Récit d'un voyage en devenir

François Sauvageot

PLOT ne vous présentera pas François Sauvageot. En effet, son texte le présente bien mieux que nous ne saurions le faire. Au fil de son histoire et de ses rencontres, il nous livre ici ses réflexions et ses convictions. Et, au-delà de la découverte d'une personnalité hors du commun, c'est à la réflexion autour de questions fondamentales que PLOT vous convie à travers cet article.

Mathématiques et mathématicien(ne)s

Je pense que je suis mathématicien depuis longtemps. Je suis mathématicien depuis que je hais le mensonge et l'injustice. Depuis que je sais qu'il faut du courage pour les combattre et que je sens que les maths me fournissent ce courage. C'était à l'aube de ma vie et comme il est impossible de fermer les yeux une fois qu'on les a ouverts sur le monde, je pense que je le resterai jusqu'à la fin.

Même si d'autres ont contribué avant elle à cette prise de conscience, je pense que les choses sont devenues claires pour moi avec Michèle Mathiaud, ma professeure de 3ème. Elle m'a appris que les maths se partagent et que l'on ne sait rien si on n'est pas capable de les expliquer, de les transmettre, de remettre en question sa propre vision. À cette époque, je pensais qu'il me fallait toujours plus de maths. Il m'arrivait de trainer dans les salles vides du Palais de la découverte ou d'aller lire les livres de maths de Beaubourg (lire est un grand mot quand on n'y comprend rien!). Principalement je rêvais de comprendre les équations, à en taguer les murs avec des équations du troisième degré, inaccessibles. Que de temps il m'a fallu pour avoir un aperçu de la théorie de Galois! Entre-temps je me suis nourri de sa courte vie, et j'ai rêvé de l'ENS : j'ignorais évidemment qu'il y en avait plusieurs, mais je savais déjà que l'X était un lieu de perdition. Des mots et des pensées d'enfant, évidemment! Toujours estil qu'à force de lui en demander plus, Michèle m'a proposé non pas de parcourir des maths plus avancées, mais d'expliquer ce que je savais, ou plutôt que je croyais avoir entièrement compris, à mes camarades en difficulté. Elle donnait en effet de son temps pour de la remédiation en petit groupe. La seconder pour aider mes camarades fut sa plus belle leçon : je me suis rendu compte qu'en fait je ne savais pas grand chose et que tant que je ne pourrais transmettre le flot d'images et d'abstractions acceptées qui circulaient dans mes pensées, alors en vérité je ne pourrais pas dire que j'ai réellement compris. Je n'ai jamais trouvé les mots pour la remercier, alors j'en profite aujourd'hui.

On entend parfois (souvent en fait) des interrogations sur ce que sont les maths et à quoi elles servent. Dans les milieux où on *fait* des maths, on ne se pose pas très souvent cette question, on lui préfère quelque chose comme « Qu'est-ce qu'un(e) mathématicien(ne) ? » ou « Estu mathématicien(ne) ? ». Dans ces milieux-là, il n'est pas rare que la définition se réduise comme peau de chagrin dès qu'on gratte un peu. Lui ? Allons donc ! Elle ? Mais comment ? Et on se retrouve à se poser, de nouveau, cette

question sur ce que sont réellement les maths. Ce qu'elles sont vraiment, qui les comprend vraiment... comme s'il y avait une réponse unique, indépendante de la culture, objective et déshumanisée.

Si j'en parle ici, c'est que bien souvent, chez un(e) universitaire, les maths du secondaire ne sont pas des maths. Et les profs de maths du secondaire, sont-ce des matheux(ses)? Difficile alors d'imaginer oser poser la question des maths du primaire... et des enseignant(e)s du primaire! Et même entre universitaires... J'ai par exemple toujours été choqué d'entendre tel maître de conférences ou tel thésard me dire « Ah non, mais moi je ne suis pas un vrai mathématicien... ». Ah? Alors qui l'est? L'histoire des maths montre que les bonnes questions, et les bonnes réponses, ne sont pas spécialement le fait de personnes qu'on pourrait aujourd'hui qualifier de chercheur(e)s. Aujourd'hui, je trouve d'une arrogance incroyable de vouloir hiérarchiser la pratique des maths, et les maths elles-mêmes. Et au sommet de la pyramide il y aurait quelques élus issus de quelque sanctuaire?

Je n'ai, personnellement, jamais vu de frontière entre ces maths-ci et ces mathslà. Encore en formation, j'ai débarqué après la guerre de tranchées « maths pures » contre « maths applis ». Il y avait des raisons à cela. Je ne les ignore pas, j'ai juste toujours tenu à les dépasser. Bref, je ne donne le droit à personne de me qualifier ou non de matheux. Ni même de me dire si ce que je fais est ou non des maths. C'est là une question personnelle, qui au final ne regarde que moi. Je m'affirme donc comme mathématicien! Et j'aimerais qu'en particulier tou(te)s les professionnel(le)s de l'enseignement des maths en fassent de même si tel est leur désir.

Enseigner les maths

Pour moi faire des maths ne peut se dissocier de leur transmission. D'un point de vue académique, cela veut tout d'abord dire : les enseigner. J'ai commencé par enseigner à des esprits agiles et ayant de l'appétit pour les maths, à Princeton ou à Paris. Ça ne m'a guère donné de clef pour enseigner! Alors j'ai assez tôt eu envie de participer à la formation initiale et continue des enseignants du secondaire : une façon de payer ma dette. Puis j'ai eu l'envie et l'opportunité d'aller voir ce qui se passe au primaire. Enseigner à l'IUFM, aller en maternelle, voilà qui m'a remué. J'ai appris beaucoup à ce moment-là et j'ai amplement apprécié la devise de l'APMEP : « de la maternelle à l'université...».

Alors que je faisais des maths de maternelle, il m'est arrivé de croiser des collègues (universitaires) se demandant ce que j'étais en train de faire, rigolant doucement. Mais à dire vrai, si nous sommes incapables de transmettre une vision de ce que sont les maths à de futur(e)s profs des écoles, alors nous avons beaucoup de souci à nous faire sur la diffusion et l'image des maths auprès de nos concitoyen(ne)s (et tout particulièrement auprès de ceux qui nous gouvernent ou auprès des médias).

L'enseignement comme pratique, mais aussi comme objet d'étude, est une nécessité pour moi. J'ai tenté d'apprendre cela auprès de personnes qui m'ont marqué durablement. Daniel Perrin et Michèle Artigue sont les deux que je voudrais citer. Ce sont pour moi des références.

Je doute que Daniel ait un bon souvenir de moi comme étudiant : je n'ai jamais réussi à apprendre en restant sage. En fait je n'ai jamais mieux bossé que dans des lieux bruyants, les cafés notamment. Et pourtant je sais que j'ai énormément appris durant ses cours, sur les maths, sur la façon d'en faire et sur les matheux(ses). Et j'ai été fier quand je me suis rendu compte que nous avions, un temps, un point commun : celui de préparer au CAPES. Maintenant que j'ai pris d'autres chemins, bien que je continue à m'interroger sur l'enseignement, je trouve dans ses écrits publics une source profonde d'inspiration et de questionnement. Et il suffit de lire son livre sur les « Mathématiques d'école » pour se convaincre qu'il y a là du grain à moudre à tous les niveaux, y compris universitaire. Quant à moi, ce que j'ai trouvé admirable en maternelle, c'est qu'il semble difficile de la penser autrement que pluridisciplinaire. Une attitude que l'on perd petit à petit au fil des classes. La polyvalence est, je trouve, une source inépuisable de remise en question et d'enrichissement de la pratique enseignante.

La polyvalence c'est accepter de faire des maths, puis de faire autre chose ou au contraire de faire autre chose et de tout d'un coup se retrouver à faire des maths. C'est une démarche habituelle en modélisation. En ce sens l'arrivée de la modélisation à l'agrég est une salutaire bouffée d'air frais, même s'il faut avouer que les prestations en modélisation restent décevantes, d'autant qu'une force d'inertie importante aimerait que ce ne soit qu'un moyen détourné pour faire des maths comme avant... Cette difficulté de faire des allers-retours entre un problème totalement mathématisé et une question qui ne l'est pas, pas plus que la réponse ne doit l'être, est sans doute ce qui m'a poussé à animer des stages de formation en compagnie de Michèle Artigue, puis grâce à elle de participer à la formation de formateurs. J'ai trouvé là de nombreuses difficultés que je ne soupçonnais pas, et des apports de toute part. Travailler en interdisciplinarité (ou au moins essayer), mélanger les problématiques, et les implicites, est passionnant. Nous travaillions avec des enseignant(e)s de collège et de lycée, de maths, de physique ou de SVT sur des projets communs. La question n'est plus de savoir ni à quoi, ni où les maths servent, mais plutôt de savoir quoi dire avec le peu que l'on sait en maths!

Ma formation initiale était plutôt ancrée sur les maths et la physique. J'ai découvert que l'on pouvait coupler les maths avec l'humain, se poser des questions sur sa nature même. C'est sans doute le que je cherchais depuis longtemps. Une rencontre qui a permis l'extériorisation de cette envie d'en découdre avec l'injustice grâce aux maths. Les affaires liées au distilbène ou à la mort subite du nourrisson m'ont définitivement convaincu qu'il était important de parler de ces questions (et d'autres, comme les tests HT21, les tests ADN etc.) en formation, en cours de maths et bien entendu au grand public.

Michèle m'a aussi permis de prendre une conscience plus aiguë des enjeux didactiques. Je n'ai pas vraiment réussi à devenir didacticien, mais j'ai découvert ce monde-là, ses acteur(trice)s, ses enjeux, ses problématiques. Et surtout Michèle pose toujours les bonnes questions, alliant simplicité et profondeur. Elle sait canaliser les énergies, les rendre positives : son écoute et son amitié m'ont permis de croire que je pouvais apporter quelque chose au milieu de l'enseignement, malgré mes piètres compétences en didactique.

Science populaire

L'enseignement s'est naturellement élargi à la question de ce que j'appelais d'abord « vulgarisation », puis « popularisation » avant d'opter en conscience pour la terminologie « science populaire ». Parce que je veux être dans l'échange et le partage, pas dans la transmission verticale d'un savoir qui placerait les savant(e)s audessus des autres. Cette prise de conscience, je la dois à Gilles Godefroy, un mathématicien d'une profonde humanité et un ami. C'est lui qui m'a nommé chargé de communication du plus gros laboratoire de maths français et qui est à l'origine de ma forte implication dans la fête de la science, le salon du CIJM et qui fait que j'ai décidé de faire des animations ailleurs, de sortir du labo et d'aller voir dehors si je pouvais rencontrer un public non captif, et même parfois hostile.

J'ai aussi eu envie de rapprocher les matheux(ses), enfermés dans leurs labos (à Paris comme à Nantes), et de les amener dans les cours d'école, dans les salles de classe. Pour parler, pour se montrer, pour montrer un film : des maths, et surtout les personnes derrière les maths. Au début je voulais faire venir les gens plutôt que d'aller à leur rencontre : afin de montrer les lieux des maths. En même temps c'est un obstacle supplémentaire pour les classes comme pour le public intimidé par la fac, sans compter que j'ai d'abord dû être hébergé dans des labos de physique tellement les matheux(ses) étaient enthousiastes à l'idée de voir débarquer des gamins dans leurs placards sombres!

Très vite, il m'a semblé important d'aller à la rencontre du public comme des scolaires. Nous avons monté un projet appelé « L'université dans les écoles » qui nous permettait, à une dizaine, de débarquer dans les écoles autour de la fac. J'en garde des souvenirs émus. Une fois arrivé à Nantes, j'ai perdu une grande partie de la dynamique créée à Paris et je me suis repositionné.

D'une part le CNRS avait eu l'idée de m'utiliser comme chargé de communication pour feu son département de maths. À cette époque il m'était devenu très clair que la question de la communication est dans le récepteur, pas dans le mode de transmission, ni dans son contenu. Le CNRS ne m'a donné aucun moyen, à part un espace d'expression et un titre. C'est comme ça que j'ai créé le Café des maths. Quand le département de maths est mort (pour renaître sous forme d'institut) et a effacé mon nom de ses listings, le Café est devenu une rubrique du site Images des maths (http://images.math.cnrs.fr) et j'ai été accueilli à bras ouverts par l'équipe d'Images des maths, et notamment par Étienne Ghys que j'ai envie de remercier pour sa culture, son humanité et son ouverture. Le Café des maths, c'est un lieu où on parle d'un mot, d'une expression, d'une question de société et où un(e) matheux(se) parle de son point de vue, dans le but de le partager, c'est-à-dire ni de l'imposer, ni de prétendre que c'est là la vérité, unique et indiscutable. Un point de vue comme tant d'autres, un point de vue étayé, qu'on ne peut balayer d'un revers de manche, mais qui n'est qu'une partie de l'histoire. À l'heure des questions sur la retraite, il fait parfois bon se souvenir de ce qu'est l'espérance de vie, sa définition, ce qu'elle représente et surtout ce dont elle n'est pas le reflet.

En marge du Café, j'ai aussi créé un projet avec Pascal Yiou, un ami climatologue. Ce projet rassemble de nombreux laboratoires concernés par le climat, l'en-

vironnement et les questions de société que tout cela soulève. Notre but est de favoriser les échanges scientifiques entre chercheurs de communautés différentes, d'évaluer les modes de communication de chaque communauté et de poser la question de l'interdisciplinarité. Pour donner un exemple concret : les travaux du mathématicien Smale et du climatologue Lorenz sont contemporains (années 60) mais il fallu plus de 30 ans pour que ces travaux percolent d'une communauté à l'autre.

D'autre part je me suis intégré dans la dynamique des Pays de Loire : la fête de la science, l'IREM... et je me suis dit qu'il était nécessaire de prendre son baluchon et d'aller voir le grand monde. Je suis parti du constat que près d'un siècle après la mécanique quantique, notre vision du monde reste profondément causale, mécaniste au sens newtonien. Alors je me suis demandé comment faire passer aux enfants, aux enseignant(e)s, au grand public quelques idées probabilistes. Des choses simples comme les probas conditionnelles (le sophisme du procureur en est un exemple d'apparition, comme lors de l'affaire Sally Clark), l'indépendance (comme elle a pu intervenir lors de l'affaire Dreyfus), l'équirépartition, etc. Au final on peut se poser la question de savoir ce que représentent des mots comme : hasard, destin, équité, égalité... Pour parvenir à cela, et en avoir une idée plus précise moi-même, j'ai participé à l'animation de clubs de maths, de rencontres avec des scolaires 011 avec des animateur(trice)s. J'aime voir briller les étoiles au fond des yeux des enfants...

Il y a une expérience que je voudrais relater. Jean-Luc Planès, à Challans, m'a fait venir pour animer des ateliers avec

des secondes, parler philo avec des terminales, faire jouer (autour du dilemme du prisonnier) des premières et surtout... pour la rencontre intitulée « Les maths, si on en parlait? ». De quoi s'agissait-il? Le but était d'illustrer, un peu comme au café, des mots avec un regard de mathématicien. J'ai choisi les deux premiers pour faire prendre l'ambiance. Vu la période (c'était le 26 mai 2009), j'ai choisi : impôts et vote. Cela nous a conduits à des débats vifs et intéressants sur les tranches de l'impôt, sur la démocratie et les préférences de groupe. Puis j'ai laissé l'assistance prendre la main et proposer des mots. C'était un pari. Et une prise de risque. J'avais bien entendu préparé des choses, comme une improvisation en musique, mais j'étais inquiet tout de même. En deux heures, le public et moi avons échangé sur cinq mots. Les trois qu'il a choisis étaient : épidémie, camping et nuage. Je ne parlerai ici que du dernier. J'ai choisi de commencer par un commentaire poétique. Il y a un lien entre les formes que l'on croit parfois deviner en regardant les nuages et les idées mathématiques... Une fois interprétée la forme dans les nuages, on ne peut plus ne pas la voir. On lui a prêté un sens, même si on est parfois le seul à le voir. Il en va de même pour l'idée mathématique. Ce qu'elle a de commun avec le nuage, c'est cette permanence de l'éphémère. Et puis j'ai parlé des papillons, de l'effet papillon, de la météo, du climat et du réchauffement climatique. Je suis ressorti épuisé de cette (longue) journée, mais heureux. Heureux d'avoir vu briller des regards, d'avoir pu partager avec des jeunes gens pleins de questions et forts de convictions, et aussi avec des moins jeunes. De ceux qui ont encore la force de croire que tout peut se partager.

Maths à venir

Dans le partage, on trouve aussi une façon de croire en l'avenir. « Maths à venir », c'était le nom d'un colloque en 2009 sur les maths en relation avec l'industrie, l'enseignement, la société, la science contemporaine. Je ne suis pas vraiment convaincu par les conclusions de ce colloque, ni par son format, mais tant pis. Durant l'atelier préparatoire, à Rennes, sur les questions d'enseignement et de société, il y avait très peu d'enseignant(e)s du secondaire, aucun du primaire et on peut se demander si la société était représentée! Ce n'est sans doute pas le format pertinent pour faire avancer les choses.

Si je constate que les matheux(se)s sont présent(e)s sur ces questions, les actions entreprises sont trop souvent à sens unique: du haut vers le bas, du top-down comme disent certains. Bien souvent, l'action la plus audacieuse imaginée est la conférence. Pour moi, elle est un pis aller, une image figée. Il reste cette barrière qui interdit finalement de s'asseoir à la même table. Je lis d'ailleurs dans les conclusions du colloque le témoignage assez commun qu'il faudrait que le grand public sache plus de maths. On aimerait pouvoir parler de maths au public. Quelque part j'ai l'impression que le(la) chercheur(e) donne un message du genre : « Je fais l'effort de venir, je suis prêt à discuter avec vous, mais ne me demandez pas de me poser la question de qui vous êtes! C'est à vous de vous mettre à niveau pour comprendre ce que je dis : c'est ça votre part du contrat. » Ce n'est pas comme ça que ca marche! Le modèle des lumières ou encore l'idée que les progrès de la science se reflètent directement dans la société, comme l'a espéré Snow, toutes ces belles idées ont leurs limites. Un jour ou l'autre, il faut sortir de son trou, se montrer, s'exposer et s'asseoir autour de la même table.

Il y a, en dehors de la perception des probas, deux choses qui me tiennent à cœur tout particulièrement : la question du genre et celle de la formation continue.

J'ai observé l'impact du genre sur le comportement à l'école, aux concours et surtout j'ai enregistré tous ces préjugés. Quand j'étais examinateur au concours d'entrée de l'ENS Cachan, je me suis longuement posé la question du peu de jeunes femmes se présentant, en dessous même de la proportion désespérément basse de jeunes femmes en CPGE. Je n'ai pas trouvé de clef à ce moment-là et je suis convaincu que les blocages se trouvent bien en amont. C'est pourquoi quand Véronique Slovacek-Chauveau m'a proposé de réfléchir à un jeu sur les préjugés en maths (préjugés sur les maths et préjugés sur les femmes vis-à-vis des maths), j'ai accepté tout de suite. Le projet n'a pas vraiment décollé, mais je le garde dans un coin de ma tête : l'idée est de créer un jeu (avec plusieurs formats possibles) permettant de déconstruire un préjugé donné, références scientifiques à l'appui. C'est un jeu par essence collaboratif qui s'adresse à un public ado, par exemple lors de salons mathématiques.

Ne peut-on pas imaginer faire rêver avec des maths? Sans faire un cours, sans imposer le langage et la normalisation des maths, mais en faisant passer des idées. Enfin, au moins une de temps à autre!

Je crois en effet que ce sont les moments un peu hors du temps, ou hors norme, qui marquent durablement et infléchissent les trajectoires de chacun(e). Et c'est aussi pour cela que je crois en la formation continue. Je la trouve dramatiquement maigrichonne et pas toujours très attrayante. Et pourtant! Quel meilleur moment pour échanger ? L'APMEP ou les IREM créent des moments comme ça, mais il en faudrait plus et surtout il faudrait pouvoir mélanger les disciplines. Comme j'envie les profs d'école qui n'ont pas ces barrières (il y en a d'autres, évidemment)!

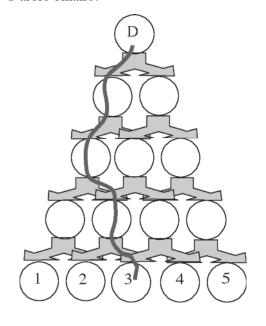
On ne peut pas entrer dans la modélisation ou s'essayer à la pluridisciplinarité (si ce mot a un sens...) en quelques heures lors d'une séance sans lendemain (ou trois mois plus tard). Modéliser c'est essentiellement partir d'un problème mal posé! C'est donc partir dans des errances, aboutir à des impasses et être vite en proie à l'abattement. Une telle activité me semble impensable quand on a, par ailleurs, six classes à gérer. Dans le primaire, on peut avoir une formation de deux ou trois semaines, ce qui me semble un minimum... même si dans la pratique cela veut aussi dire préparer en amont cette absence (et reprendre la classe en main après l'absence). À l'heure où on songe à enseigner jusqu'à un âge avancé et où on va pratiquer ce métier dans une société en mutation rapide, il me semble déraisonnable d'imaginer que la formation initiale suffise. Pour dire les choses rapidement, je pense qu'une formation continue d'un semestre tous les 10 ans est indispensable! Une formation où on peut faire des échanges de pratique, en profiter pour aller dans les classes des collègues, monter des expériences, tester d'autres niveaux, aller faire un tour en collège ou en lycée ou en post-bac et pourquoi pas en primaire, visiter les autres disciplines, réfléchir aux pratiques interdisciplinaires et à toutes les activités allant dans cette direction (IDD, TPE, options de seconde), faire le point sur l'évaluation, sur les compétences, sur sa propre pratique, etc. J'imagine une durée longue pour pouvoir s'y investir pleinement, et ceci ne dispenserait pas d'avoir aussi quelques stages plus courts sur quelques demijournées dans l'année. Évidemment le coût est vite estimé : 5% de profs en plus... Alors, si on ne veut pas rester dans l'utopie, il faut chercher d'autres façons de faire, trouver des ressources ailleurs, et c'est aussi pour ça que j'estime qu'une prise de conscience des universitaires est nécessaire quant à leur rôle.

J'ai quitté ce monde-là, alors je ne suis pas sûr d'y être entendu (à bien y réfléchir, ça ne va pas changer grand chose, en fait!), mais c'est en tout cas le sens que je donne à mon détachement actuel comme prof agrégé. Bien sûr, ça ne me donne pas réellement une vision de terrain puisque je suis prof en CPGE dans un très beau lycée nantais, mais ça viendra sûrement... par la bande.

Un exemple pour conclure

Voici, pour terminer, une animation que je propose en primaire. Elle pourrait fonctionner dans le secondaire et elle pose des questions pour les terminales, voire de recherche si on pousse les choses loin.

Traçons sur le sol un parcours sous forme d'arbre binaire.



Je l'ai surnommé la marelle de Gauss (voir dessin). On se déplace dans la marelle du haut vers le bas, en bifurquant à chaque case soit vers la droite, soit vers gauche (un peu comme sur une planche de Galton). À la fin de son parcours, chaque joueur se retrouve donc dans une des cases numérotées de 1 à 5.

Le jeu se joue par équipe de cinq. On répartit les enfants d'une équipe en leur attribuant au hasard un nombre entre 1 et 5, chacun en ayant un différent. Le but de chaque joueur est de rejoindre la case portant son numéro. S'il y parvient, il rapporte un lot (divisible par 5, comme cinq chocolats) à son équipe. Le but de l'équipe est donc qu'un maximum de ses membres arrivent à leur but.

Chaque bifurcation se fait au hasard, en choisissant une main de l'animateur(trice) dans laquelle est cachée un carton marqué « Gauche » ou « Droite ». On constate bien vite, en jouant, que les chances de parvenir au but ne sont pas les mêmes pour toutes les cases. On propose alors aux joueurs un joker permettant de contrecarrer, une fois seulement, le hasard. Ils doivent décider entre eux à qui le donner (ou combien en donner à chacun s'il y a plusieurs jokers).

La première envie est de rétablir les déséquilibres et de donner ce joker au joueur le plus défavorisé. C'est la façon la plus simple de penser la justice et l'équité : faire en sorte que chacun ait les mêmes chances. Ce n'est pourtant pas aussi simple ! Si les gains sont partagés, c'est l'inverse qu'il vaut mieux faire !

Pour faire comprendre cette situation, imaginons que le déséquilibre des chances soit dû à des compétences différentes (le parcours représente une orientation professionnelle en vue d'un métier ;

les cases, l'attirance qu'on peut avoir pour ce métier), alors autant favoriser ceux qui ont envie d'exercer ces compétences! Le lot est alors le gain de l'équipe, ici de la société. Mais que se passe-t-il si le lot est d'abord donné à celui qui atteint sa case ou si, tout simplement, le lot n'est pas divisible par 5 ? Le partagera-t-il équitablement, conscient que l'équipe lui a donné des chances supplémentaires ou en gardera-t-il plus, voire la totalité, arguant que c'est lui qui le méritait le plus de toute façon ? Si la société donne les moyens à certains de faire fructifier leurs compétences, peuvent-ils garder leurs gains sans en rendre compte ? Voilà des questions où se mêlent calculs de probabilités et questions de société.

Voici les éléments de calcul. Je renumérote de 0 à 4. La probabilité d'arriver sur la case k est donc C_4^k divisé par 2^4 , soit : 1/16, 4/16, 6/16, 4/16 ou 1/16. L'espérance de gain de chacun est cette probabilité et donc l'espérance de gain de l'équipe, étant la somme de ces espérances individuelles, est exactement 1.

Qu'est-ce qu'un joker ? C'est la possibilité de modifier son chemin. En réinterprétant cette action, il revient au même de dire qu'on modifie sa case d'arrivée ou mieux qu'on élargit son ensemble de cases gagnantes en prenant celles voisines de la case qui nous a été attribuée initialement. Ainsi le joueur 1 gagne s'il parvient à la case 1 ou 2, le joueur 2 gagne s'il parvient à la case 1, 2 ou 3 etc. Les espérances de gain individuelles deviennent donc la somme des espérances de gain pour chacune des cases gagnantes, soit: 5/16, 11/16, 14/16, 11/16, 5/16. Dit autrement chaque espérance est augmentée respectivement de : 4/16, 7/16, 8/16, 7/16 ou 4/16. Et donc c'est pareil pour celle de l'équipe. On voit donc qu'on

La parole à François Sauvageot

maximise le gain en donnant le joker au joueur du milieu, celui qui avait déjà l'espérance de gain maximale!

L'exercice correspond à chercher le maximum des $C_4^{k-1} + C_4^{k+1}$. Et on peut s'amuser à chercher ce maximum en changeant 4 en n.

Et si on a deux jokers ? Pour la même raison, on donne le second à un des joueurs voisins de celui du milieu.

Et si on a n joueurs et p jokers? Tout dépend de p par rapport à la racine carrée de n : c'est un problème de grande déviation, une notion de probabilité liée à l'étude des marches aléatoires et donc aussi au mouvement brownien. Pour de petites valeurs de n, on peut poser des questions comme la répartition optimale (c'est ce qu'on vient de faire) ou combien de jokers il faut pour que l'on puisse aboutir à une espérance de gain uniforme (i.e. aboutir à l'équité par l'équiprobabilité... l'équité au sens naïf) ou encore pour combien de jokers la solution optimale est aussi la solution qui fournit l'équiprobabilité. Est-ce qu'on l'atteint avant que tout le monde gagne à tous les coups ?

En effet, avec cinq joueurs et seize jokers, on peut faire en sorte que tout le monde gagne à tous les coups. Malheureusement, dans la vraie vie, on a rarement autant de jokers!

Enfin si les joueurs votent pour attribuer les jokers et jouent plusieurs fois, que se passe-t-il? Si chacun est individualiste et cherche à maximiser son propre gain, comment doit-il se comporter avec les autres ? Quand peut-il en toute impunité rompre ses engagements et quand a-t-il intérêt à vivre en bonne intelligence avec ses partenaires ? Je n'ai pas toutes les réponses, au sens mathématique, et encore moins toutes les réponses d'un point de vue social. De telles situations, semblables aux problèmes soulevés par le dilemme du prisonnier*, sont souvent très complexes, notamment selon la façon dont on itère le jeu.

Beaucoup de questions ! Mais les maths, c'est souvent beaucoup de questions, et des réponses qui sont elles-mêmes des questions... non ?

* Sur ce sujet, je conseille au passage le beau livre de William Poundstone, chez Cassini.

