Qu'est-ce que faire des maths ?

Bernard Charlot

Il s'agit d'un extrait de l'article de Bernard Charlot paru dans le Bulletin de l'APMEP - juin 1987.

Bernard Charlot est professeur de Sciences de l'Education à l'Université Paris 8 à St Denis

Le cours magistral précédant le moment de recherche active par l'élève ne me semble pas constituer une méthode pertinente d'enseignement des mathématiques.

Le problème comme point de départ

Le point de départ de l'activité mathématique n'est pas la définition, mais le problème. Si certains élèves, malgré tout, apprennent des mathématiques dans la stratégie pédagogique actuelle, c'est avant tout dans les moments où ils font des problèmes et doivent, pour les résoudre, se construire un savoir mathématique en s'aidant des bribes de cours qu'ils ont assimilées et des quelques paragraphes de manuel qu'ils peuvent comprendre seuls. Le malheur est qu'ils apprennent ainsi en marge de la stratégie pédagogique officielle, chez eux, quand l'enseignant n'est pas là pour les aider à surmonter les obstacles et à approfondir leur pensée. Comment s'étonner, dès lors, que réussissent surtout ceux qui trouvent dans leur milieu familial un substitut de l'enseignant ?

Le problème peut-il être proposé par le maître ou est-ce là une atteinte intolérable aux droits de l'enfant ? En réalité, peu importe par qui le problème est posé et il ne faut surtout pas s'engager dans l'impasse du débat directivité/non-directivité. L'essentiel n'est pas de savoir qui propose le problème, mais s'il a un sens pour l'élève, s'il lui permet d'enclencher une activité intellectuelle et de se construire des savoirs mathématiques. Le cours magistral précédant le moment de recherche active par l'élève ne me semble pas constituer une méthode pertinente d'enseignement des mathématiques. Mais il serait à coup sûr plus efficace si l'enseignant, au lieu de présenter des contenus mathématiques, partait au moins de problèmes et introduisait les concepts comme instruments pour résoudre ces problèmes.

Reste à s'entendre sur la notion de problème. Le problème qui peut servir de point de départ à l'activité intellectuelle de l'élève n'est certainement pas un exercice où l'élève applique de façon quasi mécanique une formule ou un processus opératoire. Un tel exercice constitue une tâche, fortement routinière, et donc aussi sécurisante pour l'élève, pas un problème. Il n'y a problème, au sens strict du terme que si l'élève est obligé de travailler l'énoncé de la question qui lui est posée, de structurer la situation qui lui est proposée. C'est parce que les élèves sont trop rarement confrontés à de tels problèmes qu'ils répondent à des questions absurdes sur l'âge du capitaine ou qu'ils sont pris d'angoisse en découvrant qu'ils ont répondu aux questions en laissant inutilisée une donnée numérique. Penser, ce n'est pas seulement trouver une réponse à une question bien posée, c'est aussi, et d'abord, formuler la question pertinente quand on se trouve face à une situation problématique.

Du problème au concept

L'activité mathématique n'est donc pas simplement recherche de la réponse correcte. Elle est aussi élaboration d'hypothèses, de conjectures, qui sont confrontées à celles des autres et testées dans la résolution du problème. Un concept approximatif est forgé pour résoudre un certain type de problème. Puis la pensée rebondit quand l'élève utilise ce concept pour résoudre d'autres problèmes, ce qui exige transferts, rectifications, ruptures, etc., selon un processus analogue à celui que l'on peut observer dans l'histoire des mathématiques. Il me semble donc essentiel de comprendre que l'élève ne construit pas un concept en réponse à un problème, mais, selon l'excellente formule des chercheurs de Louvain-la-Neuve, un champ de concepts qui prend sens dans un champ de problèmes. Un concept mathématique se construit articulé à d'autres concepts, à travers une série de rectifications et de généralisations rendues nécessaires par son utilisation dans un champ de problèmes parents. Il me semble essentiel également de comprendre que le concept mathématique existe sous divers statuts, qui correspondent à autant de moments de l'activité mathématique. Je reprendrai ici une formule, elle aussi excellente, de Brousseau : « l'élève doit agir, formuler et valider » - et, ajouterai-je, institutionnaliser. Lorsqu'un élève est capable de dire si une règle mathématique s'applique dans divers exemples et contre-exemples sans pour autant pouvoir formuler clairement cette règle, ni même expliciter sa réponse, il a compris quelque chose. Il est capable d'utiliser le concept comme instrument d'action, sans pouvoir encore le formuler et essayer de le valider. La seconde étape, celle de la formulation, vient ensuite, si du moins l'enseignant parvient à placer l'élève dans une situation où cette formulation apparaît nécessaire. Encore cette formulation présente-t-elle divers degrés : règle grossière exprimée dans un charabia bien peu rigoureux, règle juste mais correspondant à des cas particuliers, règle générale. L'élève devra passer d'un niveau de formulation à un autre lorsqu'il lui faudra valider sa règle, c'est-à-dire la communiquer à d'autres, qu'il doit convaincre car eux-mêmes défendent d'autres formulations. Enfin vient l'institutionnalisation portée par l'enseignant : celui-ci énonce la règle telle qu'elle a cours dans la communauté mathématique. La rigueur, on le voit, n'est pas sacrifiée, pas plus que la parole “officielle” du maître n'est exclue. Mais la rigueur se construit progressivement, comme exigence interne à l'activité mathématique elle-même, et l'exposé magistral vient couronner la recherche des élèves, comme moment de mise en ordre, de structuration, de synthèse.

Agréables ? utiles ?

Cette description de l'activité mathématique met en cause deux idées, qui circulent comme des pseudo-évidences chez ceux qui contestent la pédagogie dominante des mathématiques: celle de jeu et celle d'utilité.

Si par jeu mathématique, on désigne une activité où l'élève prend du plaisir - ce qui n'exclut pas l'effort, mais le soutient -, une activité qui permet un fonctionnement de la pensée non contraint par des règles extérieures vécues par l'élève comme artificielles et arbitraires, je n'ai pas d'objection à formuler. Encore que l'élève ait le droit de voir son activité socialement reconnue comme un travail sérieux et non comme un jeu et que certains élèves soient angoissés par l'idée qu'ils jouent à l'école au lieu d'y travailler ! Mais si, par jeu mathématique, on désigne une activité ponctuelle non articulée autour d'un champ de problèmes, non ancrée dans un programme, sans lendemain ni intellectuel ni institutionnel, je ne suis plus d'accord. Ces moments d'aventure mathématique ne sont pas à exclure, mais ils ne peuvent pas, à mon sens, constituer la base d'un apprentissage des mathématiques. Celui-ci suppose l'articulation entre des situations de recherche qui, pour le maître au moins, sont riches de progression future. L'élève doit sentir qu'il progresse et l'enseignant, de son côté, ne peut pas se délivrer de toute dépendance à l'égard des programmes.

L'idée de proposer aux élèves en situation de refus scolaire des mathématiques « utiles » fait pendant, en quelque sorte, à l'idée de jeu mathématique. Parler de jeu, c'est recentrer l'apprentissage sur l'activité elle-même, en tenant le résultat de cette activité comme finalement négligeable. Parler d'utilité, c'est au contraire occulter à nouveau l'activité mathématique et insister sur la valeur du résultat, mais dans le monde de la vie quotidienne et non plus dans un univers mathématique abstrait. Il est intéressant de constater que ceux qui enseignent les mathématiques à des élèves qui a priori s'en méfient oscillent souvent entre la stratégie du jeu et celle de l'utile. Ces stratégies, d'une certaine façon inverses, désarticulent toutes deux une activité mathématique qui est activité aboutissant à des résultats. Cette activité ne peut se définir comme jeu, car son sens

Une bibliographie des ouvrages de B. Charlot est disponible sur le serveur de l'APMEP.

l'élève doit agir, formuler et valider

L'exposé magistral vient couronner la recherche des élèves, comme moment de mise en ordre, de structuration, de synthèse.

Ce qui est important pour l'élève, ce n'est pas de connaître la solution, c'est d'être capable de la trouver lui-même et de se construire ainsi, à travers son activité mathématique, une image de soi positive, valorisante, face aux mathématiques.

est d'engendrer des résultats, et non de se satisfaire d'elle-même. Ces résultats ne peuvent non plus se définir par leur utilité dans la vie quotidienne car ils tirent leur sens de l'activité qui les a créés. Ces deux stratégies, finalement, se résignent au rapport négatif des élèves au travail mathématique, qu'elles cherchent à contourner par l'idée de jeu ou d'utilité au lieu de reconstruire ce rapport en faisant vivre l'activité mathématique comme travail créateur. Au fond, elles entérinent, chacune à leur manière, l'inaptitude de certains élèves à FAIRE des mathématiques, l'une parce qu'elle fait mais ne pose pas ce qu'elle fait comme sérieux, l'autre parce qu'elle veut doter les élèves d'outils mathématiques mais leur laisse croire qu'il n'est pas essentiel qu'ils les aient forgés eux-mêmes.

Aussi est-il bien difficile d'enseigner des mathématiques « utiles ». Passons rapidement sur le caractère souvent bien artificiel de cette utilité proclamée. L'essentiel n'est pas là, mais dans une contradiction de fond. Viser l'utile, c'est viser le résultat, et ce qui intéresse l'élève, dans ce cas, c'est de posséder la solution, que l'enseignant pourrait tout aussi bien, et même beaucoup plus simplement, lui donner directement. Mais ce qui, malgré tout, intéresse l'enseignant, c'est la démarche pour arriver à ce résultat tout autant que le résultat lui-même. Or, plus on insiste sur l'utilité des mathématiques et plus l'urgence de la solution risque d'occulter pour l'élève l'intérêt de la trouver lui-même. Certes, l'argument d'utilité peut accrocher l'élève, le motiver, dans la mesure où il garantit que le problème posé par l'enseignant est un vrai problème, un problème qui a un sens, et non un exercice scolaire qui ne signifie plus rien hors de l'école. Mais il faut bien comprendre que, pédagogiquement, ce qui est intéressant dans le problème utile, ce n'est pas qu'il est utile, mais qu'il est un vrai problème, présentant du sens pour l'élève.

Un enjeu : l'image de soi

Il y a, je crois, une motivation plus fondamentale que l'utilité : le défi que pose à l'élève le problème en tant que tel. Ce qui est important pour l'élève, ce n'est pas de connaître la solution, c'est d'être capable de la trouver lui-même et de se construire ainsi, à travers son activité mathématique, une image de soi positive, valorisante, face aux mathématiques. La récompense du problème résolu, ce n'est pas la solution du problème, c'est la réussite de celui qui l'a résolu par ses propres moyens, c'est l'image qu'il peut avoir de lui-même comme quelqu'un capable de résoudre des problèmes, de faire des maths, d'apprendre. L'image de soi face aux mathématiques, et, plus généralement, face au savoir et à l'école, face au monde adulte et à l'avenir : c'est là un enjeu terriblement sérieux, qu'il ne faut pas contourner en parlant de jeu ou de rentabilité immédiate des mathématiques. Cet enjeu est psychologique, très profondément, et culturel, car qu'est-ce que la culture sinon, d'abord, la capacité à se situer comme autonome, actif et créateur dans le monde environnant ? Cet enjeu est aussi social et politique. Face aux statistiques, aux sondages, aux indices, à l'utilisation de plus en plus fréquente de l'argument mathématique dans le discours social et politique, il n'est pas sans importance que les élèves conçoivent les mathématiques comme un univers très particulier qui n'est accessible qu'à certains ou comme une activité qui engendre ses résultats selon certaines règles, vérifiables par tous. De l'éducation civique à travers les mathématiques ? [.../...]

J'AI TROUVÉ UNE SOLUTION...
VITE !
DONNEZ-MOI LE PROBLÈME
QUI VA AVEC !