleurs retrouver l'écriture de ara  dans la table de 18 ci-contre.

De là, on peut leur faire effectuer des multiplications plus compliquées en utilisant les tables, ce que je demande aux groupes les plus avancés.


Par exemple :

$$18 \times 25 \text{ c'est } 18 \times 20 + 18 \times 5.$$



table de 24


$$\text{Or } 18 \times 20 = \text{𐎠𐎠𐎠} \text{ et } 18 \times 5 = \text{𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠}.$$

En regroupant, 18×25 est égal à , c'est-à-dire 7 soixantaines et 30 unités.

En effet, $18 \times 25 = 450$ ce qu'on peut écrire $420 + 30$, on retrouve bien l'écriture ci-dessus.

La division : les inverses



La table des inverses est utilisée pour faire des divisions. Le mot *igi* désignant l'inverse s'écrit .

Par conséquent, pour diviser par 30, on multiplie par son inverse 2 (**igi 2**) : « *Dénoue l'inverse de 30, tu trouveras 2* ».

Voici quelques exemples de paires d'inverses :

L'inverse de 2 est 30, l'inverse de 3 est 20 ou encore l'inverse de 4 est 15...



table de 18

La table des inverses me sert en 6^{ème} à travailler le partage du temps.

Je fais par exemple, traduire aux élèves : 2 **igi** 30 par $\frac{1}{2}$ h = 30 min ou $\frac{1}{2}$ min = 30 s.

Cela me permet d'étudier ces fractions de l'heure avec les élèves dans un chapitre « Durées ».

On peut aussi montrer aux élèves comment les scribes réalisaient des divisions exactes ou entières : il suffit de lire dans la table de multiplication. On cherche 75 : 18, or $18 \times 4 = 72$ donc 75 contient 18×4 et il reste 3 d'écart.

Nous évoquons aussi avec les élèves les objets ou les grandeurs qui se comptent par 18, par 12 ou par 24, ces deux dernières valeurs comptant les heures des jours, ou les douzaines, les paquets de 24. Si on peut se poser la question de l'utilité de la table de 18, celle de 12 est connue car elle a un usage courant (les œufs), tout comme celle de 24 qui permet de compter les heures mais aussi certains conditionnements (les parfums, les paquets de boissons), le nombre d'images par seconde, le carat pour la mesure de l'or.

La fabrication

Pour terminer cet article, reste à expliquer aux collègues intéressés comment fabriquer des tablettes d'argile à la manière des scribes de Nippur.



La partie fabrication intervient à la fin de la demi-journée puis j'y consacre une heure un peu plus tard dans l'année pour terminer certains travaux. On commence par l'apprentissage de la tenue du calame, roseau taillé, ancêtre du crayon, pour faire les deux « codes » : Υ pour 1 et \blacktriangleleft pour 10.

Le matériel que j'utilise est rudimentaire. Le calame est taillé dans une baguette en noisetier sec, ou mieux en bambou (baquettes chinoises récupérées), bois assez dur qui donne des tailles nettes et fines. Je découpe en deux, au cutter, une baguette chinoise dans la longueur. Chaque extrémité est taillée sur un centimètre de long en section triangulaire (panne). L'appui perpendiculaire du calame sur l'argile permet de faire le Υ et l'appui presque à plat et à gauche de l'angle droit de la panne permet d'obtenir le \blacktriangleleft .

L'argile est débitée en plaquettes d'épaisseur 1 cm à l'aide d'une corde de nylon tenue entre deux petits morceaux de bois. Les plaquettes d'argile sont régularisées au rouleau en bois, l'argile devant être cuite pour être conservée. Cela plaît beaucoup aux élèves. Certains ont une aisance naturelle et font rapidement de belles œuvres. D'autres inventent l'usage de la gomme-doigt, pour refaçonner l'argile et recommencer. Les travaux des élèves ont pu être exposés, certains aux journées nationales APMEP de La Rochelle en 2008. Les premières tablettes créées sont réutilisées régulièrement en classe de 6^{ème}.

Dans la reproduction de la table sur l'argile, je laisse les élèves aller plus ou moins loin suivant ce qu'ils ont observé ou la place qui reste sur la tablette. Il faut

Sortons des sentiers battus

que la tablette puisse être gravée dans l'heure, car d'une semaine à l'autre elle sèche et ne peut ni être complétée, ni être corrigée. D'un jour à l'autre, par contre, on peut la protéger avec un tissu humide.

Conclusion temporaire

Les élèves sont souvent très curieux de cette culture perdue. Ils acceptent volontiers d'écrire avec les règles de cette numération. Elle permet de leur faire

comprendre la numération en base soixante utilisée pour les durées, mais aussi les sous-unités du degré pour les angles. Pour nous, enseignants, c'est le moyen de faire pratiquer le calcul dans une base, donc la division euclidienne, et les écritures fractionnaires. La pratique en 6^{ème} s'inscrit bien actuellement dans le chapitre « grandeurs et mesures ».



Bibliographie :

- François THUREAU-DANGIN, Textes Mathématiques Babyloniens, E.J.Brill Ed., Leiden 1938 p 64-65 et p 59
- Georges IFRAH, Histoire universelle des chiffres, Ed Seghers, 1981, et nouvelle édition
- Christine PROUST, Tablettes Mathématiques de Nippur, De Boccard Ed., 2007
- IREM de POITIERS, Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les durées, Février 2010

Sites pour accéder aux documents utilisés :

- <http://www.math.ens.fr/culturemath/> rubrique « matériaux pour la classe », *A l'école des scribes de Mésopotamie* (2007), C. Proust
- <http://www.dma.ens.fr/culturemath/actu/htm/Babylone/Babylone.htm>
- http://motivate.maths.org/conferences/conference.php?conf_id=88
- <http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/nouveautes>
- Espace Mendès-France, Poitiers : <http://maison-des-sciences.org/>