

# Unification des définitions et des notations

*Vous savez que l'APMEP a, depuis sa création, vocation à se mêler de pédagogie et d'enseignement des mathématiques... mais connaissez-vous sa contribution déterminante sur les notations et définitions que nous employons tous les jours et qui nous paraissent si naturelles ? A partir de 1913, et ce pendant plus de 10 ans, c'est même l'objet d'une rubrique, qui revient dans presque tous les numéros du Bulletin Vert : elle appelait les membres de l'association à envoyer des propositions de définitions, de notations de différents termes mathématiques. Chacun pouvait y aller de ses idées, du simple enseignant de collège au représentant de l'Inspection, et lors de l'Assemblée générale annuelle, un vote était organisé afin de statuer sur ces propositions. L'ancêtre du groupe « mots » en somme ! (La commission « MOTS » de l'APMEP a fonctionné activement de 1973 à 2004).*

A l'Assemblée générale de 1914, M. Gros et M. Weill rappellent que certaines difficultés se sont présentées dans l'étude de cette question et qu'il n'a pas été possible de proposer, dès cette année, un tableau de définitions et de notations sur lesquelles l'entente puisse se faire. Comme les comptes-rendus des réunions du Comité l'ont montré, il a d'abord fallu trouver une méthode de travail et l'on n'a pu recueillir des propositions que depuis un temps trop limité pour que l'Assemblée puisse adopter des conclusions.

Après quelques observations de MM. Grévy, Lesgourgues, Hennequin (Caen) montrant encore une fois l'intérêt qu'il y aurait à s'entendre sur certaines définitions et notations, mais en évitant les décisions concernant les questions de méthode, l'Assemblée générale vote la motion suivante :

*L'Association décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions et des notations en mathématiques. Le Comité est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, il soumettra chaque année à l'Assemblée générale, s'il y a lieu, un tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.*

*Voici quelques propositions de définitions et de notations parmi les premières recueillies ; elles datent de 1913. La plupart d'entre elles ont été envoyées par M. Vieillefond (cf BV n° 16, juin 1914).*

## Vecteurs

### DÉFINITIONS :

Un *segment* est une portion de droite. Il est défini par deux points qui jouent exactement le même rôle.

Un *vecteur* est défini par deux points qu'on distingue l'un de l'autre. L'un est appelé *origine* du vecteur, l'autre est appelé *extrémité*.

Une *droite dirigée* (ou une droite *orientée*) est une droite sur laquelle on distingue un sens positif et un sens négatif.

Un *axe* est une droite dirigée sur laquelle on mesure algébriquement des longueurs ; ou bien, un *axe* est une droite orientée sur laquelle on a marqué une origine et une unité de longueur.

On appelle *direction* d'un vecteur la droite qui porte ce vecteur.

On a proposé d'appeler *base* de ce vecteur l'axe obtenu en choisissant sur sa direction un sens positif et un sens négatif (commandant Guyou, Dessenon).

Deux vecteurs sont *équipollents* quand leurs directions sont parallèles, qu'ils ont même longueur et même sens.

M. Vieillefond propose d'appeler :

*demi-droites équipollentes* des demi-droites parallèles ou confondues, de même sens ;

*droites équipollentes* des droites parallèles ou confondues ; des droites équipollentes définiraient une *direction de droites* ;

*plans équipollents* des plans parallèles ou confondus ; des plans équipollents définiraient une *direction de plans* (deux éléments équipollents seraient superposables par une translation).

Deux vecteurs sont *équivalents* quand ils ont même direction, même longueur et même sens.

Deux vecteurs sont *identiques* quand ils sont confondus.

Si, dans une question déterminée, un vecteur peut être remplacé par un quelconque des vecteurs équipollents à lui-même, on dit que ce vecteur est *libre* ; s'il ne peut être remplacé que par le vecteur identique à lui-même, on dit qu'il est *lié à un point*.

Deux vecteurs dont les directions sont parallèles, qui ont même longueur et des sens contraires forment un *couple*.

Un vecteur est *opposé* à un autre vecteur s'il forme un couple avec ce second vecteur.

Deux vecteurs sont *directement opposés* s'ils ont même direction, même longueur et des sens contraires.

NOTATIONS :

Le vecteur d'origine A et d'extrémité B est représenté par les notations (AB) ou  $\overline{AB}$ . La parenthèse ayant des usages très nombreux, la seconde notation semble préférable.

La notation symbolique ne semble pas devoir être introduite dans l'Enseignement secondaire.

On a aussi représenté un vecteur par une lettre surmonté d'une flèche.

M. Vieillefond propose l'ensemble des notations suivant :

$\overline{AB}$  s'énonce *vecteur AB* ou *AB géométrique* ;

$\overline{AB}$  s'énonce *AB algébrique* ;

On peut si l'on veut adjoindre la notation  $\underline{AB}$  qui s'énonce *AB arithmétique* ;

$AB_M$  désigne le moment linéaire de AB par rapport au point M. Avec cette notation, le théorème de Varignon s'écrit :

$$AB_M + AC_M + AD_M = (AB + AC + AD)_M$$

Dans le BV n° 20, datant de 1921, on retrouve à nouveau la rubrique « Unification des définitions de mots et des notations mathématiques » précédée des explications suivantes.

La guerre étant venue disperser notre Association et interrompre ses travaux, nous retrouvons aujourd'hui la question dans le même état qu'en 1914.

Nous vous proposons donc de reprendre à peu près dans les mêmes termes la motion de l'Assemblée générale de 1914, et nous vous demandons de collaborer le plus activement possible à cette enquête en nous envoyant soit des propositions nouvelles, soit des réponses aux questions déjà posées, soit enfin, après avoir pris connaissance des propositions déjà faites, en suggérant des modifications.

Nous espérons de la sorte que, dès l'année prochaine, nous pourrons proposer à l'Assemblée générale un premier projet de tableau, et commencer d'une façon efficace la révision de notre «vocabulaire», révision qui n'a nullement pour but d'entraver la liberté et les initiatives, mais de proposer à tous ceux qui parlent mathématique, un même langage clair et commode.

Quelques propositions datant d'Octobre 1921 (extrait du BV n° 22).

### 1. Termes et Notations proposés par M. Decerf (Cherbourg)

*Les concepts sont indiqués sommairement entre parenthèses.*

Membres. (Termes d'une fraction). *Un membre peut être une somme de plusieurs termes.*

Discriminante, *au féminin.* (Expression «  $b^2 - 4ac$  »).

Points opposés, supplémentaires, complémentaires. (Extrémités d'arcs ayant respectivement pour somme :  $0, \pi, \frac{\pi}{2}$ ).

Points en quadrature, diamétriques. (Extrémités d'arcs ayant respectivement pour différence :  $\frac{\pi}{2}, \pi$ ).

Triangle, trilatère, trigone. (Figures respectivement formées par 3 points, 3 droites, 3 segments de droite joignant 3 points, - cette dernière actuellement dénommée *triangle*).

Triface, multiface (Trièdre, Angle polyèdre).

Polyèdre, tétraèdre, etc. (Solides limités par des facettes planes).

Onglet (le *dièdre* actuel).

Médiatrice. (Apothème d'un polygone régulier).

Génératrice. (Apothème d'un cône).

Point initial, point terminal. (Origine et extrémité d'un Vecteur).

### 2. Communication de M. J. Richard (Châteauroux)

Certains termes proposés, *septante* par exemple ; parfaitement logiques d'ailleurs, ne sont pas employés dans la vie courante ; nous ne pouvons changer l'usage et ne pas nous conformer constituerait une complication inutile.

N'attachons pas trop d'importance aux notations et ne multiplions pas trop non plus les termes spéciaux lorsque les uns ou les autres ne sont pas absolument nécessaires. Ainsi, est-il bien utile de donner un nom particulier à l'expression  $b^2 - 4ac$  ; ne pourrait-on dire simplement « le  $b^2 - 4ac$  du trinôme  $x^2 - 2mx + 3$  est égal à  $4m^2 - 12$  », ou, s'il s'agit d'une équation du second degré « la quantité sous le radical » ?

Ce dernier extrait, issu du BV n° 25 datant d'avril 1922, nous donne les conclusions établies par l'Assemblée générale sur diverses propositions.

Puis, M. Flavien communique les résultats de l'enquête au sujet des 10 termes figurant cette année au tableau proposé à l'ordre du jour et sur lesquels l'entente semblait possible. Après les avoir examinés, l'Assemblée générale décide de conseiller l'emploi des termes suivants :

1° **Quotient entier** : quotient de deux nombres à une unité près par défaut (*Adopté par 94 voix contre 10*).

2° **Quotient exact** : nombre entier ou fractionnaire dont le produit par le diviseur donne le dividende (*Adopté par 101 voix contre 4*).

3° **Rapport** : à réserver pour deux grandeurs de même espèce, M. DECERF ayant fait observer qu'il n'était peut-être pas superflu d'ajouter « de même espèce » (*Adopté par 86 voix contre 11*).

4° **Valeur absolue** d'un nombre positif, nul ou négatif (*Adopté par 103 voix contre 1*).

7° **Centre d'homothétie** au lieu de PÔLE D'HOMOTHÉTIE et à l'exclusion de CENTRE DE SIMILITUDE (*Adopté par 102 voix sans opposition*).

A propos des 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> termes du tableau proposé : **expressions algébriques** (*approuvé par 96 voix contre 5*) et **expressions algébriques identiques** (*approuvé par 95 voix contre 8*), diverses observations sont présentées par MM. Balmain, Decerf, Grévy, Gros(C.), Papelier, Sizaire, Weber. En particulier, doit-on appeler «  $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$  » identité ou équivalence ? D'autre part, le qualificatif « *équivalent* » est employé dans de nombreuses locutions : expressions algébriques équivalentes, systèmes d'équations équivalentes, etc. L'Assemblée décide de réserver l'adoption de ces termes et met à l'étude l'examen des mots : *égaux* et *égalité*, *équivalents* et *équivalence*, *identiques* et *identité*.

Pour le 8<sup>e</sup> terme du Tableau proposé : **centre de similitude** (*approuvé par 90 voix contre 4*), M. Grévy fait remarquer qu'il est inutile de recommander l'emploi de cette expression pour désigner le centre commun de l'homothétie et de la rotation..., la question sortant du cadre de l'enseignement secondaire. Par contre, il convient de proscrire cette expression pour désigner le Centre d'homothétie.

Enfin, pour les 9<sup>e</sup> et 10<sup>e</sup> termes : **face** (*approuvé par 92 voix contre 5*), et **facette** (*approuvé par 76 voix contre 15*), l'opportunité d'employer deux vocables différents ne paraît pas nécessaire à tous (MM. Girard, Grévy, Picardat (M.), etc.). Une courte discussion fait ressortir que ces termes sont d'ailleurs liés à une question plus générale, que la terminologie actuelle des chapitres « *polyèdres* » et « *angles polyèdres* » crée souvent une confusion dans l'esprit des élèves, et l'Assemblée met à l'étude l'examen de la terminologie de ces chapitres.

Voilà qui donne à réfléchir, et nous permet de remarquer qu'en mathématiques aussi il y a des évolutions, qui en font une science vivante ! Evolutions sur les mots, les concepts... et les choix des notions à enseigner. Qui parle encore aujourd'hui à ses élèves du moment linéaire de AB par rapport au point M ?