

DESSINS SUR CALCULATRICE GRAPHIQUE
atelier de dessin
dirigé par M. Catherin André, professeur de mathématiques
lycée Lamartine de Mâcon

document n°1: courbe d'une fonction

Casio: menu Graph exe Texas: Y=

(La touche « replay » désignent les 4 flèches à droite et au milieu de la calculatrice)

1) Effacer les formules éventuellement déjà écrites:

Casio: surligner, avec « replay » la formule puis DEL et Yes

Texas: surligner, avec « replay », la formule puis CLEAR

On peut aussi **dé-sélectionner** une formule en remplaçant DEL par SEL ou CLEAR par ENTER

2) Ecrire une formule de fonction, par exemple $Y1=2x^2-4x+3$

3) Choisir un repère: Casio: shift F3, Texas: Window

Xmin: -5, Xmax: 5, Xscl: 1 Ymin: -5, Ymax: 5, Yscl: 1

observer la courbe avec Graph ou Draw ou exe exe ou G-T

Casio: modifier la position du repère avec la touche Replay

Texas: modifier la position du repère avec Window

le repère -3; 7; 1; -1; 9; 1 donne une courbe mieux centrée

4) La touche Trace, elle permet d'activer une petite croix que l'on peut déplacer sur la courbe avec replay, les coordonnées du point s'affichent au bas de l'écran.

5) Les possibilités de Zoom

F2 (ou Zoom) affiche plusieurs possibilités:

« IN » Avec Replay placer la petite croix sur le point choisi puis activer cette touche « IN »: vous venez de zoomer la courbe aux environs de ce point

« BOX » utilisé lorsque l'on veut zoomer une partie de la courbe que l'on va encadrer : choisir le premier coin, se déplacer avec Replay choisir le deuxième point (exe ou enter) puis remonter ou descendre pour finir la boîte (exe ou enter)

« ORIG » ou zoom 6 pour Texas: en l'activant on retrouve un repère centré sur l'origine O.

6) Table de valeurs

Casio: menu Table, activer « Rang » et indiquer la valeur de début, de fin et le pas puis exe ou Table puis, éventuellement, modifier une valeur de x en écrivant par dessus une autre

Texas: activer TBLSET, indiquer la valeur de début, le pas et se mettre en automatique puis 2de Table ou se mettre en manuel (Ask) et choisir les valeurs.

7) Autres possibilités

TEXAS: explorer FORMAT en observant les modifications ou en feuilletant le manuel, puis 2de CALCUL et 2de DRAW

CASIO: explorer de même SET UP puis G-Solv et Sketch

DESSINS SUR CALCULATRICE GRAPHIQUE
 atelier de dessin
 dirigé par M. Catherin André, professeur de mathématiques
 lycée Lamartine de Mâcon

document n°2: Quatre propriétés bien utiles

1) Tracer seulement un arc de courbe.

Si on écrit $Y1=f(x)$ on obtient la courbe de la fonction f

Si on écrit $Y1=(f(x))(x-a):(x-a)$, on crée un trou dans la courbe: le point $A(a;f(a))$

Si on écrit $Y1=f(x) \sqrt{(x-a)} : \sqrt{(x-a)}$ la courbe ne va se tracer que pour $x>a$

Si on écrit $Y1=f(x) \sqrt{(b-x)} : \sqrt{(b-x)}$ la courbe ne va se tracer que pour $x<b$

Si on écrit $Y1=f(x) \sqrt{(x-a)(b-x)} : \sqrt{(x-a)(b-x)}$ la courbe ne va se tracer que pour x compris entre a et b : on a bien obtenu seulement une partie de la courbe initiale.

2) Condenser l'écriture de plusieurs formules de fonction en une seule

exemple 1: utilisation des accolades

Si on écrit $Y1=3x^2+4x-2$ on obtient la parabole P1 d'équation: $y= 3x^2+4x-2$

Si on écrit $Y1=\{3,5\}x^2 + \{4,-2\}x + \{-2,8\}$ on obtient P1 et la parabole P2 d'équation: $y=5x^2-2x+8$.

Il est possible de généraliser et de pouvoir ainsi écrire plusieurs dizaines de formules de fonction du même genre dans le même emplacement « $Y=$ »

Exemple 2: Si on écrit

$$Y1=(\{3,5\}x^2 + \{4,-2\}x + \{-2,8\}) \sqrt{(x-a)(b-x)} : \sqrt{(x-a)(b-x)}$$

on obtient la parabole P1 et la parabole P2 mais tracées toutes deux pour x compris entre a et b

Exemple 3 pour les Texas seulement: Si on écrit:

$$Y1=(\{3,5\}x^2 + \{4,-2\}x + \{-2,8\}) \sqrt{(x-\{a,b\})(\{c,d\}-x)} : \sqrt{(x-\{a,b\})(\{c,d\}-x)}$$

on obtient la parabole P1, tracée entre a et c et la parabole P2, tracée entre b et d

3) Trouver l'équation d'une courbe passant par des points fixes:

exemple 1: Equation de la droite (AB) avec $A(a; b)$ et $B(c; d)$

Ecrire un programme spécifique ou appliquer la formule:

$$y= ((d-b):(c-a))(x-a) +b$$

exemple 2: Equation d'une parabole

Ecrire un programme ou utiliser les matrices pour résoudre le système correspondant.

exemple 3: Equation d'un cercle:

Se servir de l'équation $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ et calculer y (deux formules de demi-cercle)

4) Ouvrir un programme pour chaque dessin:

Pour que le dessin ne soit pas éphémère, il suffit d'écrire un programme.

Exemple d'instructions à mettre dans le programme:

-le repère Texas: $0 \rightarrow X_{min}$ $30 \rightarrow X_{max}$ect.....

Casio: View window 0, 30, 1,-5, 25, 1

- les formules de fonctions:

$$"2x-4" \rightarrow Y1 \quad Y1 \text{ est dans « vars »}$$

- les instructions spécifiques de dessin propre à chaque calculatrice

shade(f(x),g(x), a,b,c,d) : ombrage entre les deux courbes

line(a, b,c,d): tracé du segment [AB] avec $A(a; b)$ et $B(c; d)$

Text(a, b,"bonne année"): pour écrire une légende

Cercle (a, b, R) à utiliser quand le rayon R est petit

DESSINS SUR CALCULATRICE GRAPHIQUE

atelier de dessin

dirigé par M. Catherin André, professeur de mathématiques
lycée Lamartine de Mâcon

document n° 3: symétrie et translation de courbes

1) Conseil pour un débutant

- 1) Choisir un modèle décomposable en un nombre raisonnable d'arcs de courbes .
- 2) Agrandir ce dessin au format A4, placer un repère prenant en compte les symétries utilisables ou la présence de cercle(repère orthonormé).
- 3) Décomposer le dessin en plusieurs morceaux (de 10 à 100 si nécessaire), numéroter ces arcs de courbes.
- 4) Repérer 3, 4 ou 5 points sur chacun et déterminer le polynôme correspondant avec son domaine de tracé. (Ecrire un programme spécifique à chaque degré)
- 5) Ecrire les formules (concentrées grâce aux accolades) dans un programme
- 6) Etre patient , car la complexité d'un dessin allonge considérablement le temps de réalisation.
- 7) Utiliser la fonction « text » (pour personnaliser le dessin) et les autres fonctions de dessin pour améliorer la définition ou corriger les imperfections (notamment les traits verticaux)

2) Privilégier les courbes symétriques:

- Symétrie par rapport à l'axe des x: $Y1 = f(x)$ écrire $Y2 = - f(x)$
ces deux formules se résument en une seule grâce aux accolades: $Y = \{ -1 , 1 \} (f(x))$
application: c'est ainsi que deux demi-cercle en forment un entier
- Symétrie par rapport à l'axe des y: $Y1 = f(x)$ écrire $Y2 = f(- x)$:
ces deux formules se résument en une seule grâce à la valeur absolue $Y = f(abs x)$
(abs se trouve dans option NUM ou maths NUM.)
- Symétrie par rapport à la droite d'équation $y = b$: $Y1 = f(x)$ écrire $Y2 = - f(x) + 2b$
ces deux formules se résument en une seule grâce aux accolades: $Y = \{ 1, -1 \} (f(x)) + \{ 0 , 2b \}$
- Symétrie par rapport à la droite d'équation $x = a$: $Y1 = f(x)$ écrire $Y2 = f(2a-x)$
ces deux formules se résument en une seule grâce aux accolades: $Y = f\{ x , 2a-x \}$
exemple (Texas seulement) $Y1 = 2x^2-3x+5$ $Y = 2\{x,2a-x\}^2-3\{x,2a-x\}+5$
- Symétrie par rapport au point $A(a ; b)$ $Y1 = f(x)$ écrire $Y2 = - f(2a-x) + 2b$
exemple avec $A(3;5)$ et $Y1=2x^2-3x+5$ écrire $Y2= - (2(6-x)^2-3(6-x)+5)+10$
Texas: ces deux formules se résument en une seule:
 $Y = \{1,-1\}(2(\{x,6-x\})^2- 3 (\{x,6-x\})+5)+\{0,10\}$

3) Translater les arcs de courbe:

- pour « monter » une courbe de b unités, remplacer $f(x)$ par $f(x) + b$
- pour « descendre » une courbe de b unités, remplacer $f(x)$ par $f(x) - b$
- pour « décaler à droite » une courbe de a unités, remplacer $f(x)$ par $f(x-a)$
- pour « décaler à gauche » une courbe de a unités, remplacer $f(x)$ par $f(x+a)$

on peut ainsi translater une courbe de fonction selon les caractéristiques d'un vecteur de coordonnées (a ; b)

DESSINS SUR CALCULATRICE GRAPHIQUE

atelier de dessin

dirigé par M. Catherin André, professeur de mathématiques
lycée Lamartine de Mâcon

Document n° 4

Programme pour trouver la formule d'un trinôme

On cherche trois nombres U,V,W tels que la parabole d'équation $y=Ux^2+Vx+W$ passe par trois points que l'on a choisis, A,B et C, puis on écrira la formule donnant le tracé de l'arc AC seulement.

Les coordonnées a,b,c,d,e,f des points A,B,C sont placées dans les mémoires A,B,C,D,E et F.

Pour Texas Prompt A,B,C,D,E,F et pour Casio "A=" ?-->A (idem pour B C D E F)

On résout le système constitué par les trois équations et on met les solutions dans les Mémoires U,V,W

Pour Texas

$$((B-F):(A-E)-(D-F):(C-E)):(A-C)-->U$$

Disp "U=",U

$$(B-F):(A-E)-U(A+E)-->V$$

Disp "V=",V

$$B-U(A^2)-VA-->W$$

Disp "W=",W

Pour Casio

$$"U": ((B-F):(A-E)-(D-F):(C-E)):(A-C) \Delta$$

$$"V": (B-F):(A-E)-(((B-F):(A-E)-(D-F):(C-E)):(A-C))(A+E) \Delta$$

$$((B-F):(A-E)-(D-F):(C-E)):(A-C)-->U$$

$$(B-F):(A-E)-U(A+E)-->V$$

$$"W":B-U(A^2)-VA \Delta$$

Il suffit maintenant d'écrire la formule suivante dans Y1:

$$(Ux^2+Vx+W) \sqrt{(x-a)(c-x)} : \sqrt{(x-a)(c-x)}$$

pour obtenir l'arc de parabole AC

On écrit un programme du même type pour trouver la formule d'un polynôme de degré trois dont la courbe passe par quatre points ou de degré 4 pour une courbe passant par 5 points: ces formules s'obtiennent en résolvant le système par triangularisation.

1° partie: une fonction et deux demi-cercles bien placés

1) On considère, dans le plan muni du repère (O, I, J) le cercle de centre $A(4; 8)$ et de rayon $R = 4$. L'axe des x est gradué de -15 à 15 et celui des y de -10 à 15 . Soit $M(x, y)$ un point du cercle. En utilisant la relation caractéristique $AM^2 = R^2$, montrer que $(x-4)^2 + (y-8)^2 = 16$

puis que $y = 8 + \sqrt{(16 - (x - 4)^2)}$ ou $y = 8 - \sqrt{(16 - (x - 4)^2)}$

2) On appelle f la fonction définie par $f(x) = 8 + \sqrt{(16 - (x - 4)^2)}$

- a) Montrer que $16 - (x-4)^2 = -x(x-8)$
- b) Dans un tableau, étudier le signe de $-x(x-8)$
- c) En déduire le domaine de définition de f

3) On appelle g la fonction définie par $g(x) = 8 + \sqrt{(16 - (-x - 4)^2)}$

Utiliser la même méthode pour justifier que le domaine de définition de cette fonction est $[-8; 0]$

4) On appelle h la fonction définie par $h(x) = 8 + \sqrt{(16 - (\text{abs}(x) - 4)^2)}$

($\text{abs}(x)$ désigne la valeur absolue de x et peut être remplacé par $\sqrt{x^2}$)

- a) Montrer que si $x > 0$ alors $h(x) = f(x)$ et que si $x < 0$ alors $h(x) = g(x)$
- b) Observer sur calculatrice les courbes des trois fonctions. Que constatez vous?

2° partie: une fonction polynôme du 4° degré à améliorer

1) Observez sur votre calculatrice la courbe de la fonction suivante, dans le repère déjà indiqué:

$$m(x) = 0,0154762 x^4 - 0,199405 x^3 + 0,714881 x^2 + 0,744048x - 5:$$

- 2) On veut rendre cette fonction paire de manière à obtenir une courbe symétrique par rapport à l'axe des y . En utilisant la question 4) de la première partie, comment pouvez vous modifier la formule précédente? On appelle f cette nouvelle fonction et C sa courbe.
- 3) Cette courbe passe-elle par les points suivants:
 $A(0; -5)$, $B(2; -2)$, $C(4,5; 1)$, $D(7; 4)$ et $E(8; 8)$. Indiquer une méthode qu'a pu utiliser votre professeur pour trouver la formule de la fonction m .

3° partie: pour dessiner sans déborder

1) On considère la fonction précédente f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 0,0154762 x^4 - 0,199405 (\text{abs}x)^3 + 0,714881 x^2 + 0,744048(\text{abs}x) - 5:$$

Observer de nouveau sa courbe sur écran. Modifier ensuite sa formule en la multipliant par

$$\sqrt{(8 - \text{abs}(x))} : \sqrt{(8 - \text{abs}(x))} \quad \text{et observer la modification graphique qui s'est effectuée.}$$

2) Pour comprendre cette modification, résoudre l'inéquation $8 - \text{abs}(x) > 0$ puis déterminer le domaine de définition de la nouvelle fonction.

4° partie: pour compléter le dessin obtenu (partie facultative)

Voir en même temps sur écran, dans le repère indiqué, les deux demi-cercles et la courbe obtenue à la fin de la 3° partie.

1. Si ce dessin vous plaît, il est facile d'apprendre à l'améliorer avec les documents qui sont disponibles tous les jeudis, semaine A, en salle 125, de 12h45 à 13h30, à l'atelier de dessin sur calculatrice. (documents disponibles sur demande en cas d'empêchement)