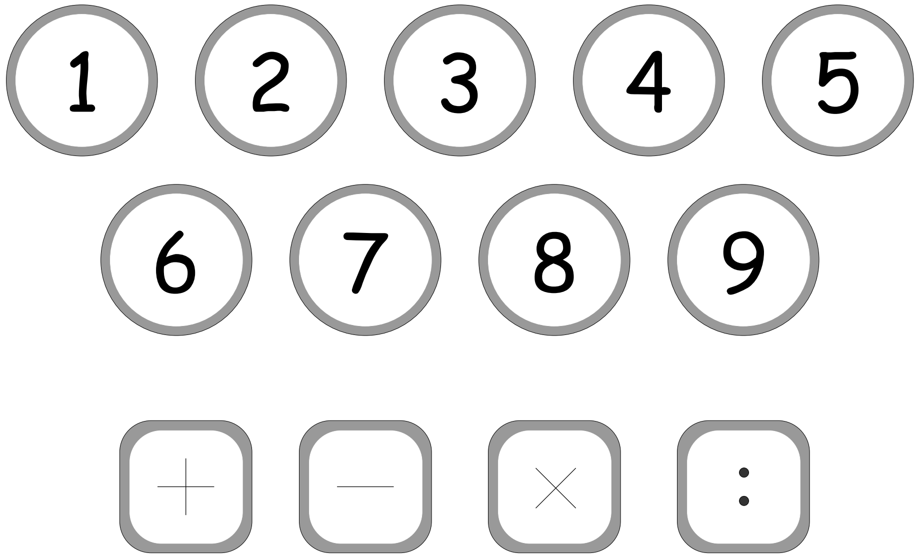
9 chiffres et 4 opérations

François Drouin et Pol Le Gall

Jeu repéré dans « enseignement secondaire. Section pré-gymnasiale. Options classique et scientifique. MATHEMATIQUES $7^{\text{ème}}$ année. Département de l'Instruction publique du canton de Neufchâtel SUISSE. (A Calame – F. Jacquet) ».



Exemple et règle du jeu

Tu choisis 3 pions « chiffres ».	4 ; 2 ; 6
Tu choisis un pion « opération ».	×
Avec les chiffres, tu réalises un nombre à deux chiffres et un nombre à un chiffre.	42 ; 6
Entre ces deux chiffres, tu insères l'opération.	42 × 6
Tu continues avec trois nouveaux chiffres et une nouvelle opération.	98 + 7
Tu termines avec les trois derniers chiffres et une troisième opération (une opération est inutilisée).	35 – 1

Tu additionnes les trois résultats obtenus.
42 × 6 = 252
98 + 7 = 105
35 – 1 = 34
252 + 105 + 34 = 391

J'ai obtenu 391. Et toi, quel est ton record (maximum et minimum) ?

A PROPOS DE CE JEU SUISSE…

Le jeu a été testé dans plusieurs classes de cycle 3.
Les objectifs d'apprentissage poursuivis avec ce jeu concernent, d'une part la prise de conscience du rôle des chiffres des dizaines et des unités, d'autre part la capacité à reproduire et à aménager un raisonnement qui a été explicité.

Voici une progression possible de défis.

Recherche du maximum

Avec les 9 chiffres et les 3 opérations (on exclut la division, ce qui permet de poser le défi dès le CE2), chercher le score maximum.
L'enseignant écrit au tableau ce qui suit :

		+		=	
		—		=	
		x		=	
				Total	

L'enseignant montre un exemple au tableau, en plaçant les 9 chiffres apparemment au hasard (en réalité en évitant de faire une « trop grosse multiplication »).

8	1	+	5	=	86
6	2	—	7	=	55
4	9	x	3	=	147
				Total	288

Puis, il défie les élèves de battre son record. Les élèves travaillent par groupes de 2, munis d'une calculatrice. Au fur et à mesure que les records sont battus, on les inscrit au tableau.
L'action de l'enseignant est d'observer, de repréciser les règles du jeu (car les élèves ont tendance à en inventer des nouvelles, notamment à ajouter des 8 et des 9 si ça les arrange !), et de débloquer la situation quand c'est nécessaire.
Une manière efficace de débloquer les élèves désespérés est de leur suggérer une permutation. Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, on proposerait de permuter le 5 et le 4.
Une autre aide peut être de demander à un élève qui a trouvé un score élevé de présenter ses opérations, et de chercher avec la classe comment améliorer son résultat.

Généralement les élèves arrivent ainsi à une grille du type de celle-ci :

5	4	+	3	=	57
6	2	—	1	=	61
8	7	x	9	=	783
				Total	901

Ils ont le réflexe de « mettre les gros » dans la multiplication et, après quelques essais, ils se rendent compte du fait que le produit 87 × 9 est celui qui rapporte le plus (plus que 97 × 8 par exemple).
Ils comprennent aussi qu'il vaut mieux essayer de mettre des gros chiffres en dizaines et des petits en unités, enfin que le 1 est celui qu'il faut soustraire.
L'enseignant laisse alors entendre qu'on peut faire mieux…

Lors de la synthèse de l'activité, qui peut intervenir dès que des élèves ont trouvé 903 (ou si l'enseignant constate que la classe stagne), si la classe a bien cherché et si l'enseignant se débrouille bien, il peut obtenir les éléments suivants :

* Il faut retrancher le 1, car ainsi on enlève le moins possible et on place le 1 là où « il plombe le moins le résultat ».

* Il faut multiplier par 9 afin de rentabiliser la multiplication.
* Le nombre de dizaines à multiplier par 9 doit être maximum, donc 8.
* 8 et 9 étant placés, le 7 et le 6 sont les chiffres qui vont rapporter le plus, il faut donc les mettre sur les dizaines encore libres. Ils sont permutables sans changer le résultat.
* On choisit le plus grand chiffre restant, le 5, comme chiffre des unités de la multiplication afin qu'il soit multiplié par 9.
* Les trois chiffres qui restent sont interchangeables.

On fait bien répéter et assimiler la synthèse, éventuellement on en laisse une trace écrite dans le cahier approprié.[1]

Quelques jours plus tard…[2]

Recherche du minimum

On rappelle le jeu et éventuellement quelques éléments de la synthèse.
Puis, l'enseignant demande, avec les mêmes règles, de placer les 9 chiffres pour trouver le total minimum.
Les élèves peuvent reprendre un raisonnement identique, ce deuxième défi est une occasion de réinvestir la synthèse du premier défi.
Au cours de la synthèse de ce deuxième défi, l'enseignant conduit le dialogue avec la classe en faisant référence au dialogue précédent :
« On avait d'abord placé le 1, cette fois quel chiffre allons-nous placer en premier ? »
« Que mettons-nous sur les chiffres des dizaines ? »…
On arrivera ainsi à une grille présentant un total de 107. Plusieurs grilles différentes le permettent car plusieurs chiffres sont permutables.

Si la classe a bien réinvesti le raisonnement du premier défi, on peut s'arrêter là. Si l'enseignant juge utile de reproposer une occasion de le consolider, il peut proposer…

Une variante

En gardant les trois opérations, on peut changer les 9 chiffres.
On peut, par exemple, enlever le 9 et le remplacer par 0.
Ou encore tirer au sort 9 chiffres avec une roulette, un dé…
Ou garder les 9 chiffres et mettre deux multiplications et une addition…

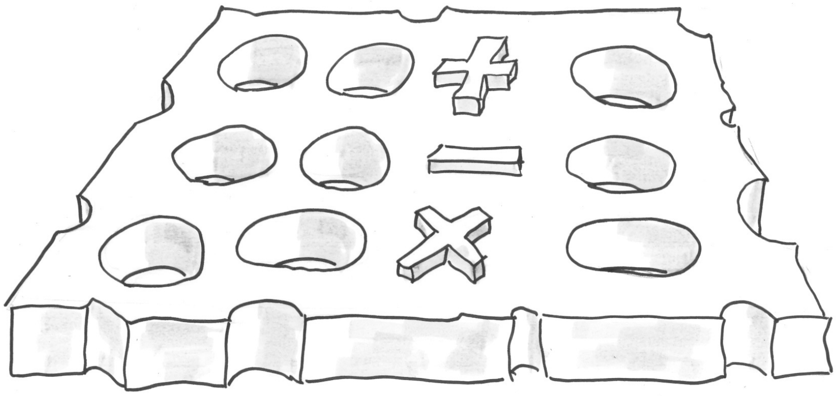
Puis, vient la division

Quand la classe a rencontré la division, on peut proposer la version complète, avec trois opérations à choisir parmi les quatre.
En ce qui concerne la recherche du maximum, l'enjeu est mince : il s'agit simplement que les élèves constatent qu'il faut remplacer « -1 » par « **:** 1 », afin de gagner un point sur le total.
Pour le minimum, en revanche, la division corse l'affaire. Si on exige que la division tombe juste, le problème devient moins algorithmique. Le raisonnement sur les dizaines et les unités ne fonctionne plus aussi imparablement ; il faut faire plusieurs essais pour se convaincre qu'on a bien le minimum.
Autrement dit, on ne travaille plus les mêmes compétences : sans la division, on a un raisonnement qui conduit droit à la solution ; avec la division il faut procéder en étudiant plusieurs cas. C'est pour cette raison qu'il nous semble préférable, à l'école élémentaire, de ne pas proposer la division au départ.
Enfin, on peut lever l'exigence que cela tombe juste et accepter les résultats rationnels. Cela ne change rien pour le

[1] A chaque fois que j'ai vu cette séance réalisée dans une classe, en l'occurrence une dizaine de fois, des élèves sont arrivés à 902 ou 903 en une demi-heure environ. La synthèse a pris un quart d'heure, ou un peu plus si elle était suivie d'une trace écrite rédigée avec la classe.

[2] Il est important de laisser passer un peu de temps entre les deux défis, une ou deux semaines paraissent un délai raisonnable. Le but est que les élèves réinvestissent un raisonnement qui a été explicité. Il faut donc leur laisser le temps de l'oublier un peu, mais pas trop…

maximum, mais lève une contrainte pour la recherche du minimum. Paradoxalement cependant, le jeu redevient ainsi plus « clair » du point de vue du raisonnement car on peut choisir de diviser par ce qu'on veut sans avoir d'autre préoccupation que de minimiser le quotient.



En classe de sixième

Le jeu a été également testé depuis quelques années en classe de sixième. Voici une façon possible de faire , sous forme de jeu papier/crayon.
Les neuf chiffres sont écrits au tableau, ainsi que les quatre signes opératoires.
Une première partie est faite par l'enseignant, par exemple avec :
$52 \times 4 = 208$
$98 - 7 = 91$
$61 + 3 = 64$

$208 + 91 + 64 = 363$

Les chiffres et signes utilisés sont barrés au fur et à mesure, évitant l'utilisation du même symbole deux fois. Cela permet d'éviter la manipulation des jetons présents dans le jeu originel.

Un premier défi est proposé aux élèves : obtenir un total supérieur à celui obtenu par l'enseignant. Après une partie semblable à celle décrite ci-dessus, cet objectif est atteint par tous…

Un deuxième défi est ensuite proposé : obtenir le plus grand total possible. En présentant le jeu dans le dernier quart d'heure d'une séance, il est possible d'obtenir « le maximum actuel pour la classe ». Ce maximum est explicité par l'élève qui l'a trouvé, validé par les autres élèves et la solution affichée dans la salle de classe. Il est ensuite proposé aux élèves de continuer la recherche à la maison pour améliorer ce premier record : ne pas hésiter à autoriser l'usage de la calculatrice pour ces recherches supplémentaires… Le record absolu n'est pas forcément trouvé pendant ce quart d'heure et il est arrivé qu'il ne le soit pas non plus après cette nouvelle recherche à la maison. Les élèves ont peur d'utiliser la division et ne saisissent pas toujours l'intérêt de diviser par 1 plutôt que de soustraire 1.
Le temps manquera peut-être pour prouver que 904 est le maximum (en utilisant une démarche semblable à celle mise en œuvre par les collègues de cycle III). Il n'est pas vexant de dire que le record actuel de la classe est 904 et dire qu'il sera peut-être battu.

La recherche du minimum est une occasion de relancer l'activité. En sixième, la division est conservée, la version utilisée habituellement imposait que les quotients obtenus devaient être entiers. Aux lecteurs de découvrir et de trouver ce minimum…