



dont il valorise ainsi l'usage. Un procédé nouveau pour effectuer une division lui est attribué qui, grâce aux nouveaux symboles va , petit à petit, remplace l'abaque.

Dans une lettre à l'évêque d'Utrecht il expose pourquoi l'aire d'un triangle équilatéral obtenue de la base par la demi-hauteur diffère de celle en usage par les « agrimensores » latins. Ceux-ci l'évaluaient à $\frac{1}{2} a(a + 1)$, a étant la mesure du côté...

Dans une lettre à l'évêque Rémi de Trèves, il expose « *comment distinguer les trois sortes d'angles. De l'angle pour lequel tu éprouves un doute, sur les deux lignes qui se réunissent en son sommet, marque de chaque côté par des points une mesure de n'importe quelle longueur et trace une ligne joignant ces deux points.*

Divise-la en deux parties égales et marque son milieu par un point. De ce point jusqu'au sommet de l'angle si la distance est la même que celle de la moitié de la ligne que tu as tracée, l'angle sera droit. Si la distance est plus grande l'angle sera aigu. Si elle est plus courte l'angle sera obtus... »

Ses successeurs lui rendirent longtemps hommage par le fait que de nombreux ouvrages du 11^{ème} siècle virent le jour sous son nom.

Chasles lui-même attribuait à Gerbert la solution du problème : « *connaissant l'aire et l'hypoténuse d'un triangle rectangle, donner ses côtés* ».

Toujours est-il que son œuvre et son action ont suffisamment marqué son époque pour que des historiens l'appellent « le siècle de Gerbert ».

Gerbert se définit lui-même comme « *un pauvre, un étranger qui n'avait pour lui ni la naissance, ni la fortune* » et s'il est devenu pape, ce fut certainement pour beaucoup grâce à son prestige intellectuel, obtenu notamment par ses travaux scientifiques.

La fause

Henry Plane

C'est ainsi qu'au Moyen-Âge, on désignait la méthode pour résoudre les problèmes conduisant à ce que nous nommons une équation du premier degré. Cette méthode, appelée par la suite « de fausse position », évitait de faire porter raisonnement et opérations sur une grandeur inconnue, chose peu concevable pour l'époque.

Elle comporte deux procédés.

La « simple fausse position » encore enseignée au 20^{ème} siècle comme en témoigne ce passage d'un livre d'école primaire — cours moyen deuxième année — programme de 1931. Le procédé est exposé sur un « problème type » à données numériques.

Méthode de fausse position.

903. Problème type. — Une somme de 213^l est composée de 54 pièces les unes de 5^l et les autres de 2^l. Trouver le nombre de pièces de chaque espèce.

Solution. — Supposons la somme formée entièrement de pièces de 5^l. Elle vaudrait : $5^l \times 54 = 270^l$.

D'où un excédent de $270^l - 213^l = 57^l$ sur la valeur donnée.

En remplaçant une pièce de 5^l par une pièce de 2^l, cet excédent diminuera de $5^l - 2^l = 3^l$.

Pour que l'excédent disparaisse, il faudra remplacer $57 : 3 = 19$ pièces de 5^l par 19 pièces de 2^l.

La somme se compose de 19 pièces de 2^l et de $54 - 19 = 35$ pièces de 5^l.

On trouve trace de ce procédé dès l'antiquité égyptienne.

L'autre procédé, plus général, dit « de double fausse position », paraît avoir été inspiré aux Arabes et Persans du 9^{ème} siècle par les Hindous chez lesquels l'usage en était, déjà, très répandu.

Voici comment l'expose, dans un ouvrage de 1492, une des toutes premières arithmétiques imprimées, Francès PELLOS, natif de Nice. Il s'agit toujours d'un problème type. Le livre est en langue occitane.

Un merchant la comprat 3 peggas de drap che li costan 30 flo...

Traduisons :

Un marchand a acheté 3 pièces de drap qui lui coûtent 30 florins et il ne sait, au juste, ce que coûte chacune des pièces. Mais il sait que la deuxième coûte le double de la première plus 4 florins, la troisième coûtant 3 fois autant que la deuxième moins 7 florins. Je demande combien coûte chaque pièce.

Suit la règle. Pellos n'en est pas l'auteur. On en trouve trace chez LEONARD DE PISE (début du 13^{ème} siècle) et chez PACIOLI (15^{ème} siècle) qui la nomment également règle « d'el cataym », selon un nom dérivé de l'arabe.

Pasa un nombre cal que ti plasa...

Suppose que la première pièce coûte 3 florins, la seconde coûte alors 6 plus 4 ce qui fait 10. la troisième coûte 3 fois 10 ce qui fait 30, moins 7 reste 23. Maintenant, pour savoir si tu as résolu, ajoute les trois résultats. Cela fait 36 et tu ne veux que 30. Alors dis que, par cette première supposition, cela dépasse de 6.

De même, pour une seconde supposition, admet que la première coûte 4 florins, la deuxième le double 8 plus 4 ce qui fait 12, la troisième coûte 3 fois 12 soit 36 retranche 7, il reste 29. Tu ajoutes les trois résultats, on obtient 45. Tu dis que, la seconde supposition, 4, cela dépasse de 15.

Histoire des maths

Pellos expose alors les opérations à faire par la règle schématisée ainsi :

	multiplie en croix :	soustrais :	divise :
Pour 3	plus 6 → 4 x 6 = 24	dividende : 45 - 24 = 21	$\frac{21}{9} = 2\frac{1}{3}$
Pour 4	plus 15 → 3 x 15 = 45	diviseur : 15 - 6 = 9	

La première pièce coûte $\frac{21}{9}$ florins.

Dans ce cas les essais ont donné des excès
— des plus — mais si ce fut des manques
— des mens —, Pellos formule la loi :

- Plus et plus sostrahon —
- Mens et mens sostrahon
- Plus et mens ajustan —
- Mens et plus ajustan

Ainsi avec un essai pour la première pièce de 2 florins, la deuxième sera 8 et la troisième 17, donc total de 27. Il y a manque de 3.

	ajoute :		
Pour 3	plus 6 → 2 x 6 = 12	dividende : 12 + 9 = 21	$\frac{21}{9}$
Pour 2	mens 3 → 3 x 3 = 9	diviseur : 6 + 3 = 9	

On vérifiera.

Première pièce $2\frac{1}{3}$,

seconde $(2\frac{1}{3}) + 4\frac{2}{3} = 7$,

troisième $(3\frac{2}{3}) + 7 = 10\frac{2}{3}$,

le total fait 30.

Certes, depuis lors, VIETE est venu...

Pour résoudre une équation telle que :

$$mx + p = q,$$

1^{er} essai pour A :

$$mA + p = q' = q + a \quad (I)$$

2^{ème} essai pour B :

$$mB + p = q'' = q + b \quad (II)$$

a et b sont des relatifs.

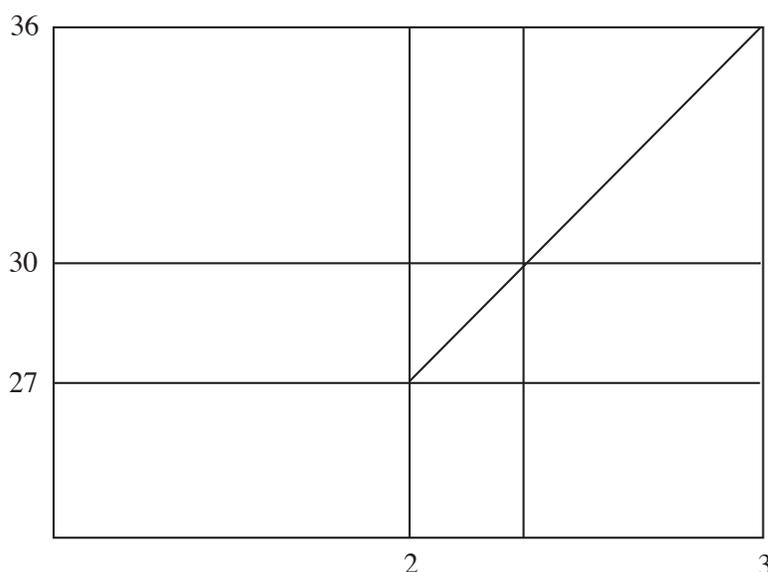
Une combinaison linéaire de ces deux relations :

$$b(I) - a(II)$$

$$m(bA - aB) = (q - p)(b - a)$$

or, nous savons que $mX = q - p$

$$\text{donc } X = \frac{Ab - Ba}{b - a}.$$



On peut également, en s'appuyant sur EUCLIDE, donner une justification géométrique, ce que fit Ibn LUQA DE BAALBEK, arabe chrétien du 9^{ème} siècle, dans son « *hisab al hatayn* ». Celle-ci peut nous sembler voisine d'une représentation graphique...

Il y a également trace du procédé dans le traité chinois dit « des neuf chapitres » (début du 13^{ème} siècle).