

Quel est le pays d'Europe le plus fractal ?

C'est un pays étonnant, aux contours imprécis et poétiques, qui témoignent toujours de la dernière glaciation qui a façonné son relief.

Sur une superficie de 337 000 km², il compte 180 000 lacs de plus de 500 m². C'est la masse glaciaire qui les a creusés en se retirant vers le nord, il y a 11 000 ans. Le recul du glacier provoqua un lent mouvement tectonique ascendant qui continue encore de nos jours. Le soulèvement de la plaque continentale fait apparaître des îles et des îlots nouveaux le long de ses côtes.

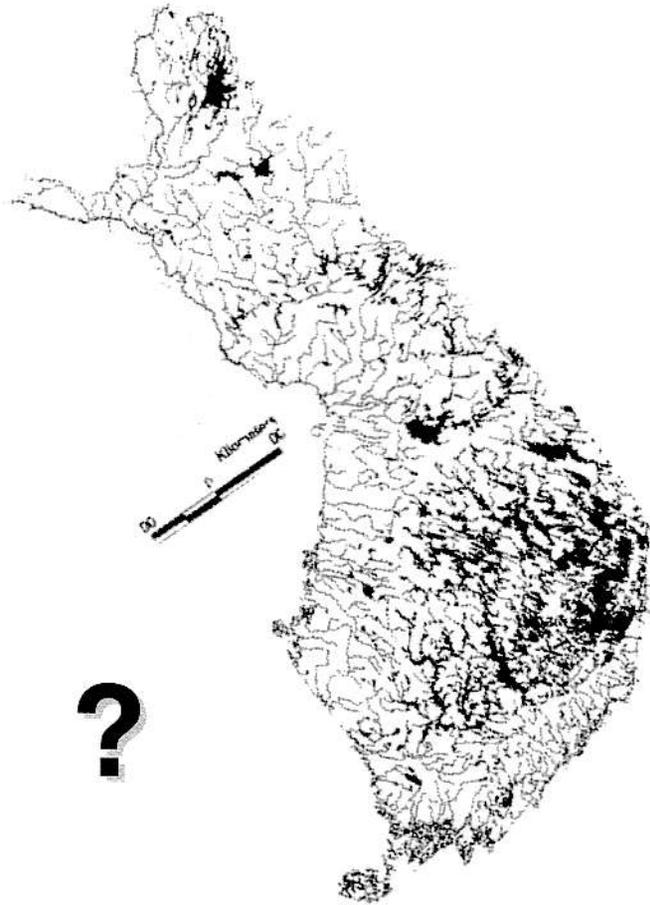
Les eaux territoriales sont déjà ponctuées d'environ 81 000 îles de plus de 100 m². Le nombre des composantes connexes du pays, au sens de la topologie élémentaire, augmente-t-il ? Difficile à dire, la superficie du pays augmente de 7 km² gagnés sur la mer tous les ans.

Mais le pays n'est pas simplement connexe. Il y a des milliers de lacs, des milliers d'îles dans les lacs et, pour confondre le topologue, il existe des îles qui contiennent des lacs et parfois il y a même des îles dans ces lacs-là ! Pour décrire une telle géométrie, on a pensé aux fractales.

Personne n'ignore plus ces objets mathématiques, introduits par Mandelbrot, qui apparaissent souvent comme des frontières. On en trouve quand on ne peut définir une frontière claire et nette entre deux ensembles de forme compliquée, comme celle entre les eaux et les terres de ce pays.

Peut-on modéliser un pays à l'aide de fractales ?

Pour caractériser des objets qui peuvent être infiniment irréguliers, Mandelbrot a



introduit le concept de dimension fractale (cf. pages 31 et 35). Si un objet fractal est contenu dans un espace ordinaire de dimension d , sa dimension fractale D est comprise entre 0 et d ; mais, contrairement aux dimensions habituelles qui sont toujours entières, D peut être une fraction ou même un nombre irrationnel.

Pour expliquer cette notion de dimension fractale, il est commode de considérer une classe importante d'objets fractals, les objets dits auto similaires.

À Jyväskylä, université de Finlande où enseigne l'auteur de cet article, Osmo Pekonen, un groupe de recherche, dirigé par le professeur Pertti Mattila, se penche sur les mystères encore plus compliqués.

Pendant les crues, on aurait constaté que des petites fluctuations de la dimension fractale de... la Finlande !

Dans le cadre de la Fête de la Science 2000, le Ministère de la recherche a édité un petit fascicule intitulé "**Mathématiques buissonnières en Europe**" duquel a été extrait ce petit article qui introduit au mieux la suite d'autres articles du Plot 92.