

A la redécouverte du théorème de Pythagore en 2nde

Brigitte Morel

En regardant un objet ancien sous un éclairage différent, on en découvre d'autres facettes. Vous serez peut-être surpris de voir, proposée en seconde, une activité autour du théorème le mieux connu des élèves à l'issue du collège. Ce serait oublier que les mécanismes d'appropriation des concepts sont complexes. Même si l'usage du théorème de Pythagore est maîtrisé, sa compréhension profonde peut être retravaillée avec profit.

Rendons à César ce qui appartient à César. Je n'ai participé ni à l'élaboration de cette séance, ni à sa préparation matérielle, encore moins à sa présentation dans une classe. Je me suis contentée de l'observer et de l'apprécier à sa juste valeur.

La séance que je décris a été présentée dans une classe de seconde « difficile », par une stagiaire PLC dont j'étais le tuteur. Cette séance, destinée à être filmée pour un atelier d'analyse de pratique, a été préparée, pour le fond, avec les autres stagiaires de maths et un formateur IUFM. Elle a été mise en forme par la stagiaire chargée de la présenter à sa classe.

Objectifs de la séance

- Reconnaître le théorème de Pythagore dans une situation inhabituelle.
- Savoir justifier sa réponse.

Organisation de la classe

Les élèves sont en demi-classe, répartis dans trois groupes de 5 élèves.

La séance dure 50 minutes.

Déroulement de la séance

1^{ère} phase : travail de groupe

Objectif : reconnaître l'illustration du théorème de Pythagore dans un puzzle.

L'enseignante distribue le matériel en donnant des puzzles à chaque groupe :

- du matériel collectif (pour le groupe) : une grande plaque en carton dans laquelle devra s'inscrire un des puzzles

représentés en annexe, ainsi que les pièces du puzzle, numérotées.

- du matériel individuel : pour chaque élève du groupe, le même puzzle en miniature sur une fiche, ainsi que les pièces à découper, numérotées, comme sur le matériel collectif.

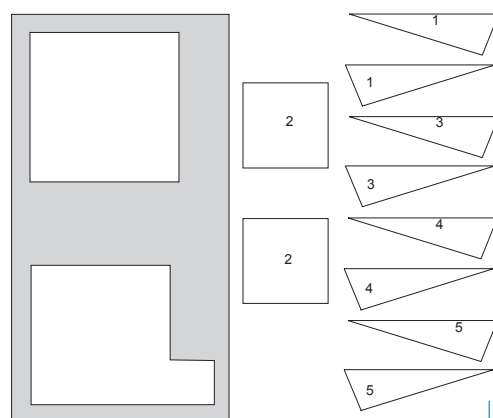
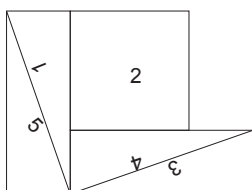
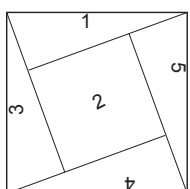
Sur la fiche figurent également les consignes :

« Reconstituez le puzzle en utilisant toutes les pièces à votre disposition, sans les retourner. Attention, deux pièces portant le même numéro ne doivent pas se retrouver dans le même cadre. »

« Lorsque le puzzle sera reconstitué, dites à quel théorème ce puzzle vous fait penser. Justifiez votre réponse. »

Voici, en exemple, un des trois puzzles distribués aux élèves.

Solutions du puzzle 1



Les élèves sont donc invités, dans un premier temps, à reconstituer ensemble le grand puzzle.

Dans un deuxième temps, ils doivent chercher à quel théorème ce puzzle fait référence et justifier leur choix.

Les solutions vous sont proposées en fin d'article.

2^{ème} phase : mise en commun

Objectif : savoir justifier sa réponse.

Chaque groupe doit présenter son travail aux autres groupes, en répondant aux questions des élèves. L'intention est d'amener les élèves à justifier la reconnaissance d'une illustration du théorème de Pythagore, sur la demande des autres élèves et non sur la demande de l'enseignante.

Observations et remarques

1) Les élèves se sont piqués au jeu du puzzle. La reconstitution n'a pas toujours été facile (difficulté de manipulation, difficulté à travailler en équipe et manque d'entraînement !) mais ils y ont pris plaisir.

2) Le théorème de Pythagore a été vite trouvé (il fait partie, avec celui de Thalès, des théorèmes les plus connus des élèves de seconde). Le théorème de Thalès a été rapidement éliminé (il manquait les droites parallèles).

3) Le vrai travail de recherche par groupe s'est passé autour de la formulation de la justification : il fallait dire pourquoi c'était effectivement une « preuve » du théorème de Pythagore, sans utiliser de méthode imposée, que ce soit par description orale, en utilisant les numéros des pièces ou en « inventant » un nom aux trois côtés du triangle rectangle.

Les élèves (en difficulté scolaire en général) ont réellement débattu, à l'intérieur des groupes, pour prouver *a posteriori* que le puzzle sous leurs yeux correspondait à ce théorème. On constate, dans ce cas précis, que les élèves ne font pas le lien entre la relation connue et les calculs d'aires. Ils ont essayé de calquer la « formule » $BC^2 = AB^2 + AC^2$ sans réussir à expliquer où se trouvaient les trois points A, B et C. Cette « formule magique » semble sortie de nulle part !

4) Ils ont eu à cœur, dans la deuxième phase, d'expliquer leurs conclusions à leurs camarades, qui n'avaient pas la même configuration mais qui avaient trouvé la même réponse. Il faut noter toutefois que la « démonstration » n'a pas été formalisée ; cependant les objectifs de la séance étaient atteints, car la démonstration a été comprise.

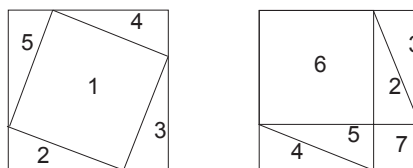
Conclusion

Je pense que ce type de travail de recherche trouve sa place au collège également. Il faudrait, dans ce cas, présenter le puzzle n° 1 dans un deuxième temps : c'est le plus difficile à associer au théorème de Pythagore.

C'est un travail qui peut être aussi intéressant à mener autour des identités remarquables (avec le puzzle n° 2, par exemple pour $(a+b)^2$), au collège comme en seconde, le but étant de ne pas cloisonner les sous-disciplines mathématiques et d'inciter les élèves à chercher une preuve de ce qu'ils avancent.

Deux autres puzzles proposés aux élèves avec solution

puzzle n° 2



puzzle n° 3

