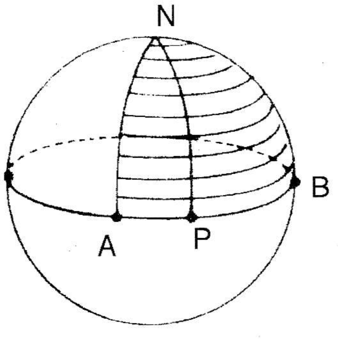
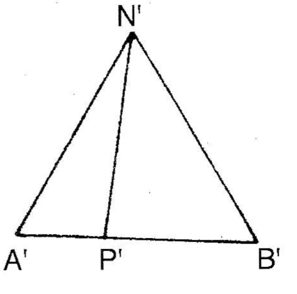
Cartes de la Terre

Jean Lefort, Witzensheim

La représentation de tout ou partie de la sphère terrestre sur une carte plane pose des problèmes délicats. Ces problèmes, quiconque a essayé d'aplatir une pelure d'orange sur son assiette, les remarque immédiatement : des déchirures ou des déformations apparaissent.

Supposons que l'on désire faire une carte qui donne une idée fidèle des distances entre les points à la surface de la Terre : les arcs de grands cercles (plus courts chemins sur la sphère) devront alors être représentés par des segments de droites (plus courts chemins sur le plan)





Essayons de cette façon de faire une carte du huitième de sphère ABN, (c'est le "triangle sphérique" coloré du dessin ci-dessus) où N est le pôle nord, NA et NB des quarts de méridien et AB un quart d'équateur. Il devra être représenté dans le plan par un triangle équilatéral A'B'N' pour respecter l'égalité des longueurs des côtés. Cette représentation offre, entre autres, deux aspects choquants :

* Le quart de méridien NP a même longueur que NA ou NB ; sur la carte son image N'P' est plus courte que N'A' ou N'B'.

* Sur la sphère le "triangle ABN" a tous ses angles droits (90°) ; sur la carte, ils font 60°.

On peut classer les différentes cartes selon les propriétés qui sont conservées, par exemple :

Les représentations conformes : il y a conservation des angles,

Les représentations équivalentes : il y a conservation du rapport des surfaces ; mais il y a loin d'un carré 1 x 1 à un rectangle 10 x (1/10).

Les représentations azimutales : il y a conservation de la direction à partir d'un point particulier.

Les représentations sphériques : les méridiens et les parallèles ont pour image des cercles (et parfois des droites).

On peut aussi classer les différentes cartes selon la méthode par laquelle elles ont été obtenues ; par exemple :

Les projections cylindriques : obtenues par développement d'un cylindre auxiliaire.

Les projections coniques :
obtenues par développement d'un cône auxiliaire.

Les projections perspectives :
obtenues par projection sur une surface plane ou non, partir d'un point de vue.

Quelques exemples de projections

Projection homolosine discontinue de Goode :

On a raccordé le long de l'équateur les différentes parties obtenues en choisissant des méridiens origines distincts. Les déformations sont moindres, mais il y a apparition de discontinuités.

On notera l'angle sur chaque méridien au niveau du 40e parallèle. Il provient du fait que la méthode de calcul n'est pas la même de part et d'autre de ce parallèle. C'est une projection équivalente.

Projection de Bonne :

projection conique équivalente qui fut utilisée par la carte de France au 1/80 000 dite carte d'État-Major.
L'échelle est respectée sur les parallèles et sur le méridien central.
On peut représenter la Terre entière mais avec de très fortes déformations.

Projection azimutale par arcs, à partir du pôle nord.

L'échelle est la même le long de tous les méridiens et l'angle que font les méridiens entre eux est conservé.

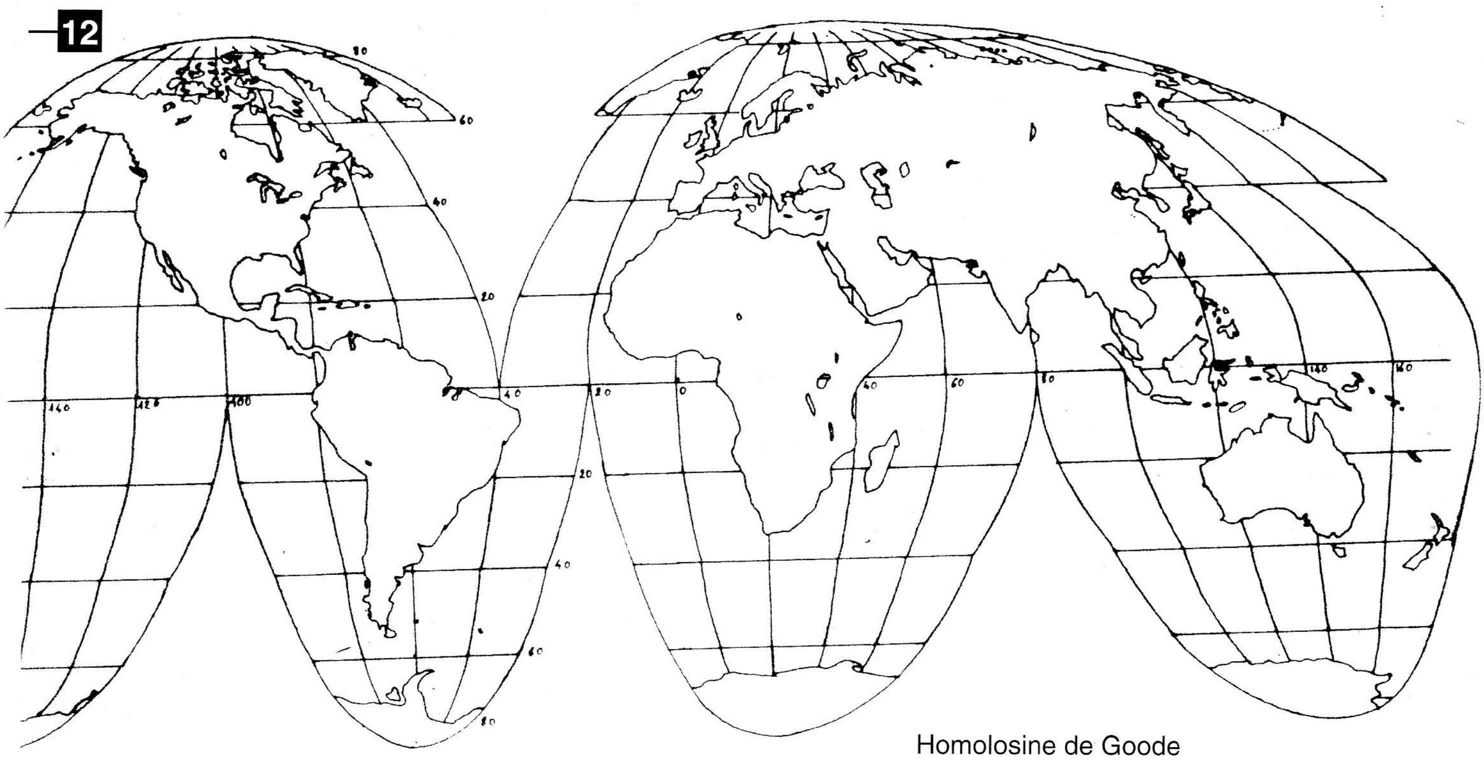
Les déformations deviennent très importantes dans l'hémisphère sud.

Projection Eckert :

elle est équivalente.

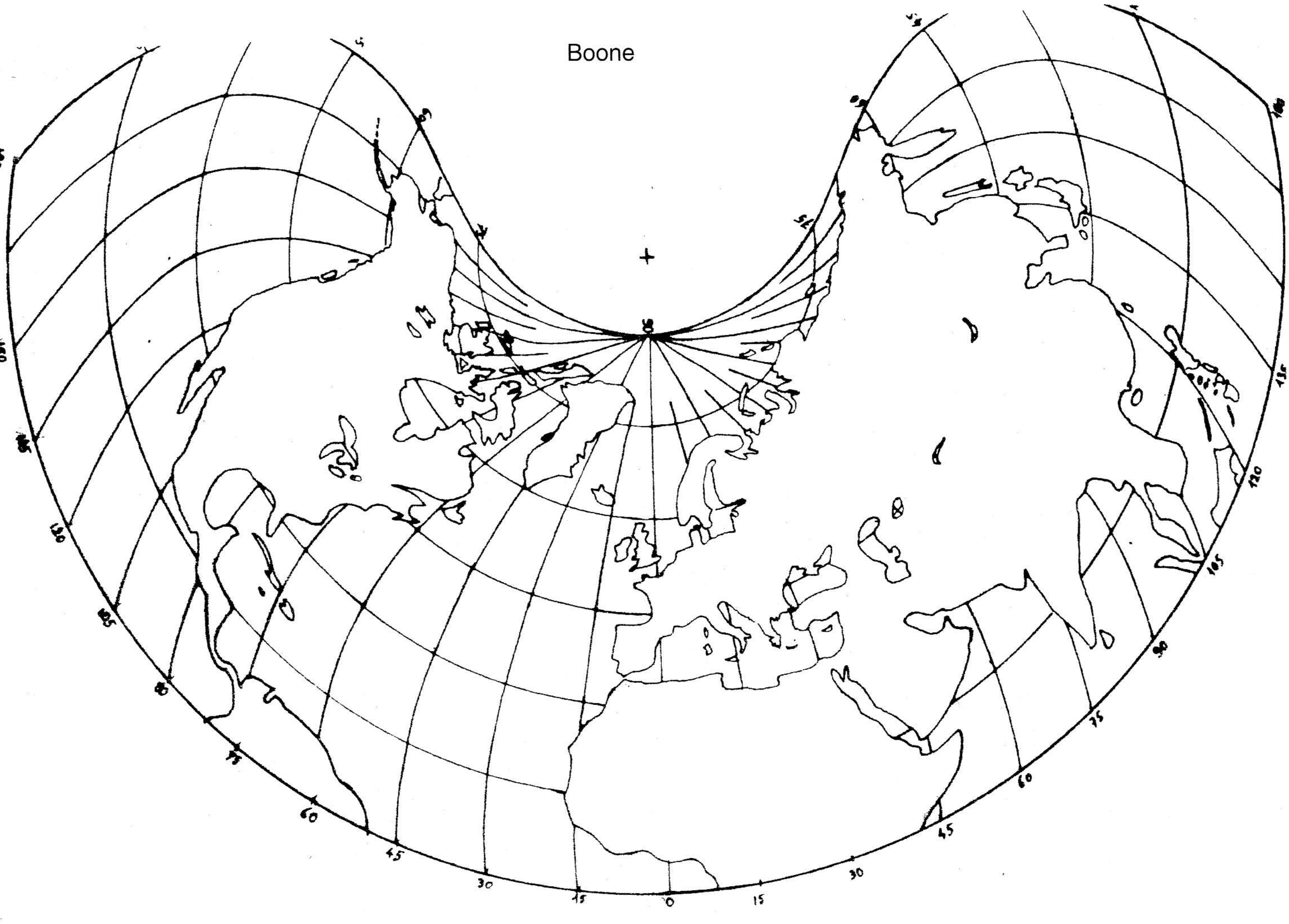
Projection polyconique :

L'échelle est la même le long des parallèles et du méridien central. La carte est analogue dans l'hémisphère sud (même canevas pour les méridiens et les parallèles).

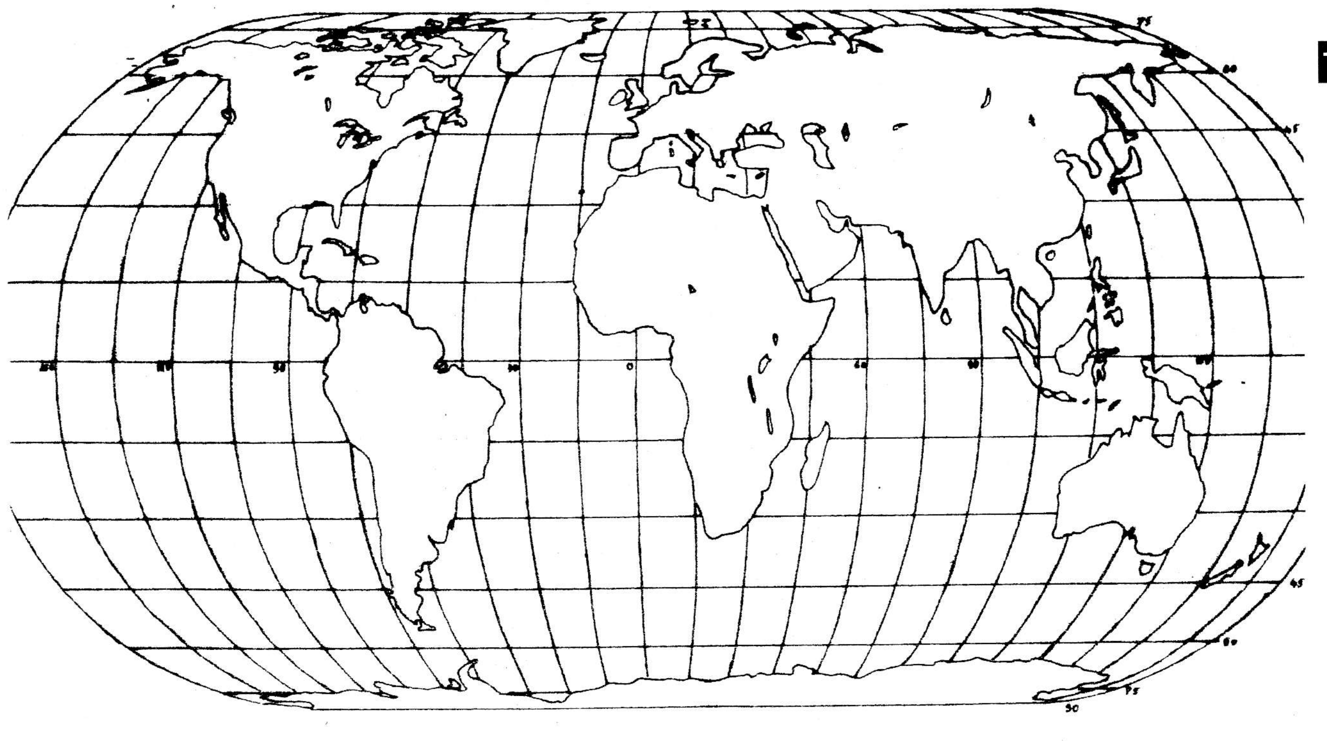


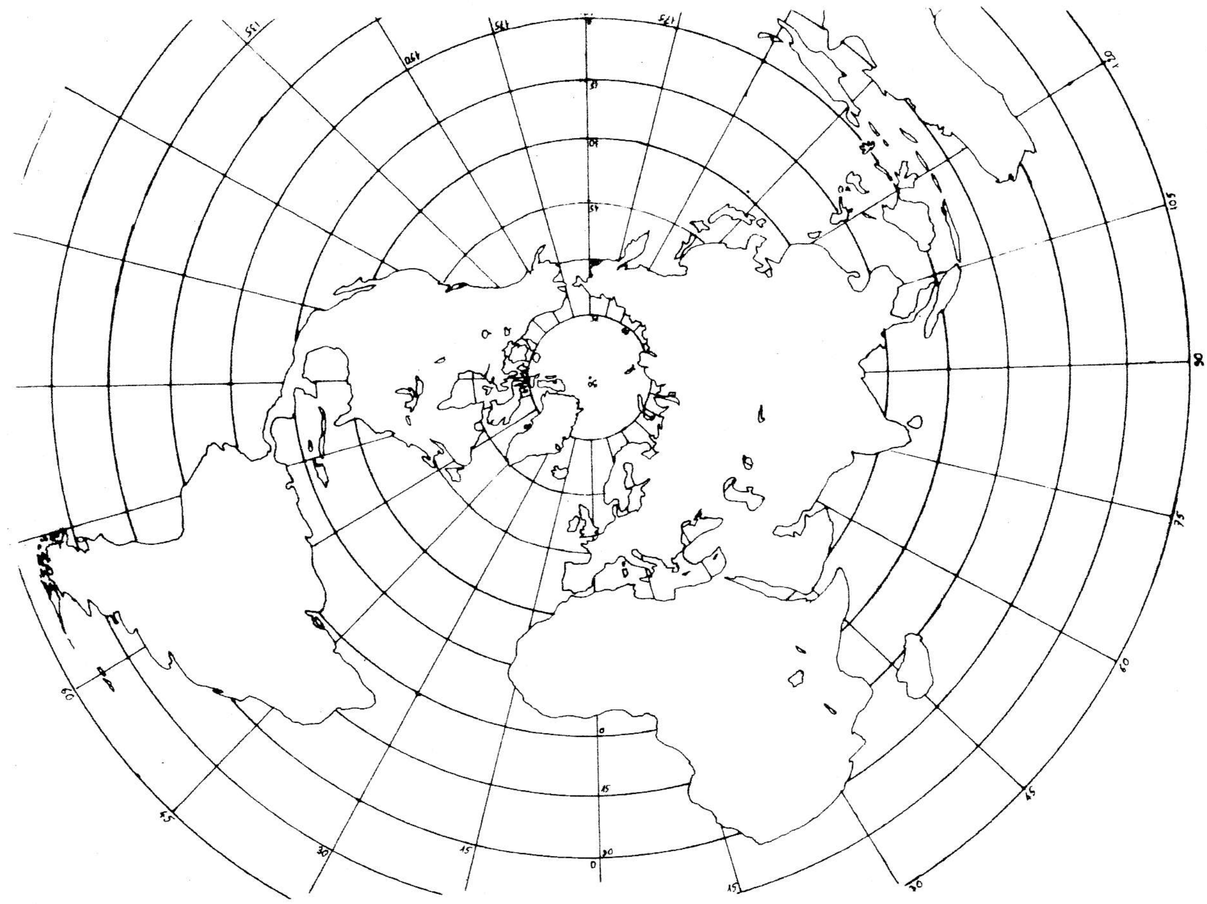
Homolosine de Goode

Boone



Echert





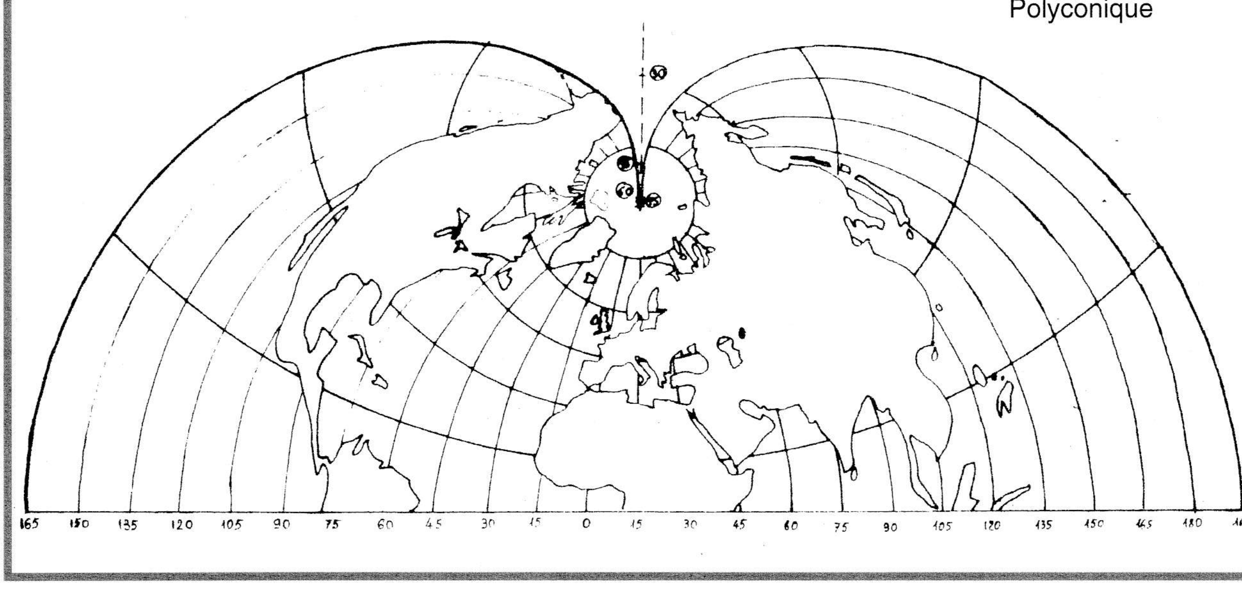
Azimutale (arc)

Projection azimutale de Lambert (ou projection azimutale par cordes).

C'est une projection équivalente qui conserve l'angle des directions à partir du centre de la carte (ici le point de l'équateur de longitude 70° E) .

Cette projection peut s'étendre à la Terre toute entière, mais on préfère souvent accoler les cartes des deux hémisphères.

Polyconique



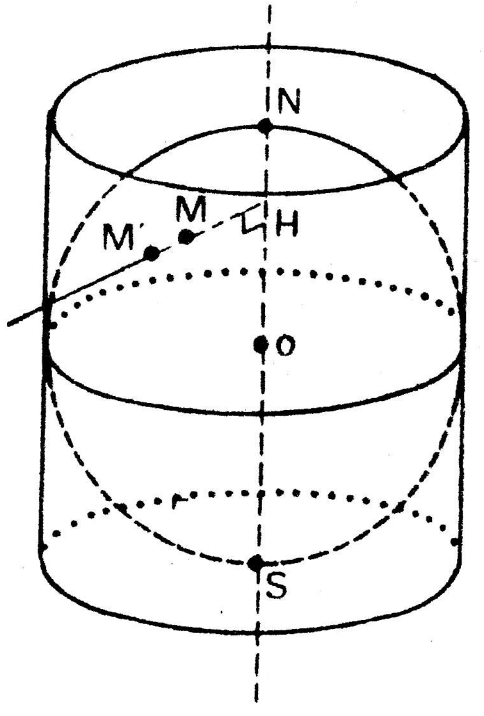
Horizontale de Lambert

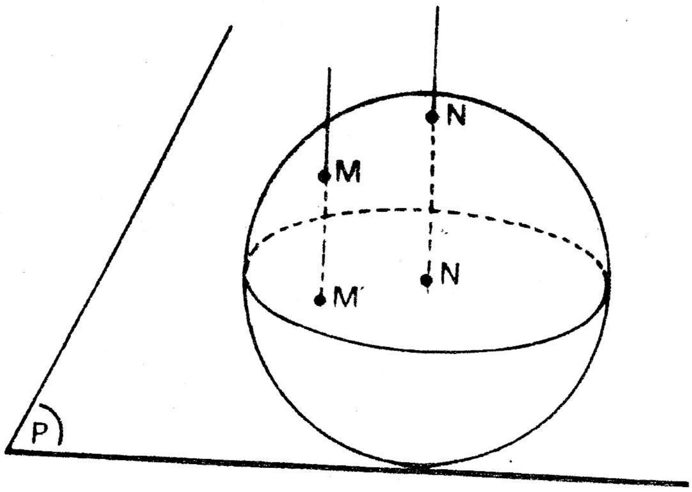
Les projections isocylindriques

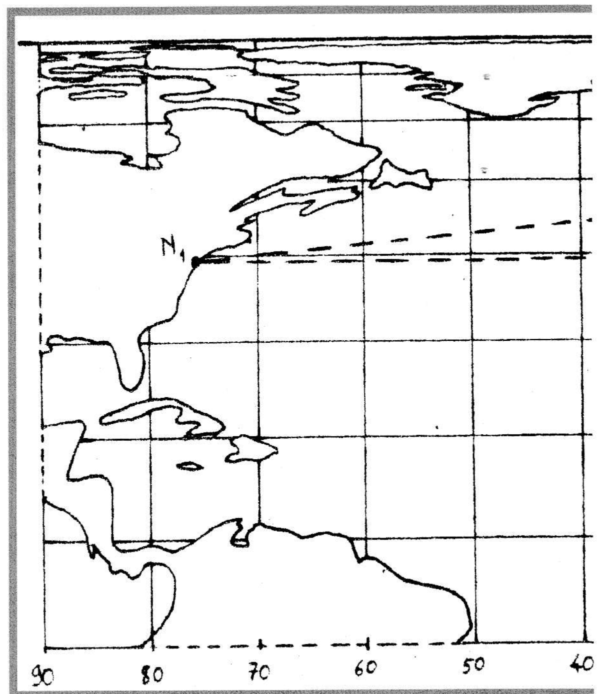
Les projections isocyclindriques consistent à projeter la sphère terrestre sur un cylindre circonscrit (le long de l'équateur, par exemple).

M' est l'image de M et MM' est perpendiculaire à l'axe du cylindre).

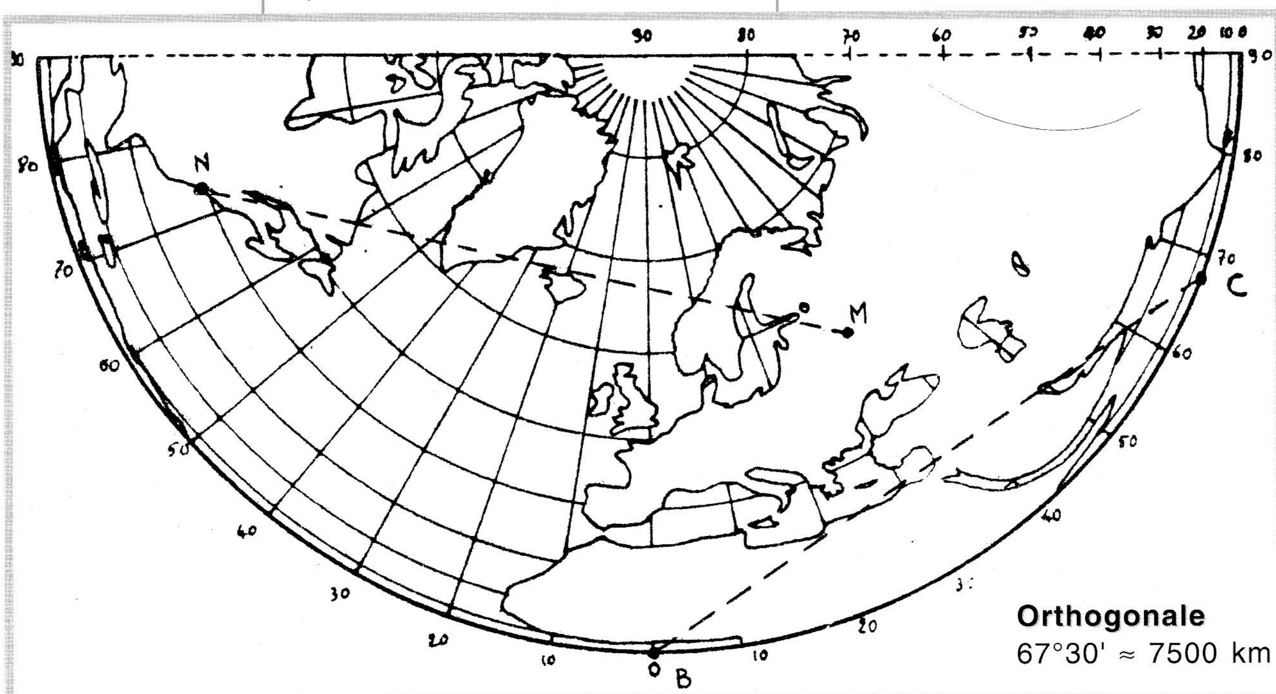
Pour obtenir une carte plane, on découpe ensuite le cylindre en suivant une génératrice (la ligne de changement de date, par exemple),on le déroule puis on effectue une réduction d'échelle pour avoir une carte de dimensions convenables.







La projection isocylindrique conserve le rapport des surfaces. En particulier la sphère terrestre et le cylindre circonscrit ont la même superficie. Les déformations sont cependant importantes près des pôles.



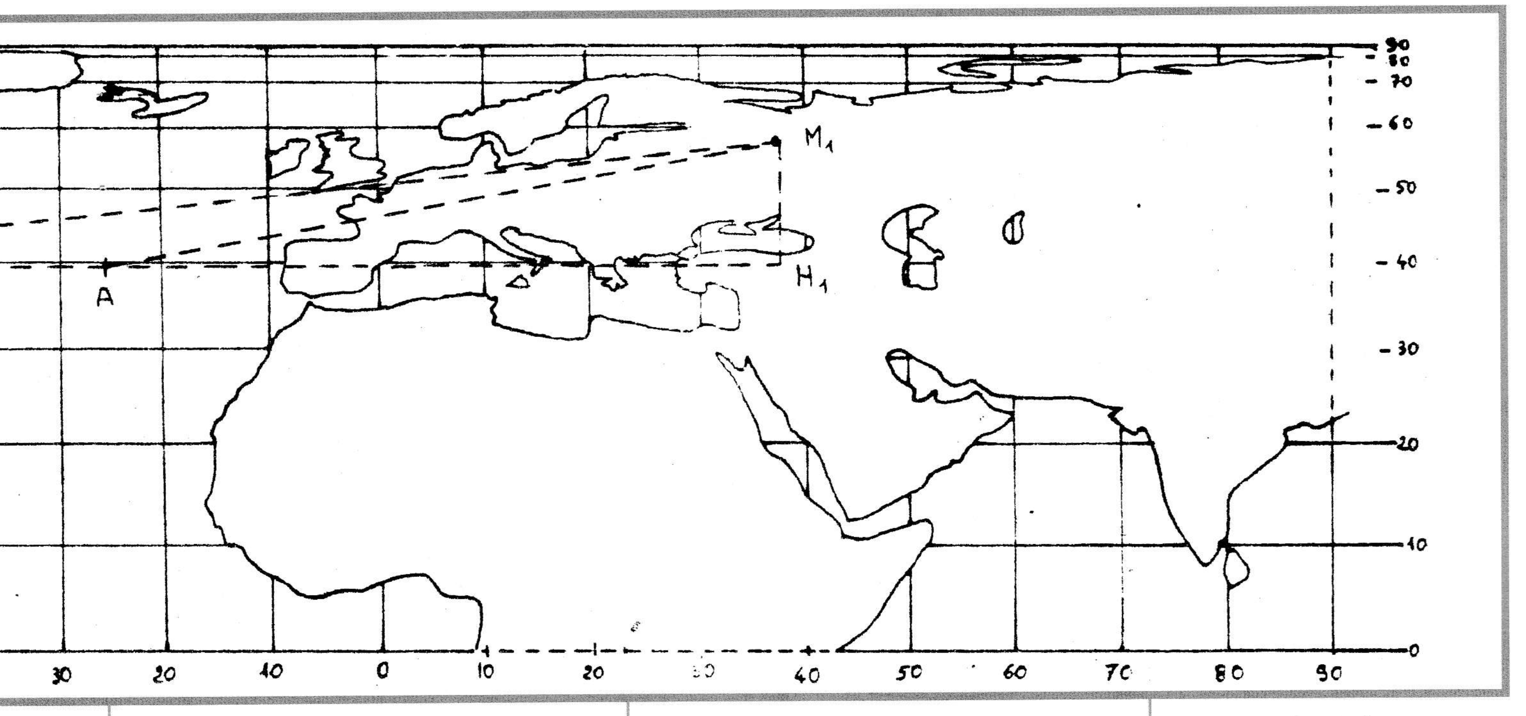
Orthogonale
67°30' ≈ 7500 km

La projection orthogonale n'a pas de propriétés particulières simples. On note que les déformations sont importantes près de l'équateur.

Si l'on dispose de deux cartes ayant la même échelle le long de l'équateur, l'une obtenue par projection orthogonale et l'autre par projection isocylindrique, il est possible de construire la distance, à la surface de la Terre, de deux points.

Par exemple, entre Moscou (noté M et M_1) et New-York (noté N et N_1) : on trace le triangle rectangle $M_1N_1H_1$ (M_1H_1 suit un méridien). On reporte MN en AH_1, puis AM_1 en BC.

L'arc BC mesuré sur l'équateur de la projection orthogonale représente la distance cherchée.



Isocylindrique

La projection gnonomique

La projection gnonomique consiste à projeter une demi-sphère sur un plan à partir du centre de la sphère.

M' est l'image de M. I, qui a pour image I', s'appelle le point central de la projection.

Cette projection qui n'est ni conforme ni équivalente, présente le grand avantage de transformer les grands cercles (chemins les plus courts sur la sphère) en droites (chemin les plus courts sur le plan).

Les méridiens et l'équateur, qui sont des grands cercles, ont pour image des coniques : hyperboles, paraboles, ellipses en général ou des cercles quand le point central est un pôle.

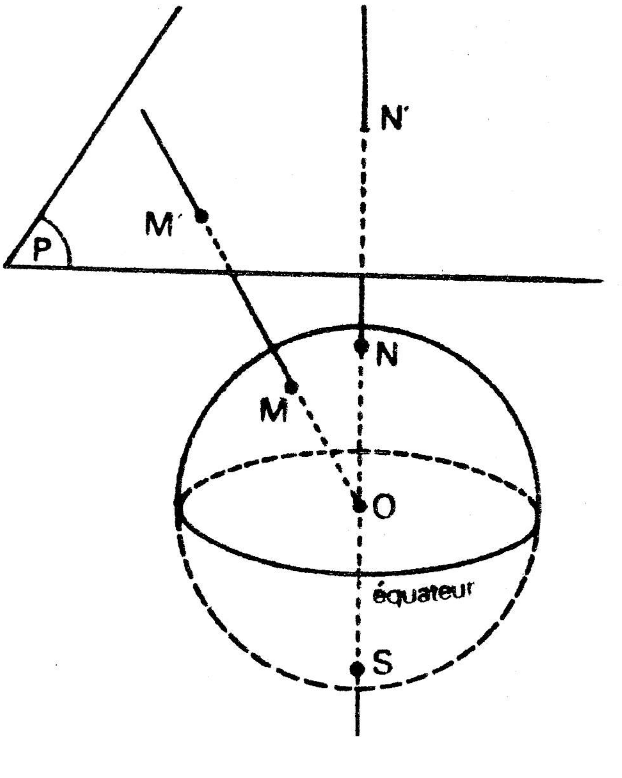
Dans tous les cas, le calcul des angles est assez facile. Par exemple, si le point central est un pôle, l'angle **v** entre la direction du pôle et le chemin suivi s'obtient à parti de l'angle **V** lu sur la carte et la latitude **l** du lieu où l'on fait la mesure par la formule :

$$\mathbf{tg\ v = tg\ V\ /\ sin\ l}$$

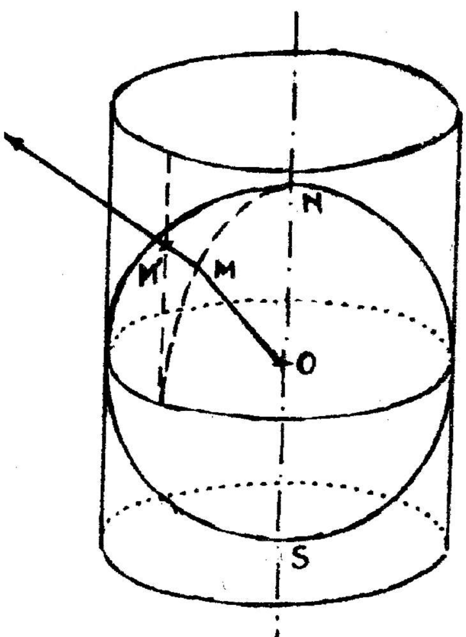
Par exemple, sur une route entre Miami (M) et Paris (P) :

V = 20° et l = 30°
donc v = 36°00'

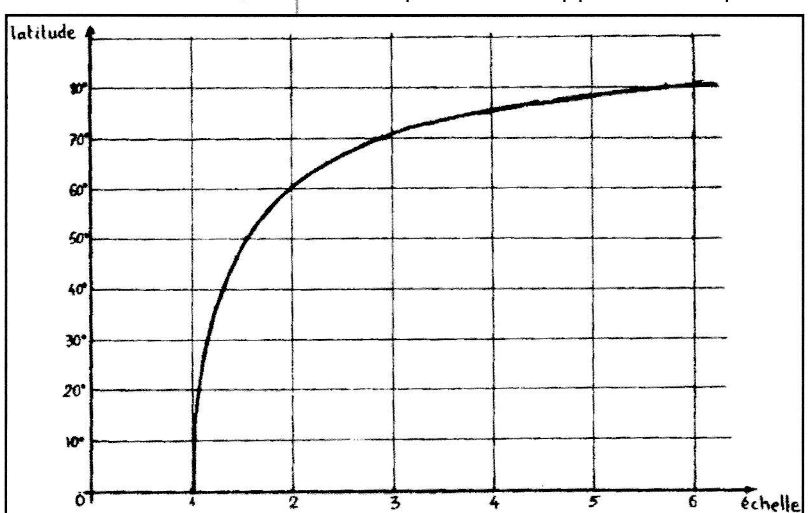
V = 50° et l = 45°
donc v = 59°20'



La projection de Mercator



Le flamand Gerhard Kremer, dit Mercator, est né à Rupelmonde en 1512 et est mort à Duisbourg en 1594. Il fut le premier à asseoir la cartographie sur de solides bases mathématiques. C'est en 1569 qu'il publia la première carte du monde en dix-huit feuillets, en utilisant la projection qui porte son nom.



Dans la projection de Mercator usuelle, on projette un point M de la surface terrestre en M' sur un cylindre tangent à l'équateur. Attention : les points O, M et M' ne sont pas alignés mais sont dans un même plan méridien.

Pour obtenir une carte plane, on découpe ensuite le cylindre puis on le déroule. Enfin une réduction d'échelle permet d'obtenir une carte de dimensions convenables.

Sur le canevas obtenu, les méridiens sont des droites parallèles régulièrement espacées, les parallèles sont des droites perpendiculaires aux précédentes mais dont 1'écartement croît quand on s'éloigne de 1'équateur. (L'écartement est inversement proportionnel au cosinus de la latitude.)

La projection de Mercator est une projection conforme, c'est-à-dire qu'elle conserve les angles. De plus elle représente par des droites les routes dont le cap est constant. Mais les déformations sont d'autant plus importantes que l'on se rapproche des pôles. La projection de Mercator est donc essentiellement utilisée pour la représentation des régions équatoriales.

Le graphique ci-dessus donne la relation entre l'échelle et la latitude. Par exemple, l'échelle de la carte vaut deux fois celle à 1'équateur pour les points de latitude 60°. À partir de cette valeur l'échelle croît très rapidement.

Pour les besoins de la navigation aérienne on utilise la projection de Mercator oblique : le cylindre auxiliaire de projection est tangent au grand cercle itinéraire de l'avion. On parle de projection de Mercator transverse quand le cylindre est tangent à un méridien.

La projection stéréographique

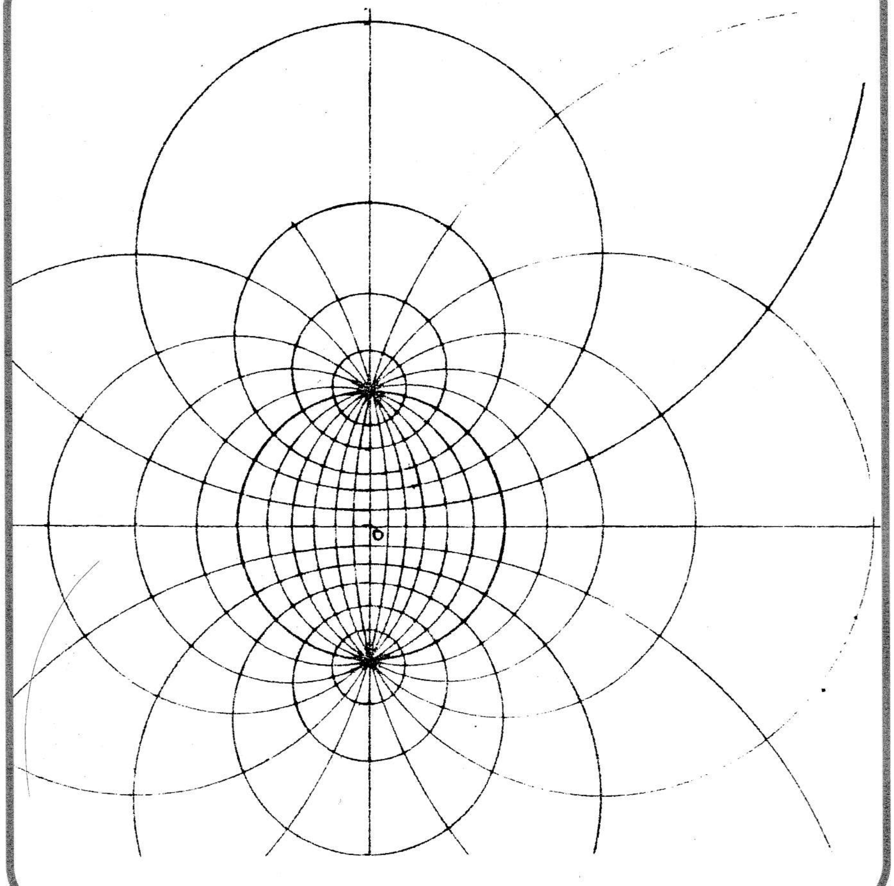
La projection stéréographique consiste à projeter la sphère terrestre, à l'exception d'un point (I sur le dessin) sur un plan. Les points I et J sont diamétralement opposés sur la sphère. M' est l'image de M.

Les images des cercles tracés sur la sphère sont des cercles et parfois des droites sur la carte. Le canevas ci-dessous représente le cas particulier des méridiens et des parallèles.

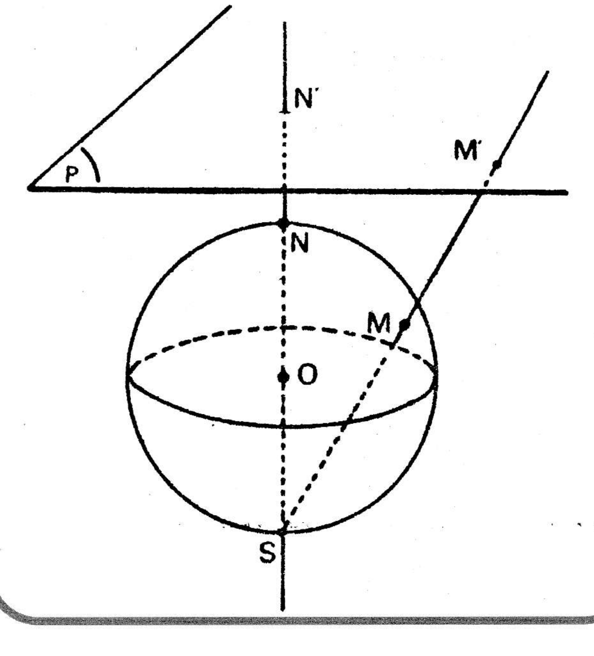
La projection stéréographique conserve les angles ; c'est une représentation conforme.

La projection stéréographique est surtout utilisée pour les cartes des régions polaires, auquel cas les méridiens sont des droites concourantes au pôle (le point I à partir duquel s'effectue la projection est le pôle opposé) et les parallèles sont des cercles concentriques.

L'image du plus court chemin entre deux points A et B (il s'agit de Lima et Sydney dans cet exemple) est le cercle tracé en trait épais. Pour construire ce cercle, on construit le triangle rectangle APC où P est le pôle et C se trouve sur l'équateur, puis le triangle rectangle ACD où D est aligné avec A et P. Le cercle passant par A, B et D est l'image du grand cercle passant par Lima et Sydney.



Canevas pour une projection stéréographique de 15° en 15°



carte stéréopraphique