

Des additions sans retenues !!!

Deux nouveaux bouts d'allumaths

par les allumés des maths !!!

Le groupe des allumaths (les "allumés" des mathématiques) réunit quelques professeurs et inspecteurs de mathématiques de l'Académie de Poitiers pour la plupart.

Ils échangent problèmes et solutions sans autre restriction que leur intérêt. Voici deux nouveaux sujets, l'un géométrique, l'autre numérique, et des éléments de réponses pour les deux précédents sujets parus dans le PLOT n° 88-897.

Plot 90 - Situation 1

Voici un énoncé élémentaire et classique extrait d'un ouvrage. ABCD est un parallélogramme. Soit E le point de la demi-droite [AB) tel que : $AE = AB + AD$, et F le point de la demi-droite [AD) tel que $AF = AB + AD$.

Démontrez que les points C, E et F sont alignés.

Et cela suffit pour se poser des problèmes divers et variés et accessibles à tous !

Plot 90 - Situation 2

Et si je ne savais pas calculer ?

$$17 + 5 = 12$$

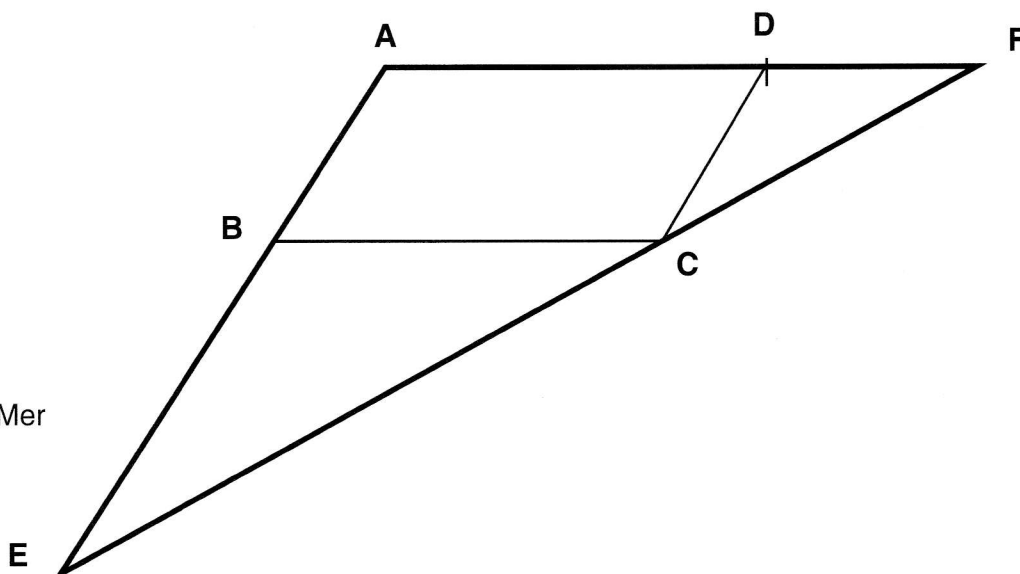
$$18 + 8 = 16$$

$$55 + 66 = 11$$

Et si on décidait, en classe de CE1, d'oublier systématiquement les retenues lorsqu'on ajoute deux nombres entiers naturels ?!!

Et cela suffit pour se poser des problèmes divers et variés et accessibles à tous !!!

— 2



Commentaires
à envoyer à
Marc Blanchard
39, rue Barbès
17300 Rochefort-sur-Mer

Trois cercles et un triangle ???

À propos de la situation 1 parue dans le PLOT n° 88-89

Plot 88-89 - Situation 1

A, B, C sont trois points non alignés d'un plan.

Ω_A , Ω_B , Ω_C les cercles de diamètres [BC], [CA] et [AB].

Que peut-on en dire ?

- Deux cercles se recoupent sur les côtés du triangle, au pied d'une hauteur (I, J ou K).

- Appelons D l'orthocentre de ABC; A, B, C, D est un quadrangle orthocentrique et :

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 + AD^2 + BD^2 + CD^2 = AI^2 + AJ^2 + AK^2 + BI^2 + BJ^2 + BK^2 + CI^2 + CJ^2 + CK^2 + DI^2 + DJ^2 + DK^2.$$

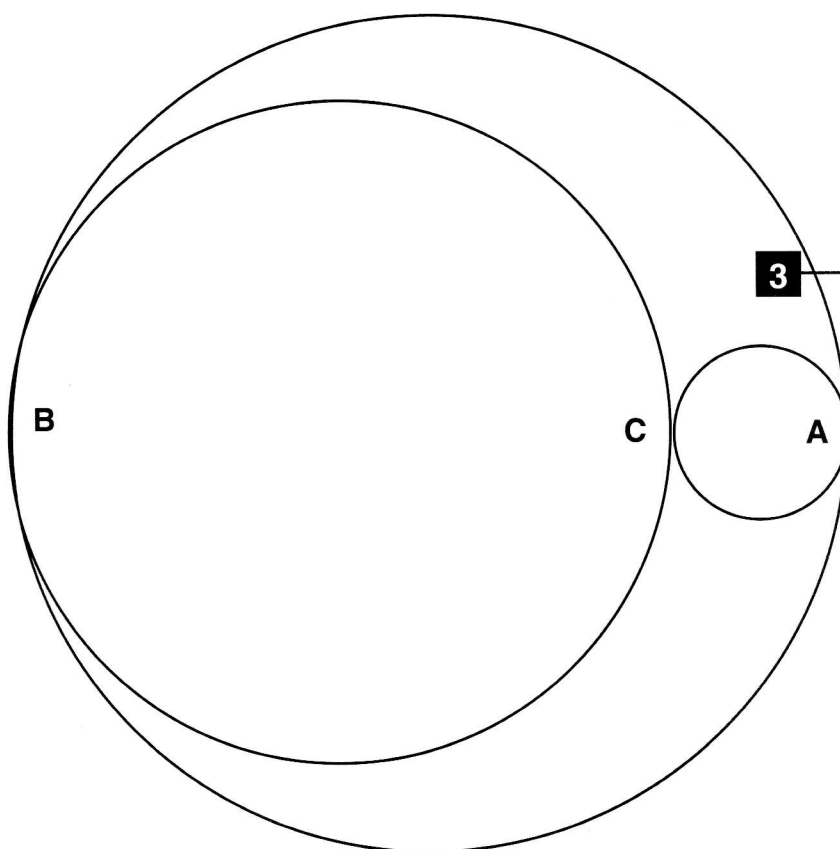
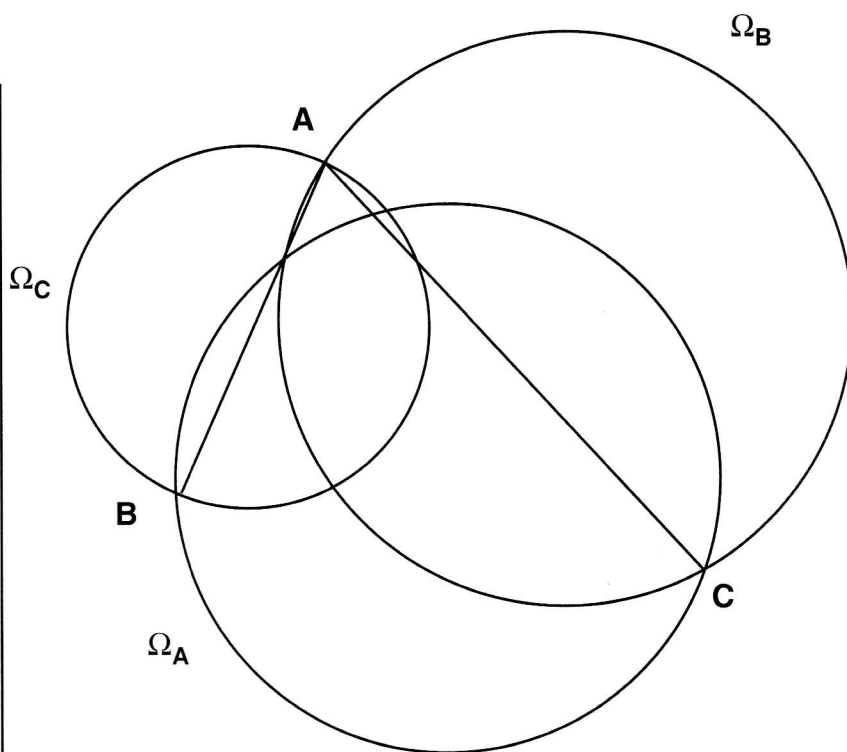
- Les centres des cercles et les pieds des hauteurs sont cocycliques (cercle d'Euler).

- Lorsque ABC est un triangle rectangle, on est dans la configuration des lunules d'Hippocrate. Dans le cas classique, on envisage les trois demi-cercles du même côté de l'hypoténuse, celui du sommet de l'angle droit.

Etudiez le cas où les trois demi-cercles sont de l'autre côté de l'hypoténuse.

- Dans le cas particulier où les points sont alignés, on est dans le cas de la configuration de l'arbelos d'Archimède.

Des propriétés liées au triangle podaire IJK sont rappelées par Raymond MILLON de Montigny les Bretonneux dans une étude où il démontre que la médiatrice de [JK] passe par les milieux de [BC] et [AD] et par le centre du cercle d'Euler.



1 janvier 2000 ?!?

À propos de la situation 2 parue dans le **PLOT** n° 88-89

Plot 88-89 - Situation 2

Nous avons proposé dans le n°86 de trouver une explication au texte suivant de Walusinski: "l'histoire des calendriers julien et grégorien étant connue de ... tous, et sachant que le 1er janvier 1900 était un ... lundi, on en déduit par le calcul ci-dessous que le 31 décembre 2000 sera un dimanche et le 1er janvier 2001 un lundi aussi !".

Pouvez-vous décrypter le calcul ci-dessous et vérifier que nos glorieux ancêtres ont pris la Bastille un mardi.

31	-->	3
décembre	-->	4
2000	-->	2
100		
25	-->	4

soit, pour le tout : 6 (modulo 7)

Voici la réponse de Jean LEFORT :

Une partie facile, l'année :
chaque année ordinaire, on gagne un jour donc de 1900 à 1999 on gagne : $99 \equiv 1$ jour modulo 7, et pour l'année 2000 on gagne $100 \equiv 2$ j.
Les années bissextiles on gagne 2 jours or pour 2000 il y a $100/4 = 25$ années bissextiles .

(et non pas 26 par ajout de l'extrémité 1900 car 1900 n'est pas bissextile alors que 2000 l'est). Or $25 \equiv 4$ modulo 7.

Une partie délicate, le mois :		
si le 1-janvier est	0	alors
le 1-février est	3	(31 -> 3)
le 1-mars est	3	
le 1-avril est	6	
le 1-mai est	1	
le 1-juin est	4	

le 1-juillet est	6
le 1-août est	2
le 1-septembre	5
le 1-octobre	0
le 1-novembre	3
le 1-décembre	5

À nouveau facile, le quantième :
Du 1 au 31 il y a $31 - 1 = 30 \equiv 2$.

Conclusion :

On peut récupérer $31 \equiv 3$ plutôt que $31 - 1$, ce qui est plus agréable, en décalant d'une unité les modulus calculés pour chaque mois (dans l'ordre janv $\equiv 6$, fev $\equiv 2$, mars $\equiv 2$, avr $\equiv 5$, etc...), ce qui revient à considérer le jour 0 de chaque mois.

Conclusion, on gagne 6 jours et le 31 décembre 2000 sera un lundi + 6 = dimanche et un de plus pour le lendemain.

L'autre méthode est d'utiliser les formes quasi-affines (cf annexe mathématique de mon livre*) mais alors il faut démarrer au 1er mars ce qui est au moins aussi compliqué.

Quant à calculer le jour du 14/7/1789, il faut faire pareil mais en retranchant ce qui est un peu plus délicat.

J'ai rédigé un programme MAPLE permettant la conversion des différents calendriers entre eux (julien, grégorien, musulman, juif et période julienne). Vous pouvez l'utiliser si vous disposez du logiciel (à demander au journal).

* Référence du livre :

La saga des calendriers
ou le frisson millénariste

Jean LEFORT
Ed. Belin, Pour la Science