Du CM2 à la sixième : quelques pistes pour une transition plus efficace (2ème partie)

Marie-Hélène Salin

La première partie de cet article était centrée sur les visées « consolider et enrichir les acquis de l'école primaire » du programme de 6ème. Cette deuxième partie concerne la visée : « préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques : résolution de problèmes, raisonnement ». Quels sont donc ces méthodes et modes de pensée auxquels il faut préparer les élèves ?

En ce qui concerne la résolution de problèmes, la lecture des programmes du cycle 3 et de sixième, ou celle du document d'accompagnement « Articulation école-collège » ne montre aucune rupture entre ces deux niveaux dans la démarche proposée aux enseignants, ni dans la plupart des domaines mathématiques sur lesquels portent les problèmes. Ce qui ne veut pas dire que, dans les faits, il n'y en ait pas. Mais cette rupture, quand elle existe, me semble plus liée à des choix individuels des professeurs, qu'ils soient d'école ou de collège, qu'à des conceptions spécifiques de ces deux niveaux.

Par contre, en ce qui concerne le raisonnement, la consultation rapide d'un manuel de CM2 et celle d'un manuel de 6ème montrent le saut énorme qui est demandé aux élèves, dès le début de la classe de 6ème, dans certaines activités géométriques. L'objectif des auteurs n'est rien moins que d'amener les élèves à une forme de raisonnement absolument spécifique des mathématiques, la démonstration géométrique, assimilée à l'objectif du programme : « initier à la déduction »[1]. Avant 1986, la rupture entre la « géométrie du constat » et la « géométrie déductive », réalisée en 5ème ou en 4ème, était clairement explicite. Depuis vingt ans, les programmes privilégient un passage en douceur de l'une à l'autre et évoquent pour la classe de 6ème la mise en place de « courtes séquences déductives ».

Malheureusement, il ne semble pas que l'apprentissage de la géométrie en soit nettement amélioré et que, par exemple, les élèves comprennent plus vite l'intérêt de la démonstration par rapport au constat sur la figure ! Et pourtant, depuis cette époque, les professeurs de collège ont pu expérimenter des moyens différents pour essayer d'aider les élèves à entrer dans cette démarche : les convaincre que mesurer ne fournissait pas de résultat fiable parce que trop imprécis, s'appuyer sur le codage des propriétés des figures et maintenant, essayer de les faire raisonner, dès la 6ème, sur une figure à main levée.

Je crois qu'on ne peut comprendre les difficultés de ce passage, pour les élèves comme pour les professeurs, sans revenir sur les champs différents que recouvre l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire, puis au collège. Ce sera l'objet de la première partie de cet article. La seconde est consacrée à certaines difficultés que rencontrent les élèves de sixième. L'essentiel de mes propos concerne l'initiation au raisonnement déductif : pistes possibles et regard critique sur les démarches préconisées par la plupart des manuels qui, selon moi, ne tiennent pas compte des connaissances que les élèves ont construites antérieurement et exigent d'eux un comportement qui ne pourra prendre sens, pour la plupart, qu'un ou deux ans plus tard.

[1] Le terme « démonstration » n'apparaît que dans le programme de 5ème. Pour la 6ème, l'introduction du programme dit seulement : « L'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. A cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires occupent une place centrale. »

I) Que met-on sous le terme « géométrie » à l'école élémentaire puis dans le secondaire ?

A) Un détour nécessaire pour avoir les idées plus claires…

Tout le monde s'accorde pour dire que la géométrie a à voir avec la connaissance et la maîtrise de l'espace mais caractériser leurs liens n'est pas si facile. Je vous propose de faire un détour par deux exemples qui permettent de différencier de manière stricte deux sortes de problèmes qui renvoient aux connaissances couramment qualifiées de « géométriques ».

Le problème du vitrier

J'ai eu l'occasion d'observer les difficultés d'un artisan âgé qui devait prendre, à mon domicile, les mesures d'une fenêtre de forme parallélogramme. Très ennuyé pour découper une vitre adaptée, il a pris de nombreuses mesures et préparé un cadre en bois dans son atelier. Il a ensuite comparé ce gabarit à la fenêtre, puis en a ajusté la forme. Le problème du vitrier consistait à prendre les bonnes informations, garantissant que le verre découpé aurait bien la forme voulue. Mais des connaissances lui manquaient : la maîtrise du caractère déformable ou non des figures dont on connaît les longueurs des côtés.

Le problème de l'élève de 4ème

Supposons qu'il doive résoudre le problème suivant :

> « Construire un segment [AC] de 5 cm de longueur.
> Construire un triangle ARC tel que AR = 3 cm et RC = 4 cm.
> Quelle est la nature du triangle ARC ? »

Un raisonnement géométrique (une démonstration) permet de prévoir, avant même de l'avoir tracé, que le triangle ARC est rectangle en R.

Ces 2 problèmes sont de nature différente.

On peut qualifier le problème du vitrier de **« problème spatial »**. De manière générale, les « problèmes spatiaux » possèdent les caractéristiques suivantes :

- leur finalité concerne l'espace sensible ;
- ils peuvent porter sur la réalisation, soit d'actions (fabriquer, se déplacer, déplacer, dessiner, etc), soit de communications à propos d'actions ou de constats ;
- le langage et les représentations spatiales permettent de communiquer des informations qui se substituent à la perception ;
- la réussite ou l'échec est déterminé par le sujet en comparant le résultat attendu avec le résultat obtenu.

Le deuxième exemple constitue un **« problème de géométrie »**, conformément au sens que les mathématiques attribuent au terme « géométrie ». Ici, l'affirmation de la nature du triangle n'est pas la conséquence d'un rapport à l'espace sensible, car le raisonnement peut être tenu sur une figure mal faite, ou même sans figure. La démonstration produit un résultat qui va bien au delà de telle figure, tracée à tel endroit sur la feuille de papier, puisqu'il caractérise tous les triangles dont les longueurs de côtés sont proportionnelles au triplet (3, 4, 5).

Les situations de géométrie mettent donc un sujet « mathématicien » en interaction avec un « milieu » qui n'est plus l'espace physique et ses objets, mais un espace conceptualisé, que les « figures-dessins[2] » tracées par ce sujet ne font que représenter. La fonction des dessins est, comme le dit le mathématicien Poincaré, de provoquer la mise en relation de propositions que l'on sait associer à tel ou tel tracé ou portion de dessin. Mais le constat de ces propriétés sur une « figure-dessin » ne permet pas de valider la proposition mise à l'étude, qui elle, concerne la « figure géométrique ». C'est ce que les élèves de collège ont tant de mal à comprendre[3] !

[2] B. Parsysz (1989) propose de distinguer figure et dessin : « nous réserverons le terme de figure à l'être géométrique, tandis que nous emploierons le mot dessin pour une représentation graphique (plane) de cette figure. ». Je reprends ici cette proposition en gardant le mot figure, puisque c'est celui qui reste employé souvent dès l'école primaire.

[3] Mon expérience de formatrice de professeurs d'école m'a montré à quel point le raisonnement hypothético-déductif utilisé en géométrie, qui nous paraît tout naturel, est étranger aux anciens élèves des collèges et des lycées, même à certains de ceux issus de DEUG scientifiques !

Remarquons que dans le cadre de la géométrie plane, deux sortes de « figures-dessins », représentant la figure géométrique, objet d'étude, peuvent être réalisées : un dessin « aux instruments », respectant spatialement les données du problème, ou une « figure à main levée », où ces données sont grossièrement respectées et représentées par des éléments codés. Dans le cas de la résolution de problèmes spatiaux au sens ci-dessus, les représentations spatiales peuvent être des dessins à l'échelle, ou des schémas, d'allure proche des « figures à main levée ».

Les connaissances nécessaires à la résolution des deux types de problèmes ne sont pas les mêmes, même si certaines d'entre elles entretiennent des rapports très proches. Leur genèse chez l'enfant[4], le vocabulaire[5] et l'organisation des connaissances ne coïncident pas. Toutefois, leur rapport est évident : la géométrie constitue « la science des situations spatiales ». La maîtrise de l'espace, c'est à dire la possibilité d'un contrôle efficace par le sujet de ses relations à l'espace sensible, est facilitée s'il dispose des connaissances géométriques qui s'appliquent au problème qu'il a à résoudre (ce qui n'était pas le cas du vitrier).

De manière générale, la géométrie est un outil pour décrire et agir sur le monde physique, à l'usage des utilisateurs scientifiques et techniques. Il faut souligner que la plupart des élèves ne seront pas mathématiciens, mais qu'une partie d'entre eux seront des utilisateurs de géométrie. Ajoutons que la mise en œuvre de la géométrie dans le monde physique implique la prise en compte d'approximations, prise en compte non assumée par l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire.

B) L'enjeu des apprentissages de l'école élémentaire…

Il est bien évident que ce n'est pas la géométrie au sens mathématique que l'on veut faire pratiquer aux élèves. En intitulant le programme du cycle 3 « espace et géométrie », les auteurs veulent insister sur le fait qu'il s'agit d'abord de munir les élèves des outils nécessaires à la maîtrise des problèmes spatiaux qu'ils ont à résoudre. C'est le sens du paragraphe suivant issu de ce programme :

> *Les activités du domaine géométrique* ***ne visent pas des connaissances formelles (définitions)****, mais des* ***connaissances fonctionnelles****, utiles pour* ***résoudre des problèmes dans l'espace ordinaire, dans celui de la feuille de papier ou sur l'écran d'ordinateur****, en particulier des problèmes de comparaison, de reproduction, de construction, de description, de représentation d'objets géométriques[6] ou de configurations spatiales (notamment, représentations planes de solides).*

Face à un problème spatial, tout un chacun mobilise des connaissances et essaie de le résoudre de la manière la plus économique qui soit, comme l'a fait le vitrier[7]. Pour ce dernier, cette activité n'a pas été l'occasion d'apprendre de la géométrie parce qu'il pouvait atteindre son but à peu de frais. Il n'avait qu'un seul modèle de vitres à découper, le gabarit en bois était donc efficace. Ce vitrier est resté dans une problématique qu'on peut qualifier de « pratique ». Mais s'il avait eu à découper des vitres de cette forme originale, de toutes tailles, il aurait été obligé de procéder autrement, par exemple en s'appuyant sur un modèle mathématique (ici très simple) lui fournissant une solution générale. Il aurait alors dû se situer dans une problématique de « modélisation », ce que font tous les professionnels dont les tâches relèvent du domaine spatial.

L'objectif de l'enseignement primaire est de fournir aux élèves les premiers outils nécessaires à la résolution de problèmes spatiaux, en allant au delà du « bricolage ». Par exemple, dans un problème de

4 Tout le monde acquiert des connaissances spatiales, alors quela géométrie a besoin d'être enseignée pour être connue.

5 De nombreux termes « géométriques » ont un sens différent dans le langage courant, c'est pourquoi l'appropriation de leur sens mathématique est si difficile pour les élèves.

6 Le terme « objet géométrique » désigne aussi bien une figure-dessin de l'espace à deux dimensions qu'un objet physique de l'espace tri-dimensionnel.

7 Pour le prof de maths confronté au problème du vitrier, le plus économique, bien sûr, est d'utiliser ses connaissances mathématiques et non de faire un gaba-

reproduction d'un « objet géométrique » plan, si l'enseignant ne mettait pas de contraintes, ce bricolage pourrait se traduire par le recours au gabarit ou au papier calque, en court-circuitant l'apprentissage des propriétés qui permettent de décrire et de reproduire cet objet.

Il s'agit donc d'introduire les notions géométriques qui servent à modéliser l'espace physique, et de les faire fonctionner dans des situations auxquelles les élèves donnent du sens. Pour cela, il est conseillé qu'un certain nombre d'activités (pas toutes bien sûr, mais celles qui serviront de situations de références) soient construites comme des simulations dans la classe de situations professionnelles. C'est le cas par exemple des situations de reproductions d'objets. Et cette simulation doit être menée jusqu'au bout : si un artisan doit reproduire un objet, la situation a pour terme le contrôle par le client que cet objet satisfait bien aux conditions énoncées. A l'école, dans une situation de reproduction d'un objet géométrique, par exemple, il est nécessaire que la situation prévoie le moment de comparaison entre l'objet modèle et l'objet reproduit, par superposition par exemple. Si ce qui est travaillé est la description de « figures-dessins », il est nécessaire de mettre en œuvre dans la classe une situation de communication effective. C'est le résultat de la validation spatiale de l'action menée qui permet aux élèves de rejeter une méthode qui ne permet pas de réussir, d'essayer d'en chercher une autre, de reconnaître comme efficace la méthode proposée par un autre élève ou le professeur, de comprendre pourquoi il faut s'entendre sur les mots, faire attention à la qualité des tracés, donc s'entraîner, etc.

Ce qui me paraît visé, c'est qu'à l'issue de l'école primaire les élèves aient compris que les connaissances géométriques ne servent pas seulement à répondre à des tests papier/crayon, mais aussi à pouvoir agir sur leur environnement.

C) … puis du collège

* Pour caractériser l'évolution des connaissances géométriques, certains auteurs parlent de « géométrie instrumentée »[8], succédant à une « géométrie perceptive », rencontrée au début du cycle 2. Cette géométrie instrumentée constitue encore l'essentiel du travail proposé en 6ème et doit permettre d'introduire, par le même type de démarche[9], de nouveaux concepts et de nouveaux instruments. C'est pourquoi les profs de maths de sixième, comme les profs des écoles de CM2, ont des exigences précises au niveau de la qualité des « figures-dessins » et de la manipulation des instruments.

* Par ailleurs, il est précisé que « *les travaux conduits doivent viser d'une part à stabiliser les connaissances des élèves et d'autre part à les structurer, et peu à peu à les hiérarchiser.* »

Trois caractéristiques du savoir enseigné me semblent nouvelles pour les élèves de 6ème

- l'introduction de « figures-dessins » dont certaines caractéristiques métriques ne sont pas précisées, parce que, sans que cela soit explicité, l'étude porte sur une classe de figures-dessins définies par un énoncé comportant un nombre limité de conditions, et non sur un dessin particulier ; ceci se traduit pour les élèves par des difficultés évoquées dans l'article précédent. La définition très stricte du terme « reproduire »[10] utilisé au cycle 3 est sujette à variation en 6ème : reproduire veut tantôt dire la même chose qu'en primaire, tantôt évoquer seulement une figure-dessin « analogue », comme le précisent certains manuels. Mais comment l'élève peut-il le savoir ?
- la distinction entre définitions et propriétés, qui conduit par exemple à la hiérarchisation des différents types de quadrilatères et de triangles ;
- l'emploi beaucoup plus strict de vocabulaire et de notations ;

* Enfin, apparaît en 6ème, de manière explicite en géométrie seulement, l'objectif d'initier à la déduction.

8 Comme le dit M. J. Perrin (2004), « Il s'agit de passer d'une vision des figures en terme de surfaces[…] à une vision en termes de points et de lignes qui permettent de caractériser la figure pour une construction à l'aide d'instruments qui sont eux-mêmes porteurs de connaissances géométriques ».

9 cf. extrait des programmes de 2005 : « Les travaux géométriques sont conduits dans différents cadres : espace ordinaire (cour de récréation, par exemple), espace de la feuille de papier uni ou quadrillé, écran d'ordinateur. La résolution des mêmes problèmes dans ces environnements différents, et les interactions qu'elle suscite, contribuent à une approche plus efficace des concepts mis en œuvre.
Les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire. »

10 reproduire une figure, c'est en faire une copie à l'identique, c'est-à-dire superposable au modèle.

II) Quelles difficultés en géométrie pour les élèves de 6ème ?

Chacune des trois caractéristiques notées ci-dessus pose problème à tous les élèves, mais si le professeur est sensibilisé à ces difficultés et est conscient du saut qu'il doit faire franchir à ses élèves, il peut les y aider, par exemple en levant certains implicites. En ce qui concerne le raisonnement déductif, la difficulté est beaucoup plus profonde et je pense que beaucoup des exercices repérés dans les manuels actuels, destinés à engager les élèves à changer de rapport aux « figures-dessins » ne peuvent malheureusement que les convaincre qu'en mathématiques, ce n'est pas la peine d'essayer de comprendre car les règles qu'il faut respecter sont incompréhensibles !

A) Le raisonnement déductif en géométrie peut être introduit pour résoudre des problèmes spatiaux

Avant de mettre en garde sur certaines pratiques, il me faut montrer qu'il ne s'agit pas de jeter le bébé avec l'eau du bain mais de bien choisir les situations favorisant cette initiation. N'y a t-il pas des problèmes accessibles aux élèves de 6ème qui les mettent en situation de développer un raisonnement déductif dans le cadre géométrique, sans disposer encore de tout le contexte mathématique et social[11] qui va avec la démonstration ?

Je voudrais en donner trois exemples :

* Le premier, tout simple, peut être réalisé en fin de cycle 3 :
Après avoir travaillé sur les différentes sortes de quadrilatères, le professeur propose aux élèves le problème suivant qui leur est communiqué par écrit et sans dessin :
On a donné à un enfant une figure en carton qui ressemble beaucoup à un carré, en lui disant de vérifier si c'est bien un carré. Il a mesuré les quatre côtés et trouvé qu'ils étaient de même longueur. Il a vérifié ensuite un angle avec son équerre. Il a trouvé qu'il n'était pas droit. Il a alors dit : « Ce n'est pas la peine que je vérifie les autres angles, je suis sûr que ce n'est pas un carré. » Es-tu d'accord avec lui ? Sinon, que penses-tu qu'il devrait faire ? Justifie ta réponse.

Dans des classes où se sont déroulées antérieurement des activités d'anticipation sur la forme d'objets géométriques matérialisés mais non visibles, à partir d'informations données oralement par l'enseignant, une majorité d'élèves peuvent fournir la bonne réponse et la justifier convenablement, en s'appuyant sur les propriétés du carré (et même ajouter : « c'est un losange[12] »).
Cet exemple me semble montrer que quand les élèves ont des connaissances suffisantes sur un objet géométrique, ils sont en mesure de les mobiliser pour raisonner, sans faire de constat sur la « figure-dessin » puisqu'elle n'est pas présente !

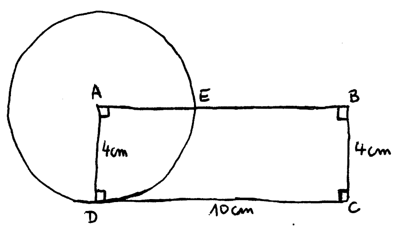
* Un autre type de situations peut être source de travail sur le raisonnement déductif, accessible dès la classe de 6ème : à titre d'exemple, l'item de l'évaluation 5ème de 2002 peut en être la source.
L'enseignant a réalisé un grand dessin aux dimensions exactes dont les mesures effectives sont nettement plus grandes que celles du schéma[13] qu'il donne aux élèves. Consigne : « je vous donne un schéma qui décrit la figure que j'ai dessinée, mais je ne vous la montre pas ! Vous devez être capables de trouver la mesure du segment EB à l'aide des informations écrites sur le schéma. Quand vous aurez tous fait votre **prévision**, je relèverai les résultats, nous essaierons de comprendre comment vous avez trouvé et nous vérifierons ensuite sur mon dessin. »

[11] Je fais allusion ici aux deux fonctions de la démonstration : « démontrer pour convaincre » et « démontrer pour comprendre » (Arsac et coll 1992)

[12] pour un élève de l'école primaire comme hors des mathématiques, un losange n'a pas d'angle droit.

[13] C'est-à-dire que les dimensions sont très différentes de celles marquées sur le schéma.

Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et le cercle de centre A qui passe par D.
Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.



Quelle est la longueur du segment [EB] ? ....

Justifie ta réponse : ....

Ici aussi, dans une situation qui s'inspire d'une situation professionnelle, les élèves ne peuvent pas mesurer sur le dessin. Mais à condition qu'ils aient compris dans des situations antérieures l'économie que représente un schéma par rapport à la reproduction exacte d'une configuration spatiale et qu'ils disposent des connaissances nécessaires sur le cercle et le rectangle, il peuvent saisir qu'un raisonnement permet de prévoir une propriété d'une figure-dessin. On n'en est pas encore à la figure géométrique mais on s'en approche…

Curieusement, dans aucun des manuels de 6ème que j'ai consultés, on ne relie de cette façon le raisonnement déductif et la modélisation de l'espace citée dans le programme. Pourtant, la présentation en sixième de problèmes rencontrés par les utilisateurs de la géométrie : parents bricoleurs, artisans, pourrait faire expérimenter aux élèves qu'en géométrie aussi, raisonner permet de prévoir, et conduirait à laisser pour les classes ultérieures, comme c'était le cas autrefois, la centration de l'enseignement sur le raisonnement lui-même.

* Troisième exemple : prévoir des propriétés sur une représentation avant de vérifier sur le solide.

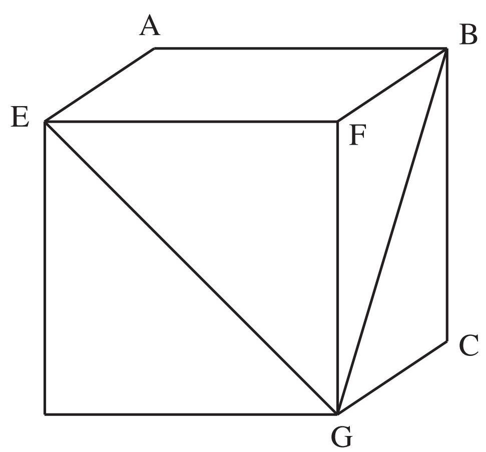
L'enseignant distribue aux élèves l'exercice ci-contre. Il a préparé quelques cubes qu'il leur montre en disant : « *Voici un cube que j'ai représenté sur votre fiche. J'ai écrit le nom des sommets dessus. Tout à l'heure, quand vous aurez fini vos prévisions, je relèverai vos propositions au tableau, vous essaierez de les justifier, puis je vous donnerai les cubes et nous pourrons vérifier quelles étaient les prévisions justes et les fausses.* »

Les problèmes de géométrie dans l'espace sont particulièrement favorables à l'introduction d'un raisonnement déductif parce que toutes les propriétés de l'objet ne sont pas représentées sur le dessin.

Ce qui caractérise les trois exemples ci-dessus, c'est que, en raison de l'absence de l'objet matériel à propos duquel on s'interroge, le raisonnement prend du sens et permet de prévoir de nouvelles propriétés[14]. Il ne s'agit pas encore de géométri déductive, au sens strict, mais on peut espérer que cette approche, qui relie anticipation spatiale et raisonnement peut aider les élèves à comprendre le pouvoir de ce dernier, à condition d'aller jusqu'au bout, c'est-à-dire jusqu'à la vérification matérielle, qui permet en particulier, de s'interroger à nouveau quand elle dément les prévisions. Je ne sous-estime pas les problèmes liés à cette vérification matérielle dus aux erreurs de tracés et de mesurage, mais ces problèmes sont incontournables, ils sont rencontrés par tous les utilisateurs de la géométrie dans la résolution de problèmes spatiaux. Doivent-ils être exclus de l'enseignement des mathématiques ?

[14] Ce type de pratique suppose bien sûr que l'enseignant parle avec ses élèves des rapports des maths avec le réel.

Essaie de prévoir, à partir du dessin en perspective du cube, la nature des triangles EFG, BFG, AFB ?

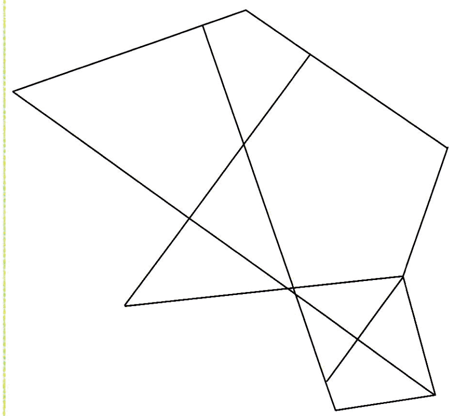


B) L'enseignement, dès le début de la sixième, des comportements relatifs aux figures, spécifiques de la démonstration géométrique, est contre-productif.

Comme j'ai essayé de l'expliquer dans la partie 1, pour les élèves qui arrivent en sixième, les concepts géométriques caractérisent des propriétés d'objets matériels, la notion de « figure géométrique » au sens mathématique, n'est pas encore construite. C'est le travail réalisé pendant les deux premières années du collège qui doit y conduire mais ceci se fait dans la durée. Or, la plupart des manuels laissent penser qu'il est possible d'accélérer ce processus en enseignant des « règles » de lecture des « figures-dessins », qui n'ont de sens que si celles-ci représentent des « figures géométriques », ou en travaillant directement sur des « figures à main levée », censées évoquer ces « figures géométriques », comme c'est le cas pour les « experts » en géométrie. Ce type d'enseignement ne peut, il me semble, que conduire à un dressage, source de profonds malentendus sur ce que sont les mathématiques.

- La « règle » enseignée aux élèves de sixième, c'est qu'en mathématiques, **on n'a pas le droit** de prendre une information sur une « figure-dessin » avec un instrument. Quel que soit le problème, une propriété d'une « figure-dessin » ne peut être considérée comme vraie que si elle a été énoncée dans un texte ou codée sur la figure. Cette règle, qui ne pourra être justifiée que lorsque les élèves en auront compris la portée, est directement en contradiction avec tous les efforts réalisés en primaire et dans une partie du programme de 6ème pour asseoir la géométrie instrumentée. Dans son absolu, elle est aussi en contradiction avec tout un pan des problèmes de géométrie, celui des problèmes de construction. Et avec une bonne partie des pratiques d'enseignement : comment établit-on le fait que l'on ne puisse pas construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs 3, 6 et 12 cm sinon en essayant de réaliser une « figure-dessin », non récusée par le professeur ? Cette obsession de « dresser » les élèves à un rapport géométrique « aux figures-dessins » va jusqu'à proposer des exercices qui n'ont pas de sens au plan mathématique, comme ci-dessous[15] :

9 Décalque cette figure et utilise ton équerre pour trouver les angles qui semblent droits.



Ici, il s'agit d'enseigner la défiance vis-à-vis du contrôle à l'aide des instruments en faisant penser aux élèves qu'un angle dont ils ont vérifié qu'il était droit avec leur équerre pourrait ne pas l'être, puisqu'il ne fait que *sembler* être droit. Pour les auteurs du manuel, l'angle ne peut être reconnu comme droit que s'il est marqué d'un codage ou si l'auteur du dessin l'annonce, ce qui n'est pas le cas ici. Remarquons que la figure n'a pas été définie par un texte, elle ne porte donc pas à conjecture et cette « prudence » n'a aucun sens d'un point de vue mathématique.

Si on va jusqu'au bout de cette logique, puisqu'on ne peut jamais affirmer qu'un angle est droit, pourquoi demander aux élèves d'utiliser une équerre ?

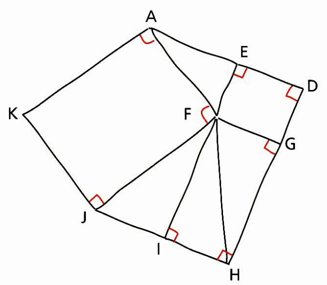
Cet usage de « semble » contamine également certains manuels de CM2 !

- Dans les manuels les plus récents, apparaissent des exercices (jusqu'ici réservés aux classes de quatrième où le travail sur la démonstration doit être consistant), introduisant des figures à main levée. Mais le plus souvent ces figures ne renvoient pas à une « figure-dessin » à réa-

15 tiré du manuel Mathématiques 6ème de Bordas. Presque tous les manuels présentent ce type d'exercices.

liser aux instruments, à propos desquelles on pourrait demander des prévisions, ce qui, à certaines conditions, pourrait avoir du sens pour les élèves ; il s'agit en fait de situations de démonstration, comme si dès le début de la sixième, les élèves pouvaient entrer dans la problématique géométrique. Des expérimentations récentes en classe de 5ème sur le rôle des différents types de dessins dans les activités d'argumentation ont montré que, pour beaucoup d'élèves, la présentation de « figures à main levée » constituait plus un obstacle qu'une aide dans la résolution de problèmes simples de géométrie[16].

37 Sur ce dessin à main levée, nomme les rectangles et les triangles rectangles que tu reconnais.
Les points D, G, H sont alignés.
Les points A, E, D et J, I, H sont alignés.



Cet exercice est extrait du *premier chapitre* de géométrie d'un manuel. Aucune explication sur les rapports entre une « figure à main levée » et une figure « tout court » n'y est fourni. Rien n'indique que ce « dessin » représente un objet géométrique constitué de points et de segments. L'élève ne devrait donc pouvoir reconnaître aucun rectangle sur ce dessin, puisqu'il n'y a aucun segment rectiligne ! D'autre part, il doit se demander pourquoi on lui demande de faire des figures tantôt avec les instruments, tantôt « à main levée », alors que les types de questions sont les mêmes.

En conclusion, il me semble que ces types d'exercices s'appuient sur la conception qu'en faisant appliquer aux élèves la règle : *quel que soit le type de figure, c'est seulement ce qui est codé qui doit être tenu pour vrai,* la compréhension de ce qu'est la géométrie déductive se révèlera. Mais pour l'élève de 6ème, le codage ne peut être qu'une autre façon de noter les propriétés grâce auxquelles la « figure-dessin » a été construite (que ces propriétés soient énoncées ou déterminées grâce aux instruments) et il ne peut pas renvoyer à une « figure géométrique idéale » sur laquelle on pourrait raisonner, qui n'existe pas encore pour lui. Comment cette « idée » peut-elle naître et devenir opératoire ? En s'appuyant sur quelles expériences ? Sur quel laps de temps ? Un certain nombre de recherches se sont attaquées à ce problème difficile et récurrent, ce dont atteste la bibliographie ci-dessous. Il n'existe pas de réponse simple pour le moment. Ce n'est pas une raison, il me semble, pour agir sans discernement.

16 voir Coppé et al (2005)...

Quelques références

Arsac G. et al. (1992) *Initiation au raisonnement déductif au collège.* Presses Universitaires de Lyon

Coppé S., Dorier J.L. et Moreau V. (2005) « Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ème », *Petit x n° 68,* IREM de Grenoble

Duval R., Godin M., Perrin-Glorian M.J. (2005) Reproduction de figures à l'école élémentaire in Castela C. & Houdement C. (eds) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004*, ADIREM et IREM de Paris 7

Groupe didactique des mathématiques au collège : (1996) *Géométrie en sixième* et (2000) *Géométrie au cycle central*, IREM de Bordeaux

Salin M.-H. (2004) L'enseignement de la géométrie au cycle 3 : objectifs, contenus, articulation avec la sixième. *Bulletin de l'APMEP* n° 454

Réflexions sur les programmes de mathématiques du collège et de l'école primaire - Brochure APMEP n° 159

Aides pédagogiques pour le cycle moyen : géométrie - Brochure APMEP n° 49

Aides pédagogiques pour le cycle moyen : nombres décimaux - Brochure