Une correction d'exercice qui dura plus longtemps que prévu [1]

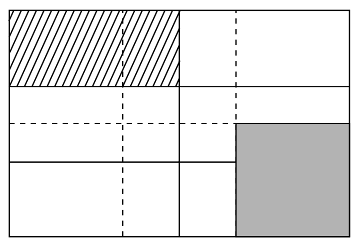
Jesn-François Bergeaut

Nous sommes en 6ème ; les apprentissages en cours d'étude concernent les fractions. Lors des séances précédentes, après avoir réactivé le vocabulaire (demi, tiers, quart, numérateur, dénominateur…), nous avions travaillé dans le cadre « fraction partage » [2]. Nous corrigeons les exercices, la séance d'aujourd'hui doit aborder la notion de fraction-nombre. Comme à l'accoutumée, la séance commence par une remobilisation des notions abordées lors de la séance précédente ; je désigne successivement plusieurs élèves chacun d'eux posant une question sur la leçon précédente et le suivant répondant à la question posée. (Le contrat est passé en début d'année : une fois la leçon apprise, on doit être capable de poser des questions sur son contenu comme le ferait un professeur ; cela permet de vérifier qu'ils ont identifié ce qui est important).

Ensuite le premier exercice (« quelle est la fraction coloriée [3] de chaque figure ? ») est corrigé oralement (parmi les trois élèves en grande difficulté, seuls deux ont commis des erreurs ; je me tiens à côté d'eux pour les aider ; cela permet de gagner un peu de temps dans la séance).

Pour le deuxième exercice (« représenter des fractions par des dessins … »), plusieurs élèves proposent leurs productions au tableau et la classe valide ; les idées des uns et des autres en amènent certains à inventer en temps réel de nouvelles solutions.

Pour le troisième exercice [4] il s'agit de répondre à la question : « Quelle est la plus grande surface ? le rectangle gris ou le rectangle hachuré ? »



Un élève passe au tableau et écrit : « Le rectangle sablé est plus grand que le rectangle hachuré. » - sans justification

- J'interroge :
« Qui pense que le rectangle gris est le plus grand ? » (12 élèves sur 22 lèvent le doigt).
« Qui pense que le rectangle hachuré est le plus grand ? » (6 élèves sur les 22) ;
Interrogés, les autres ne se prononcent pas (« On ne sait pas »). Pierre, le meilleur et brillant élève de la classe a opté pour le rectangle hachuré. Les regards se tournent vers lui. Je refais voter : gris (9) hachuré (11) et indécis (2). Je note dans un coin du tableau ces effectifs en faisant remarquer le motif de cette évolution. J'interroge alors les

1 Il s'agit d'un témoignage certes subjectif mais fidèle.
Merci aux lecteurs pour leur lecture attentive et leurs précieux conseils sur les nombreux points perfectibles de cette séance.

2 On distingue généralement trois cadres dans lesquels on peut travailler (numérique, graphique, fonctionnel) auxquels correspondent les notions de fraction-nombre (différentes écritures d'un même nombre, fractionnaires, décimales, opérations sur les fractions décimales), fraction partage (savoir lire ou représenter une fraction d'une forme géométrique), fraction opérateur (calculer une fraction d'un nombre).

3 Exercice n° 17 du manuel « Triangle 6ème» des éditions Hatier (1996). Mais comment colorier une fraction ? (Cet abus a été transparent pour les élèves et sans incidence à court terme).

uns et les autres sur les justifications de leurs affirmations.

Les arguments fusent :

- « Le rectangle hachuré est le plus grand car c'est le plus long; »
- « Non, il est plus long mais moins large. »
- « C'est le gris ; il est moins long mais beaucoup plus large que celui qui est hachuré. »
- « Moi j'en suis sûr, c'est le gris, j'ai mesuré. »
- « Moi aussi, j'ai mesuré mais c'est le rectangle hachuré qui est le plus grand. »
- …
- Là, j'interviens : « peut-on conclure, uniquement en regardant la figure ? » ; à ce moment, le groupe s'accorde sur la négative en argumentant, (une dimension est plus petite mais l'autre est plus grande ; on ne sait pas si la longueur diminue plus que la largeur n'augmente). Seul un élève avance à voix basse à son voisin « elles peuvent être pareilles ». Je fais mine de ne pas avoir entendu et relance le débat sur les mesures en interrogeant ceux qui avaient conclu à partir de leurs mesures :

• rectangle hachuré
($9\text{ mm} \times 19\text{ mm} = 171\text{ mm}^2$,
d'autres $10\text{ mm} \times 19\text{ mm} = 190\text{ mm}^2$)
• rectangle sablé
($12\text{ mm} \times 14\text{ mm} = 168\text{ mm}^2$,
d'autres $13\text{ mm} \times 14\text{ mm} = 182\text{ mm}^2$)

J'interviens à nouveau : « Peut-on conclure, à l'aide des mesurages [5] ? » ; . . . après plusieurs échanges sur la précision des mesurages et leurs limites, le groupe s'accorde sur la négative en argumentant (les mesurages sont trop proches et la règle graduée pas assez précise).

Je poursuis :
« Quel instrument de mesure dois-je utiliser pour être sûr du résultat ? » Les échanges se poursuivent et débouchent sur l'impuissance d'un quelconque instrument de mesurage à fournir la mesure (exacte).

Le découpage que j'attendais n'a pas émergé spontanément, donc je suis intervenu :
- « Mais que peut-on dire des segments qui partagent le grand rectangle et qui délimitent les deux rectangles ? »

- « Ils partagent les côtés en deux et en trois » ; mais toujours rien. Il est vraiment des jours où les temps sont durs ! Suite à ce blocage, je dois orienter leur recherche.

- Mais comment faire pour qu'ils trouvent sans que je le leur dise ? me dis-je *in petto*. Je leur demande alors de tracer à main levée un rectangle au brouillon, de le partager en neuf rectangles de même aire (en partageant les côtés en trois comme sur la figure du livre) puis d'hachurer sur leur figure les rectangles sablé et hachuré de la figure du livre ; à ce moment-là, les décompositions de chacun des deux rectangles de couleurs en deux rectangles (verbalisées par deux élèves) permettent de conclure à l'égalité des aires ; un troisième vient au tableau pour représenter les découpages et reformuler le raisonnement [6]. La rédaction du raisonnement nous a ensuite obligés à nommer les points de la figure [7] . J'ai alors fait remarquer que deux rectangles non superposables pouvaient avoir la même aire ; cela ne prend pas de temps et cela pourra servir de point d'appui lors du chapitre sur les aires.

A ce moment de la séance déjà bien avancée, au verso de la page de garde du cahier, les élèves ont alors noté en synthèse :

Observer n'est pas démontrer [8]

Mesurer n'est pas démontrer. [9]

[4] *Exercice n° 14, p. 66 du même manuel.*

[5] *Le mesurage étant présenté comme une valeur approchée de la mesure obtenue à l'aide d'un instrument de mesure.*

[6] *A ce moment-là de l'argumentation, j'ai omis de signaler aux élèves que les partages en demis et tiers des côtés avaient été observés sur la figure et, qu'à ce titre, même ce dernier raisonnement était contestable.*

[7] *Un relecteur m'a judicieusement fait remarquer que chacun des rectangles correspondait à 1/6 du grand rectangle (découpage en traits pleins pour l'un, en traits pointillés pour l'autre). On m'avait pourtant dit de faire consciencieusement tous les exercices avant de les poser !*

A cette première synthèse s'est ajoutée une seconde synthèse orale concernant les différents modes logiques sur lesquels le groupe classe avait fonctionné.

Tout d'abord, l'argument démocratique :

« La majorité avait-elle nécessairement raison ? » (même unanimement, un groupe peut se tromper).

Ensuite l'argument de l'expert en me référant aux scores notés au tableau,

« Le meilleur élève a-t-il toujours raison ? ; celui qui avait raison hier a-t-il nécessairement raison aujourd'hui ? »

J'ai poursuivi avec les arguments de communication :

« Le dernier (ou le premier) qui parle, a-t-il nécessairement raison ? » ,

« Celui qui parle le plus fort ou celui qui a le discours le plus clair a-t-il nécessairement raison ? »

Enfin l'argument scientifique qui s'appuie sur des propriétés et des théorèmes stables et reconnus par tous. Tout en précisant les règles du débat mathématique, je pense avoir participé à l'éducation à la citoyenneté de mes élèves au sein du cours de mathématiques.

Remarquons cependant que la question posée « Quelle est la plus grande surface ? » induisait pour les élèves l'existence et l'unicité d'une telle surface. Les forçant à prendre position, cela en a probablement perturbé certains.

Cette correction d'exercice dura plus longtemps que prévu ; je n'ai pas fait ce que je voulais, mais ai-je perdu mon temps ? Certainement pas. Celui de mes élèves ? Pour certains, assurément non (au cycle 3 ils ont déjà rencontré des situations a-didactiques suivies de débats réglés) ; pour d'autres, oui (cette digression à partir de l'exercice les a certainement perdus) ; difficile pour moi d'en estimer la proportion.

Ces riches moments de débats ont-ils leur place au sein du cours de mathématique ? Personnellement, je réponds par l'affirmative et n'hésite pas, de temps à autre au détour d'une activité, à prendre le temps de les instaurer, quitte à ne pas faire, comme ce jour-là, le cours prévu.

Bibliographie

Initiation au raisonnement déductif au collège, I.R.E.M. collectif,1992, Presses universitaires de Lyon.

Argumenter, démontrer, expliquer..., Raymond Duval, 1992, Petit x n°31, I.R.E.M. de Grenoble.

Statut et fonctions de la démonstration en mathématiques, Jacqueline Guichard, 1993, I.R.E.M. de Poitiers.

L'enseignement de la géométrie au début du collège, Marie-Hélène Salin et René Berthelot, 2001, Petit x n°56, I.R.E.M. de Grenoble.

[8] *Le vocable "démontrer" a été présenté comme synonyme de " justifier ". Son introduction à ce moment-là n'était probablement pas pertinente.*

[9] *Quelques semaines plus tard, suite à une recherche en devoir à la maison sur l'exemple classique ($n^2 - n + 11$ n'a-t-il que deux diviseurs ?), nous avons rajouté : « Expérimenter sur des exemples, même nombreux, n'est pas démontrer (sauf à épuiser tous les cas) ».*

Celui qui parle le plus fort a-t-il nécessairement raison ?