

A propos de tas de sable

Mireille Génin

L'atelier scientifique du lycée nantais Françoise d'Amboise fête, cette année, son dixième anniversaire. Quel beau cadeau Mireille Génin lui fait en présentant cet atelier et une de ses recherches « phares » dans PLOT ! À travers cet article sur les ateliers scientifiques et ceux qui sont déjà parus sur les clubs MATH.en.JEANS, PLOT tient à féliciter et encourager les animateurs de ces clubs et ateliers qui se dépen- sent sans compter pour que vivent les mathématiques.

Mireille Génin est professeur de mathématiques au lycée Françoise d'Amboise de Nantes et formatrice associée à l'IUFM des Pays de la Loire.

C'est dans le cadre des Ateliers Scientifiques et Techniques, que les professeurs de mathématiques du lycée Françoise d'Amboise, à Nantes, animent un atelier de mathématiques appliquées, depuis plusieurs années.

Cet atelier est ouvert aux élèves volontaires de secondes, premières et terminales qui viennent, toutes les semaines (le vendredi entre 12h30 et 14h30), se poser des questions de mathématiques, observer, modéliser, simuler. Ce sont des mathématiques expérimentales, expérimentées : miroirs, jeux, labyrinthes, graphes ... au gré des questions, des rebondissements, des découvertes, des rencontres : Fête de la Science, Salon des Jeux et de la Culture Mathématiques,

mathématique pour lesquelles des réalisations ont été effectuées : inventions de puzzles géométriques « mystérieux », réalisation d'un jeu des immeubles (jeu des « Gratte-ciel » de Bernard Novelli, proposé dans la revue Tangente) destiné au grand public, créations de jeux de formes ou de couleurs.

Le travail des chercheurs se déroule en plusieurs phases : tout d'abord une prise de connaissance des thèmes abordés, échanges, observation de jeux, discussions sur les stratégies, questionnements sur les mathématiques sous-jacentes, puis « détournement » du jeu par des questions : « que se passe-t-il si on modifie ces paramètres ? Si on change les formes ? ... Peut-on imaginer d'autres formes, les réaliser, conjecturer et observer ? ... »

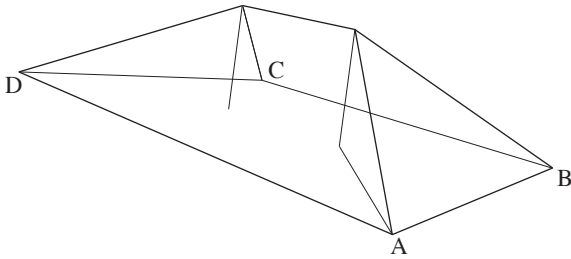
Le thème qui a conduit aux études les plus riches est celui **des tas de sable** .

Au départ : des expérimentations sur la matière molle qu'est le sable. De nombreux articles ont été écrits notamment sur les cas des supports polygonaux, mais rien ne vaut l'expérience, c'est le défi que se sont lancé, au fil des années, les élèves de notre atelier : quand on laisse couler du sable sur une plaque plane horizontale, il recouvre la plaque, la remplit et le sable « en trop » coule en dehors. Le tas prend alors une forme géométrique dont on peut étudier les propriétés.



Exposcience ...

Plusieurs thèmes ont conduit à des recherches très riches, notamment les recherches lancées à partir de jeux à base



Lorsque la plaque de base est un rectangle, on retrouve sur chaque côté de ce rectangle le même angle de chute. On le nomme angle de talus.

Le tas prend la forme d'un toit de maison, ce qui nous a conduit à définir la notion de ligne de faîtage de ce toit et à la généraliser à d'autres toits de formes parfois étranges.

La première année, les travaux ont été axés sur les tests de matériaux autres que le sable : tests de différentes qualités de sables, mesure des angles de chute, modélisation des formes à l'aide de logiciels de géométrie dynamique : Cabri pour les projections de lignes de faîtage, GeospacW pour les patrons de tas de sable...

En 2004, deux projets ont été étudiés :

1^{er} projet

Un groupe d'élèves s'est intéressé particulièrement aux formes des lignes de faîtage : ces lignes sont-elles planes ? Si elles ne sont pas planes, peut-on étudier leur projection orthogonale sur le plan de base ? Obtient-on des courbes connues ? Des segments de droites ? Des portions de paraboles ?

Ces questions nous ont amenés à la notion de **squelette** : cette notion avait été abordée dans un sujet d'écrit de CAPES (épreuve de géométrie 1996) mais nous n'avions pas vraiment vu l'application de

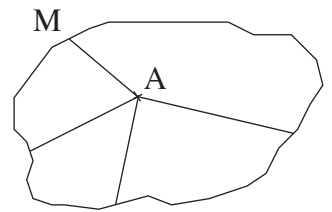
ces notions à nos problèmes concrets de tas de sable. C'est en expérimentant avec du vrai sable (très fin et homogène) et des formes géométriques plus originales que des polygones, que nos apprentis chercheurs ont dû passer de la notion de bis-

Distance d'un point du domaine à sa frontière

La distance du point A à la frontière est la plus courte des distances AM lorsque le point M parcourt le contour.

Notation : d_A = distance de A à la frontière

On désigne par $n(A)$ le nombre de points T situés sur la frontière et tels que la distance $AT = d_A$



Squelette du domaine

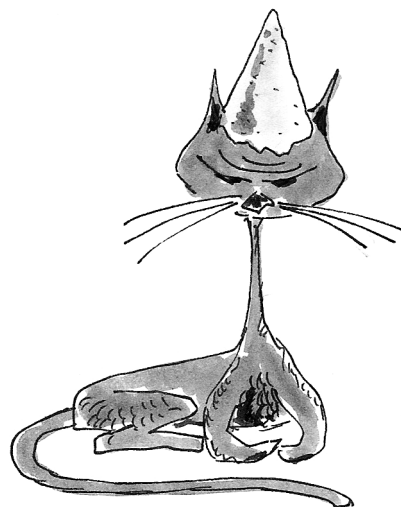
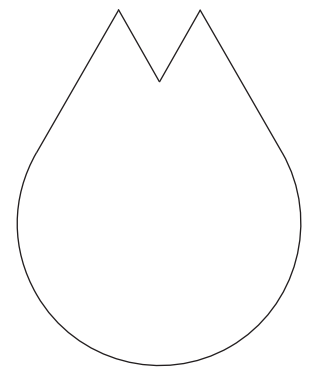
C'est la figure formée par l'ensemble de tous les points A du domaine pour lesquels $n(A) \geq 2$ (voir page 14 le squelette de la tête de renard).

sectrice, à la notion d'équidistance puis à des définitions des squelettes.

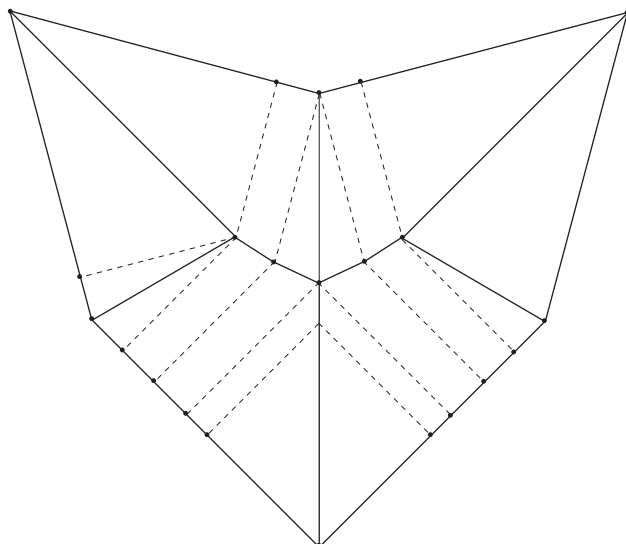
Premières définitions mises en place :

Exemples de défis

Trouver le squelette d'un carré ? Le sque-



Bienvenue aux clubs

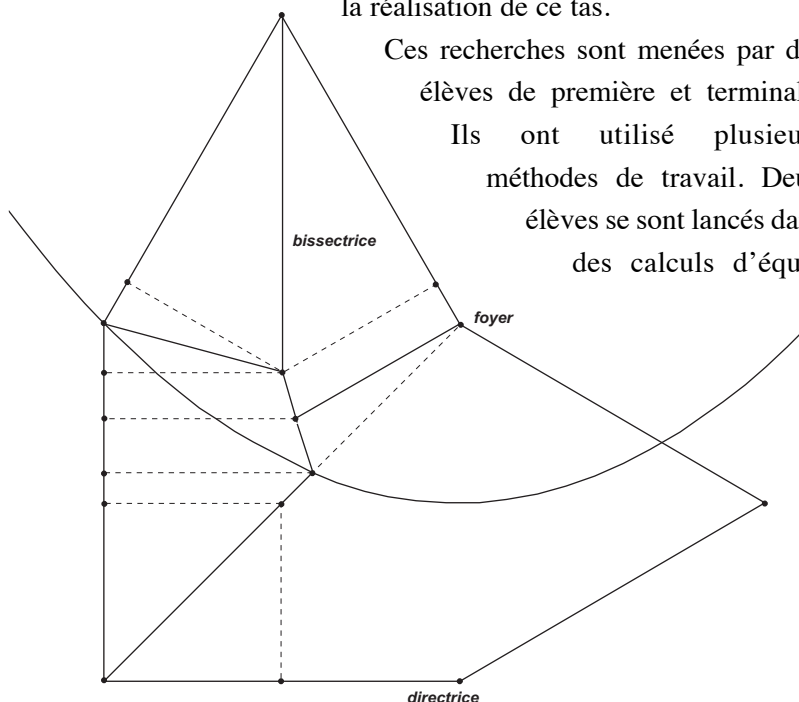


lette d'un rectangle ? D'un parallélogramme ? D'un cercle ?
 Trouver le squelette de la tête du chat ?
 Trouver le squelette de la tête de renard ?

Les premiers défis ont été lancés par les professeurs, mais ce sont les élèves qui en ont très vite proposé d'autres. Ils sont passés de la tête de chat à des têtes possédant d'autres propriétés géométriques qu'ils ont nommées : renard, souris, fennec...

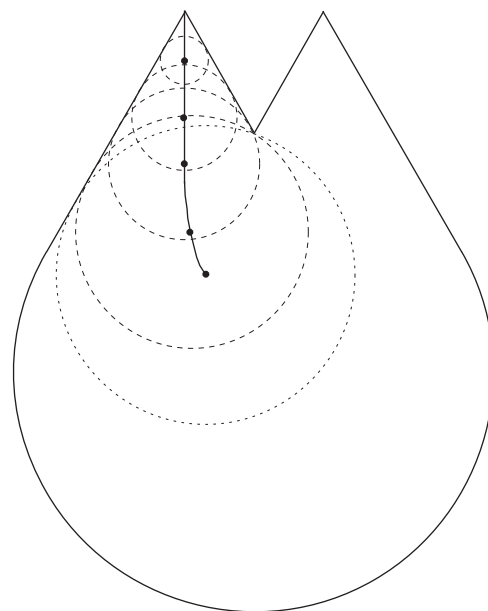
Chaque proposition conduit à la réalisation d'une base pour le tas de sable puis à la réalisation de ce tas.

Ces recherches sont menées par des élèves de première et terminale. Ils ont utilisé plusieurs méthodes de travail. Deux élèves se sont lancés dans des calculs d'équa-



tions par la géométrie analytique, puis ont utilisé le logiciel DERIVE pour la gestion des calculs, d'autres ont travaillé avec CABRI, mais en revenant toujours à l'expérience sur le sable et à son observation. Les professeurs étaient « presque » à égalité avec les élèves, car rien n'avait été « prévu » avant.

Les définitions proposées pour les squelettes ont été remises en cause par un des élèves qui a trouvé plus clair les tracés ci-



C'EST SÛR IL FAUT DES BICEPS
 ET C'EST UN PEU SALISSANT...



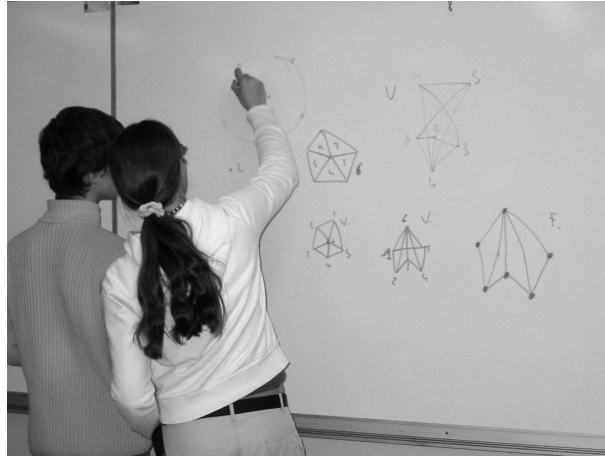
dessous et qui en a fait sa définition : « *Le squelette est constitué des centres des cercles intérieurs à la figure qui sont tangents à la bordure au moins 2 fois* ».

2^{ème} projet

Désirant, à partir des tas de sable, orienter sa recherche sur les jeux, un groupe d'élèves a décidé d'utiliser les tas de sable pour créer un jeu de reconnaissance des formes liés à la notion de graphes.

Ils ont inventé des cartes de jeux (format A4) à partir des tas de sable étudiés par leurs camarades.

Ils se sont intéressés à la modélisation de « promenades » de fourmis sur les arêtes des lignes de faitage comparées aux sauts de puces sur les faces des tas de sable. Ils ont construit un jeu de modélisation comportant des recherches d'erreurs. Vous trouverez un exemple de cartes de ce jeu en annexe. Ce jeu a été présenté au sixième Salon de la Culture et des Jeux Mathématique à Paris (Juin 2005) et les élèves menant ce projet ont remporté le prix André Parent. Pour rendre le jeu plus



concret, des maquettes des tas observés ont été réalisées à l'aide de matériaux faciles à découper (styrofoam). Ces maquettes ont aidé à la présentation des graphes.

Le bilan et les projets actuels

Comme chaque année, nous allons à l'aventure, ce sont les mathématiques qui nous conduisent, mais le jeu reste aussi notre moteur. Les projets se mettent en place au cours du temps, tous ne débouchent pas sur des « découvertes » impor-



tantes mais les élèves et les professeurs qui les encadrent ont en commun le goût de la recherche, la curiosité et peut-être un certain grain de folie ?

Lorsque nous nous sommes lancés dans cette « aventure mathématique », en 1998, nous avons peur de ne pas avoir assez d'idées de recherches, de ne pas réussir à intéresser les élèves notamment dans la durée.

En réalité, le plus souvent les idées sont venues par les questions des élèves entre eux. C'est la « variété » des élèves enga-

gés dans ces projets qui en fait la richesse. Ce ne sont pas nécessairement de « bons élèves » au sens d'une grande réussite scolaire. Ils sont curieux, ils aiment les jeux de logique, et bien sûr, ils n'ont pas peur des maths. Les professeurs qui encadrent l'atelier ont des centres d'intérêt différents qui les amènent à orienter parfois les recherches sur des pistes inattendues. Il arrive que les mêmes questions soient cherchées simultanément par des professeurs et des élèves et... ce ne sont pas toujours les professeurs qui trouvent !

Bibliographie

Roger ISS. Sable et mathématiques, L'Ouvert N° 41 - décembre 1985

Roger ISS. Sable et mathématiques, L'Ouvert N° 42 - mars 1986

Roger ISS. Considérations sur une famille de polygones, L'Ouvert N° 51 - juin 1988

Roger ISS. Des tas de sable aux graphes, L'Ouvert N° 56 - septembre 1989

Roger ISS. Les tectoèdres. Bulletin de l'APMEP N° 402 - février 1996

Sur les squelettes : Epreuve d'algèbre et de géométrie du CAPES 1996, Rapport du jury

Roger ISS. Sable et géométrie. Pour la Science N° 234 - avril 1997

P. CLAUDIN. Les tas de sable. La Recherche N° 324 - octobre 1999

R. CUILLEIRIER. Effets de sable. Science&Vie N° 1007 - août 2001

R. MARCH. La géométrie des tas de sable. Conférence aux journées APMEP 2001 (Site de l'Académie de Lille, ci-dessous)

J. M. KANTOR. Quelle forme ont les châteaux de sable ? Cosinus N° 27 - avril 2002

F. JAMM. Les tas de sable au club... scientifique, L'Ouvert N° 105 - avril 2002

F. JAMM & D. PARLONGUE. Les tas de sable. La Gazette des Mathématiciens N° 93 - juillet 2002

Francis JAMM. Les tas de sable au club... scientifique, Repère IREM n° 50 - janvier 2003, éd. Topiques

Jacques DURAN. Sables émouvants, la Physique du sable au quotidien, éd BELIN Pour la science - juin 2003

TANGENTE n° 94 - septembre 2003 : Dossier "La géométrie des tas de sable"






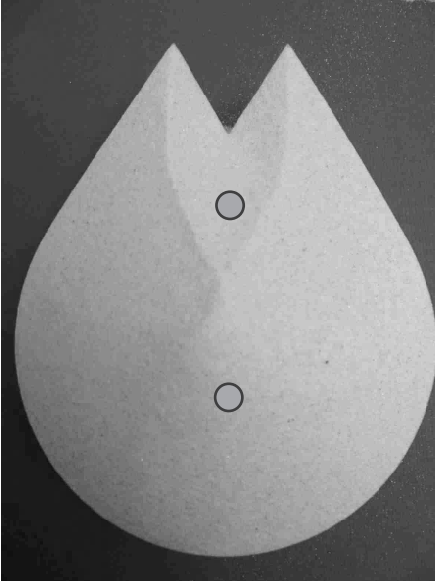

Sites :

<http://www.lyc-lavoisier-mulhouse.ac-strasbourg.fr/php/site/TasSable/tdslesite/plan.htm>

http://www2b.ac-lille.fr/apmep/les_ateliers/LB30_March.htm

Laboratoire de l'École Supérieure de Physique et Chimie Industrielles :

http://www.pmmh.espci.fr/en/granulaire_lmdh/granulaires.html

	<p style="text-align: center;">  d ...et petite puce </p>	
<p>  Retrouver parmi les 6 graphes proposés quels sont ceux qui représentent la circulation d'une petite puce qui ne se déplace que sur des  de ce « tas de sable » en forme de tête de chat ou qui se déplace «  »  </p>	 <p>Indications : une face = un sommet  une arête = un ligne de faitage ou un bord</p>	

NDLR : Nous avons ajouté des « points gris » sur la photo afin de faciliter la compréhension si on ne dispose pas du matériel.

Un deuxième défi « Tête de chat... et petite fourmi » est proposé sur le site de l'APMEP (rubrique PLOT).
 Dans ce deuxième défi, la petite fourmi se déplace sur les lignes de faitages.
 Les solutions de ces deux défis se trouvent aussi sur le site de l'APMEP.