Nombres particuliers et remarquables

François Dress, Bordeaux I

Ce petit essai a été écrit pour accompagner l'exposition Mille-et-Un chiffres, réalisée par Cap-Sciences, CCSTI d'Aquitaine. Les visiteurs de cette exposition sont invités à parcourir l'histoire des nombres et des moyens de calcul jusqu'aux prodigieuses applications du calcul intensif.

Mais beaucoup resteront toujours un peu envoûtés par le commencement de cette histoire, ... les nombres entiers.

Des nombres aux mille facettes

Dans ces quelques pages qui vous présentent les entiers - et surtout les plus petits - on ne trouvera ni découverte insolite ni interprétation extravagante qui permettrait de décrypter le monde.

J'ai simplement souhaité y rassembler dans un texte unique les multiples facettes dont scintillent les entiers dans la culture humaine, et faire partager sa fascination.

Il n'est guère de nombre entier, parmi les quinze ou trente premiers, qui ne soit le compte de quelque ensemble naturel ou qui ne possède quelque propriété remarquable. Avec un peu d'érudition, un peu de peine et beaucoup de conviction, on peut même présenter les propriétés naturelles ou mathématiques d'un entier donné quelconque, pas trop grand, de façon à donner l'illusion qu'il est tout à fait exceptionnel.

La numérologie, la magie, l'ésotérisme, ou plus simplement la superstition banale, ont abondamment utilisé cette illusion. Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, ..., douze, treize, ... chacun de ces nombres est exceptionnel si vous avez décidé de le croire. Chacun est exceptionnel... donc aucun ne l'est !

Alors évitons la superstition et contentons-nous de regarder la richesse des nombres entiers, de leurs propriétés et de leurs usages.

Les trois premiers

Un, le premier, le symbole de l'unique, que dire de plus ?

Deux, le symbole du couple ou de la paire, mais surtout de l'opposition ou de la symétrie : l'homme et la femme, le jour et la nuit, le bien et le mal, le yin et le yang, l'être et le néant, l'ordre et le chaos, le chaud et le froid, la droite et la gauche, ...

Trois, le symbole de la fécondité, de la relation et de l'échange: l'homme et la femme et l'enfant, l'homme et la femme et l'amour, le maître et l'élève et le savoir, ...

Et saviez-vous que *diable* et *double* ont la même origine étymologique ?

Le nombre en grammaire

Le nombre en grammaire est une catégorie qui oppose un et beaucoup, le singulier et le pluriel, mais de nombreuses langues ont gardé des traces d'une diversité plus grande. On trouve le "duel" dans des déclinaisons et conjugaisons du sanskrit, du grec, de l'arabe, de l'hébreu.

Petit problème de généalogie : Quand on additionne l'année de naissance d'un père, l'année de naissance de son fils, l'âge du père et l'âge du fils, qu'est-ce qu'on obtient ?

On peut donner deux (!) exemples en arabe (transcrit avec l'alphabet latin). En arabe littéraire, *allât* signifie "elle a dit", *balata* "elles (deux) ont dit", et *qulna* "elles (plus de deux) ont dit".

En arabe dialectal, *yum* signifie "un jour", *yumain* "deux jours", et *ayyam* "plusieurs (plus de deux) jours".

Le nombre en géométrie

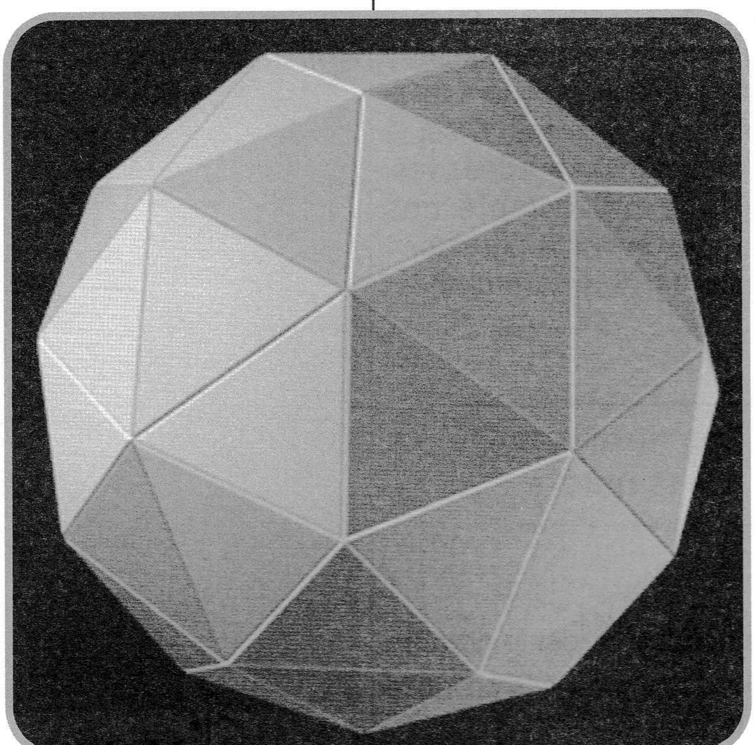
Les polygones commencent avec 3 côtés et 3 sommets, pour le triangle (un polygone à 2 côtés ne pourrait être qu'aplati et n'existe pas vraiment). Les premiers polygones réguliers triangle, carré, pentagone, hexagone, produisent un sentiment esthétique et sont d'ailleurs repris par l'homme pour ses constructions et ses décorations.

Le polygone à 7 côtés (l'heptagone) est d'un dessin et d'un emploi difficile, mais avec le polygone à 8 côtés (l'octogone), on retrouve une figure plus esthétique et souvent utilisée.

Si vous essayez de "paver" votre cuisine avec des tomettes qui sont des polygones réguliers identiques, vous vous rendrez vite co superposés.

Après les polygones, qui sont des figures du plan, il faut considérer les polyèdres, qui sont des figures de l'espaces formées par des faces (polygonales) contiguës, avec des sommets et des arêtes (ce mot est préféré ici à côté). Si vous n'êtes pas familiers avec les polyèdres, pensez au cube, aux parallélépipèdes, aux pyramides, aux prismes...

Contrairement aux polygones réguliers, qui forment une suite infinie (pour tout n > 3, il existe un polygone régulier à n côtés et n sommets), il n'existe qu'un nombre fini de polyèdres réguliers. Il en est ainsi que l'on se restreigne ou non aux polyèdres "convexes", mais le cas général est très compliqué - quoique donnant visuellement des figures magnifiques - et l'on se contentera d'examiner les polyèdres convexes réguliers.



Ils sont au nombre de 5 et ils étaient connus notamment des anciens Grecs (on les appelle d'ailleurs les 5 solides ou polyèdres platoniciens).

Ce sont :

- le tétraèdre régulier, avec 4 faces triangulaires, 4 sommets et 6 arêtes (on peut se représenter un tétraèdre comme une pyramide de base triangulaire, avec 3 faces triangulaires),

- le cube, avec 6 faces carrées, 8 sommets et 12 arêtes,

- l'octaèdre régulier, avec 8 faces triangulaires, 6 sommets et 12 arêtes (on peut se représenter un octaèdre comme formé par deux pyramides de base carrée, accolées par leurs bases - il reste donc 4 + 4 = 8 faces triangulaires),

- le dodécaèdre régulier, avec ses 12 faces triangulaires, 20 sommets et 30 arêtes,

- l'icosaèdre régulier, avec 20 faces triangulaires, 12 sommets et 30 arêtes.

Les trois premiers sont bien connus et souvent utilisés, le dodécaèdre est notamment utilisé pour confectionner des lustres, et l'icosaèdre est moins connu et d'usage plus rare.

Pour les esprits curieux, on citera un théorème de mathématiques, découvert par Euler (1707-1783), un des plus grands mathématiciens de tous les temps: si on appelle *F* le nombre de faces d'un polyèdre convexe (régulier ou non),

Réponse au problème généalogique :

Vous obtenez le double de l'année actuelle soit 2x 2000 !!! Etonnant !

En effet, si vous additionnez votre année de naissance et votre âge, vous obtenez l'année en cours (sans chipoter sur la date exacte de l'anniversaire!). Ne cherchez pas de relation entre l'âge du père et l'âge du fils, il n'y en a pas. C'était juste pour construire l'histoire et vous pouvez bien sûr le faire avec l'âge de votre mère et l'âge de votre sœur. Ce n'est pas une affaire entre hommes !

S le nombre de sommets, et *A* le nombre d'arêtes, alors

$$F + S - A = 2.$$

Les puissances de deux

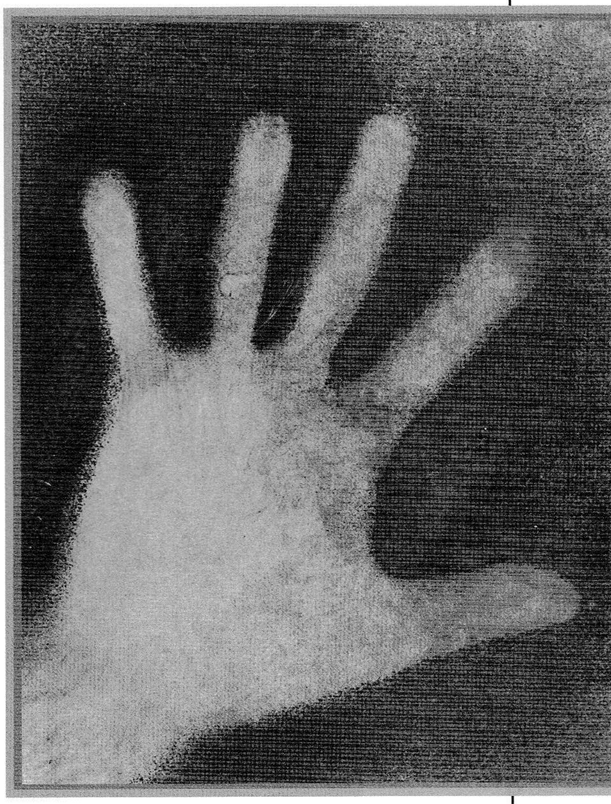
Mise en valeur par le développement - très récent à l'échelle de l'histoire de l'humanité - de l'informatique, la suite des puissances de deux: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1 024, 2 048, ..., ou tout au moins le début de cette suite, a toujours joué un rôle important dans les comptes des hommes. C'est la suite des dichotomies successives, c'est la suite qui compte nos ancêtres: nous avons 2 parents, 4 grands-parents, 8 arrière-grands-parents, ...

Les nombres de la nature

Le nombre **1** est le nombre des organes "uniques" : le cœur, le cerveau, le nez, ...

Le nombre **2** est le nombre de la symétrie "ordinaire", c'est le nombre des mains, des pieds, des yeux, des oreilles (qui rentrent dans la symétrie générale du corps humain), mais aussi des mâchoires et des lèvres (qui ne rentrent pas dans cette symétrie).

Le nombre **3** pourrait être celui de la symétrie ternaire, mais elle ne se rencontre pas vraiment dans le règne animal ; c'est néanmoins le nombre de mâchoires de la sangsue (qui forment un Y inversé), le nombre d'anneaux du thorax des insectes, le nombre de pétales et de sépales des orchidées, des liliacées (lis, tulipe, asperge, muguet, poireau), ...



Nous venons de signaler les 3 anneaux du thorax des insectes, et il faut faire une parenthèse pour parler de métamérisation : c'est le processus du développement de certains animaux qui se manifeste par la formation de blocs consécutifs, souvent très semblables, appelés selon les cas segments, métamères ou anneaux. Pour certaines espèces, le nombre de métamères est très variable, pour d'autres il est fixe et nous fournira donc un des nombreux nombres remarquables de la nature vivante.

Le nombre **4** est celui de la symétrie de certaines méduses (4 lèvres, 4 poches génitales, 4 poches gastriques), c est le nombre de membres de la plupart des mammifères, le nombre de pétales des crucifères (moutarde, chou, navet, radis), du lilas, ...

Le nombre **5** est celui qui caractérise la symétrie des échinodermes (oursin, étoile de mer), c'est aussi le nombre de doigts d'une main, et c'est encore le nombre de pétales de beaucoup de fleurs violacées (violette, pensée), papillonnacées (trèfle, ajonc, haricot), bouton-d'or, primevère), comme le nombre de lobes des feuilles de certains arbres (érable, marronnier).

Le nombre **6** est celui de la symétrie de certains coraux (chaque individu possède 6 cloisons gastriques et 6 tentacules) comme de la symétrie des cellules hexagonales des abeilles dans une ruche, c'est le nombre des étamines des crucifères, le nombre de pattes des insectes (que l'on dénomme parfois, pour cette raison, hexapodes), le nombre de segments de l'abdomen des crustacés supérieurs (crevette, crabe, écrevisse, langouste).

Les nombres **7** et **9** sont des "petits" entiers qui ne sont pas très présents dans la nature vivante... On peut néanmoins signaler que de nombreuses feuilles composées, comme celles de l'acacia ou du frêne, possèdent 5, 7, 9, voire 11 ou 13 folioles.

Le nombre **8** est celui de la symétrie de certains autres coraux comme le corail rouge, c'est le nombre d'anneaux du thorax des crustacés supérieurs, le nombre de pattes des araignées et des scorpions, le nombre des tentacules de la pieuvre.

Le nombre **10** est le nombre de pattes du crabe, de la langouste et de la crevette (que l'on dénomme parfois décapodes), celui des tentacules du calmar et de la seiche, c'est également celui des cors du cerf adulte (le "dix-cors").

Le nombre **11** est, l'auriez-vous deviné, le nombre des segments de l'abdomen des insectes (encore que, chez un nombre important d'espèces, 2 ou 3 métamères terminaux soient fusionnés - mais la plupart des aptérygotes ont conservé les 11 segments).

Les biologistes comptabilisent souvent ensemble les métamères "postcéphaliques" (thorax + abdomen), et le nombre **14** est alors le compte aussi bien pour les insectes (3 + 11) que pour les crustacés (8 + 6).

Le nombre **20** est le nombre des faces de l'icosaèdre (comme on l'a noté ci-dessus), polyèdre qui représente la forme de l'enveloppe ou "capside" de nombreux virus, comme celui de l'herpès.

Le nombre **34** est le nombre de segments de la sangsue qui présente, à la différence d'autres annélides, un nombre parfaitement invariable de métamères.

Il y a enfin l'infini, ou presque... Le lombric atteint 150 anneaux, mais il y a plus. Les mille-pattes comprennent des espèces comme les scolopendres, qui sont eux très loin de 1000 pattes, et les iules. Ces dernières appartiennent à l'ordre des diplopodes, qui possèdent jusqu'à 190 anneaux et qui, comme leur nom l'indique, ont 2 paires de pattes par anneau. Ainsi, l'infini numéral de la nature vivante se situe au-delà de 760 (environ !).

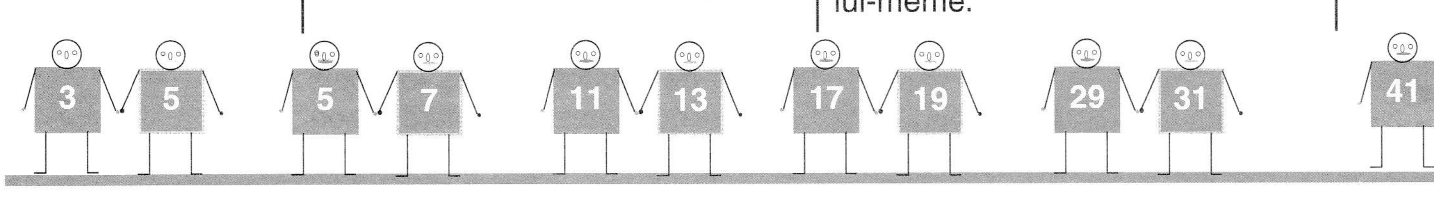
Mais saviez-vous que les mille-pattes forment la classe des myriapodes, et que *myria-* est un préfixe grec qui signifie... dix mille? Il est vrai que kilopodes, ça ferait un peu lourd !

Il n'est pas sans intérêt de comparer avec l'infini de la littérature, qui commence à 1001 (c'est en effet cette 1 001ème nuit qui signifie que les histoires de Shéhérazade n'auront pas de fin), et avec l'infini des physiciens, qui se situe vers 109, estimation (grossière) du nombre total de particules subatomiques dans notre univers.

N'oublions pas pour terminer quelques nombres relatifs à l'homme: 20 puis 32 dents, 24 vertèbres (7 cervicales, 12 dorsales, 5 lombaires), 24 côtes, 46 chromosomes. Mais ces nombres sont plus ou moins le fruit du hasard de l'évolution et n'ont pas grande valeur intrinsèque.

Les nombres de l'arithmétique

L'arithmétique - appelée aussi théorie des nombres - est principalement la science de la divisibilité. Tout est clair pour ce qui nous intéresse ici si l'on a bien compris ce que sont les diviseurs des nombres entiers: par exemple, les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, et 12 lui-même, ceux de 28 sont 1, 2, 4, 7, 14, et 28 lui-même.



Les nombres *premiers* sont ceux qui n'ont presque pas de diviseurs: 1, c'est inévitable, le nombre lui-même, c'est inévitable aussi, et aucun autre. Pour des raisons mathématiques impérieuses mais qui ne seront pas expliquées ici, le nombre 1 n'est pas considéré comme un nombre premier.
La suite des nombres premiers est: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, ...

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100
101	102	**103**	104	105	106	**107**	108	**109**	110
111	112	**113**	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	**127**	128	129	130
131	132	133	134	135	136	**137**	138	**139**	140
141	142	143	144	145	146	147	148	**149**	150
151	152	153	154	155	156	**157**	158	159	160
161	162	**163**	164	165	166	**167**	168	169	170
171	172	**173**	174	175	176	177	178	**179**	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	**193**	194	195	196	**197**	198	**199**	200

Il y a une infinité de nombres premiers !
Ceci était déjà bien connu
anciens Grecs .

On peut remarquer que 2 est le seul nombre premier pair, mais cela n'est pas plus puissant que de dire que 3 est le seul nombre premier divisible par 3, ou 17 le seul nombre premier divisible par 17.

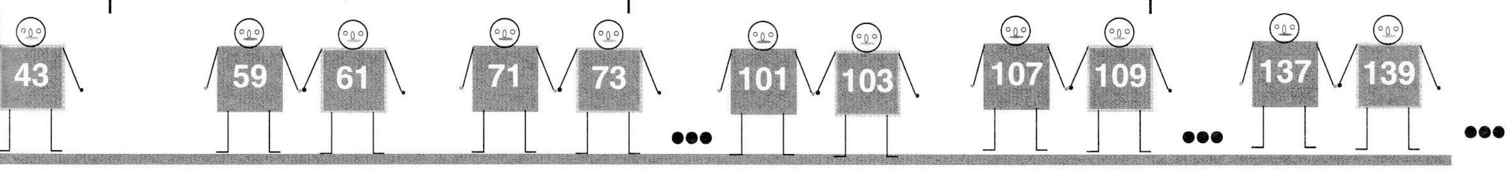
La suite des nombres premiers est infinie (c'était connu notamment des anciens Grecs) et on peut même dire plus, il y a beaucoup de nombres premiers.

Ils vont en se raréfiant progressivement, mais lentement, et il y en a réellement beaucoup !

Ainsi, il y a 168 nombres premiers jusqu'à mille, soit environ 1 sur 6, il y en a 50.847.734 jusqu'à un milliard, soit environ 1 sur 20, et il y en a 24 739.954.287.740 860 jusqu'à un milliard de milliards, ce qui fait encore plus de 1 sur 40.

Les nombres premiers se raréfient très régulièrement si l'on regarde les choses d'un point de vue global, mais ils sont distribués de façon extrêmement irrégulière dans le détail, et c'est une grande énigme des mathématiques...

Quelle loi pour les nombres premiers ***"jumeaux"***, comme 3 et 5, 5 et 7, 11 et 13, 17 et 19, ..., et dont les mathématiciens sont



convaincus - quoiqu'ils n'aient pas encore pu le démontrer - que la suite est également infinie ?
Quelle loi pour les grands écarts entre deux nombres premiers consécutifs, comme entre 23 et 29 (écart de 6), entre 89 et 97 (écart de 8), entre 113 et 127 (écart de 14), ... ?

Les contraires des nombres premiers sont les nombres "très composés", comme 6 (qui a 4 diviseurs), 12 et 18 (6 diviseurs), 24 et 30 (8 diviseurs), 48 (10 diviseurs), 60 et 72 (12 diviseurs), ...

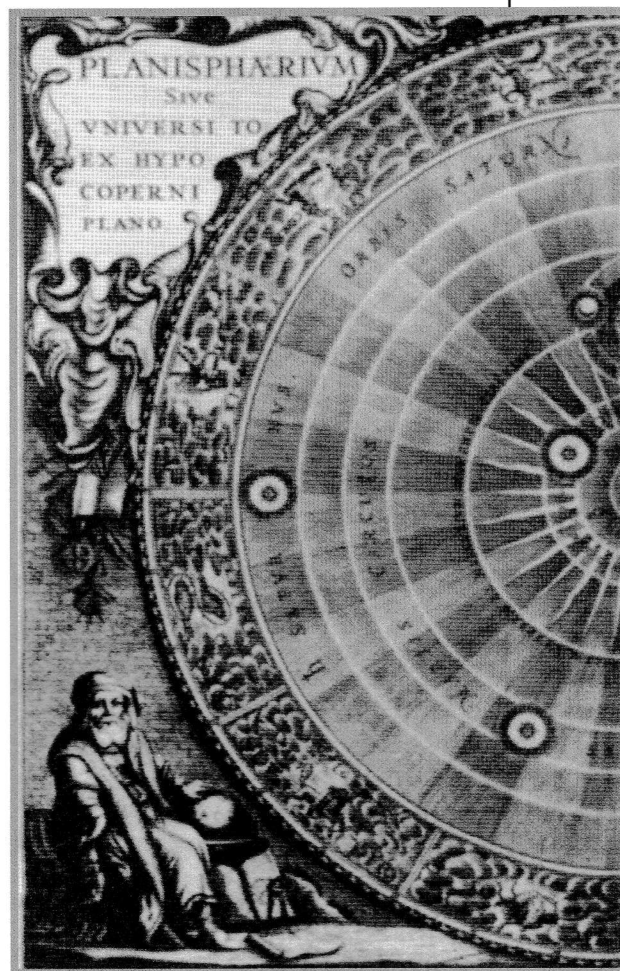
On appelle nombres ***parfaits*** ceux qui sont égaux à la somme de leurs diviseurs (en ne comptant pas dans la somme le nombre considéré, quoique bien sûr il se divise toujours lui-même). Les premiers nombres parfaits sont 6 = 1 + 2 + 3, 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14, 496, 8 128, ...

Pour terminer sur l'arithmétique, il ne faut pas oublier les puissances "parfaites" . les carrés: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, ..., les cubes: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1 000, ...

sur la Terre comme au ciel

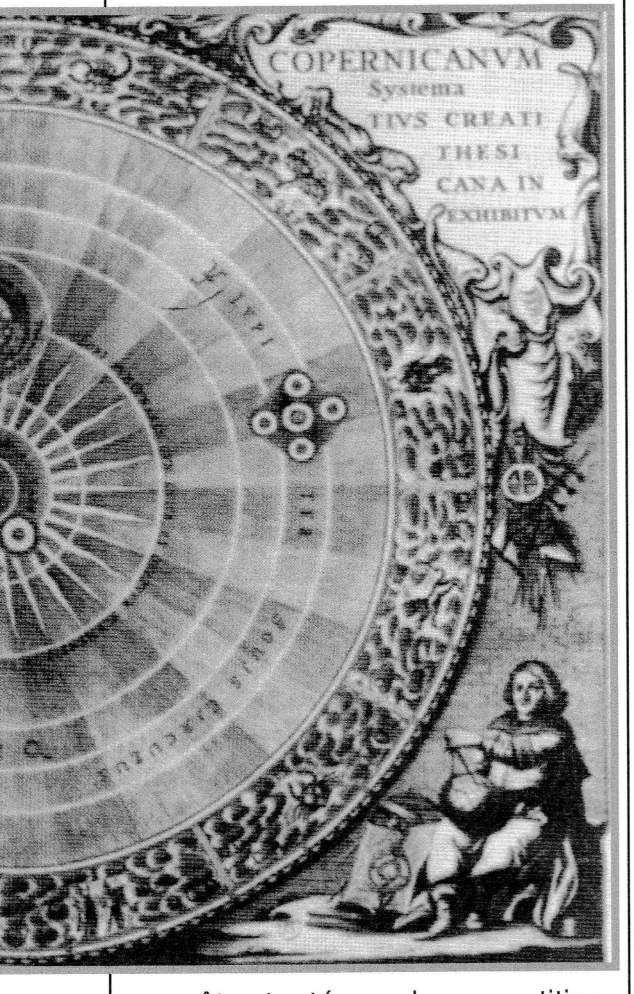
En commençant par les 2 "luminaires", le Soleil et la Lune.

De nombreux cycles se décomposent de façon naturelle, presque obligatoire, en quatre quarts: les 4 points cardinaux (le cycle quotidien du Soleil), les 4 phases de la Lune, les 4 saisons (le cycle annuel).



Il y a 28 jours dans une lunaison et c'est un rythme qui s'est imposé aux hommes les plus primitifs (aviez-vous pensé à l'origine de l'expression "mal lunée" ?).
La demi-lunaison, 14 jours, et surtout le quart de lunaison, 7 jours, se sont également imposés comme rythmes fondamentaux. Et c'est bien sûr pour cela que dans la Bible, l'auteur de la Genèse a indiqué 7 jours comme durée de la création, faisant ainsi du nombre 7 un symbole de perfection et lui donnant une valeur éminente qu'il a conservée aujourd'hui.
Autre nombre lié au calen-

drier, 13 : il y a 13 mois lunaires dans une année (13 x 28 = 364). Si



vous êtes tentés par la superstition, vous avez le choix entre faire de 13 un nombre bénéfique, car c'est le nombre de mois lunaires dans une année, ou bien un nombre maléfique, car c'est le nombre de jours d'une demi-lunaison moins un. Choisissez, tout peut être argumenté, et le contraire de tout !

On peut aussi diviser l'année en 12 mois, c'est ce qu'ont fait les Chaldéens, à qui l'on doit également l'invention (vers 500 av. J.-C. environ) du zodiaque avec ses 12 constellations. L'inconvénient est bien sûr d'avoir un mois supérieur de 2.4 jours au mois lunaire... mais il y a un avantage non négligeable : 12 est divisible par 4 et l'on peut alors associer 3 mois à chaque saison.

Bien sûr, on n'oubliera pas 365 jours dans l'année, 366 les années bissextiles, 100 la périodicité des années qui devraient être bissextiles et qui ne le sont pas, 400 la périodicité de celles qui le sont quand même, tout cela parce qu'une année vaut (à peu près !) :

365.2422 jours et que

365 + 1/4 - 1/100 + 1/400 = 365.2425

Vous savez maintenant pourquoi l'an 2ooo, dernière année du XIXe siècle, sera (quand même !) bissextile.

Autre nombre remarquable, ou tout au moins longtemps considéré comme tel : 5, le nombre des planètes. Les Anciens connaissaient Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, dont ils avaient repéré les mouvements erratiques sur la voûte céleste des étoiles.

Ils n'avaient pas conscience que la Terre était elle aussi, une planète tournant autour du Soleil, et ils n'imaginaient pas qu'il put y avoir d'autres planètes au-delà de Saturne (Uranus a été découverte en 1781 par Herschel).

La conviction des Anciens que 5 était en quelque sorte un nombre parfait était renforcée par l'association qu'ils avaient effectuée entre les 5 planètes et les 5 solides platoniciens. Pour être complet, il faut ajouter que c'est parfois le nombre 7 qui a été considéré comme le nombre fondamental: il y a en effet 7 corps célestes mobiles sur la voûte céleste (le Soleil, la

Lune et les 5 planètes connues des anciens).

Les nombres de la combinatoire

Avec 1 lettre *(a)*, on peut former un seul "mot": *a*. Avec 2 lettres *(a,b)*, on peut former 2 "mots" : *ab* et *ba*. Avec 3 lettres *(a, b,c)*, on peut former 6 "mots": *abc, acb, bac, bca, cab, cba*. Avec 4 lettres *(a, b, c, d)*, on peut former 24 "mots": *abcd, abdc, acbd, ..., dcba*.

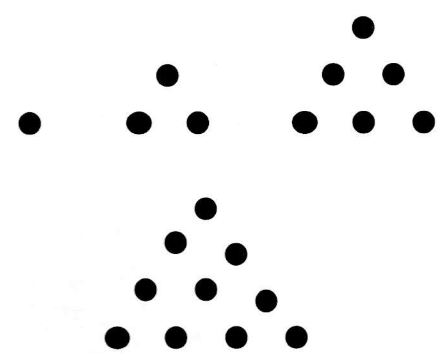
On peut montrer que ces nombres successifs sont ce que les mathématiciens appellent des "factorielles", qu'ils notent en ajoutant un point d'exclamation. *n!* (prononcez "factorielle enne") est le produit des entiers de 1 à *n* :

1! = 1,
2! = 1 x 2 = 2,
3! = 1 x 2 x 3 =6,
4! = 1 x 2 x 3 x 4 = 24,
5! = 1 x2x3x4x5 = 120, etc.

Ces nombres croissent très vite :
10! = 3 628 800,
20! = 2 432 902 008 176 640 000,
30! = 265 252 859 812 191 058 636 308 480 000 000, etc.

Une autre suite de nombres qui interviennent en combinatoire est la suite 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, ... (formule générale $n(n-1)/2$).

On les appelle parfois nombres triangulaires, parce qu'ils représentent la somme des entiers jusqu'à *n* (vérifiez-le ...) et qu'on peut donc les dessiner par des points en triangle (tout comme on peut dessiner les carrés parfaits par des points en carré). Ces nombres représentent également le nombre de manières dont on peut sélectionner 2 objets dans un ensemble qui en contient n; exemple: si l'on dessine n points au hasard, il y a exactement $n(n-1)/2$ segments différents reliant deux points.



Si vous supportez que la complexité s'accroisse un peu, sachez que si l'on dessine n points au hasard, il y a exactement

n(n 1)(n 2) / 6

triangles différents formés par des "triplets" de points.
Les nombres ainsi définis, appelés parfois nombres pyramidaux, forment la suite :
0, 0, 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 110, ...

Les nombres de l'homme

Les bases de numération

Les peuples les plus primitifs comptaient ainsi: un, deux, deux-et-un, deux-et-deux, beaucoup. Puis ils ont progressivement forgé le système de numération "avec base" pour désigner les grands nombres.

Avec la base 10, c'est le système unités-dizaines-centaines-milliers-...

Les bases utilisées dans l'histoire de l'humanité pour des systèmes de numération ont été très nombreuses :

• **2** comme la plus simple, mais aussi la plus longue pour écrire les nombres, utilisée - mais de façon très restreinte - par les hommes les plus primitifs, et qui est revenue en force avec l'omniprésence de l'informatique,

• **5** comme les doigts de la main,

• **6** comme le plus petit nombre divisible par 2 et par 3,

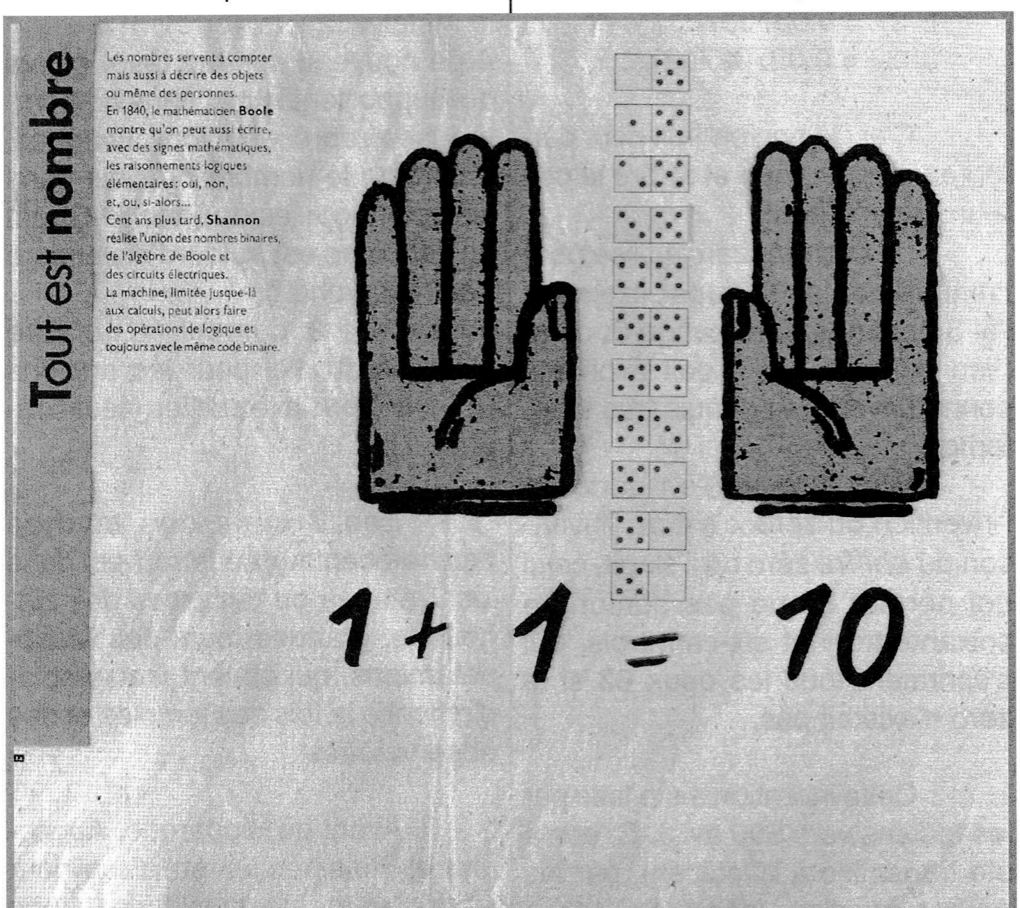
• **8** ou **16** comme des "blocs" de 3 ou 4 chiffres binaires,

•**10** comme les doigts des deux mains,

• **12** comme le plus petit nombre divisible par 2 par 3 et par 4 (vous avez dit des douzaines et des "grosses" de douze douzaines ? Sans oublier les jours de 24 heures),

• **20** comme les doigts des mains et des pieds (vous avez dit quatre-vingts ?)

et 60 comme le plus petit nombre divisible par 2, 3, 4, 5 et 6 (vous avez dit 60 secondes ou 360 degrés ?).



Panneau de l'exposition "L'esprit informatique, numériquement vôtre"
Centre•Sciences & Cité des Sciences

Aux systèmes de numération on peut rattacher les configurations de chiffres formées par les décimales des fractions "qui ne tombent pas juste".

Ainsi, dans la base 10 habituelle,
1/ 3 = 0.333333333...,
2/ 3 = 0.666666666...,
1/ 7 = 0.142857142857...,
tout le monde sait cela.
Mais saviez-vous que :
1/ 27 = 0.037037037... et
3/ 37 = 0.027027027... ?

C'est le bon endroit pour parler (enfin !) de **zéro** et tordre le cou à un malentendu.

Le *nombre* zéro, utilisé pour compter rien du tout (par exemple: j'ai 3 pommes, j'en mange 3, combien en reste-t-il ?) doit avoir été connu (inventé ?) depuis très longtemps.

Mais lorsque l'on parle de l'invention du zéro, c'est de l'invention du *chiffre* zéro qu'il s'agit, celui qui permet de ne pas confondre soixante-trois et six-cent-trois, qui s'écriraient tous les deux 63 si le zéro n'existait pas.

Cette invention a été faite par les Indiens vers 500 av. J.-C. et n'a été transmise à l'Occident, par les Arabes, que dans les années 1 000. Au fait, saviez-vous que *zéro* et *chiffre* ont la même origine étymologique ?

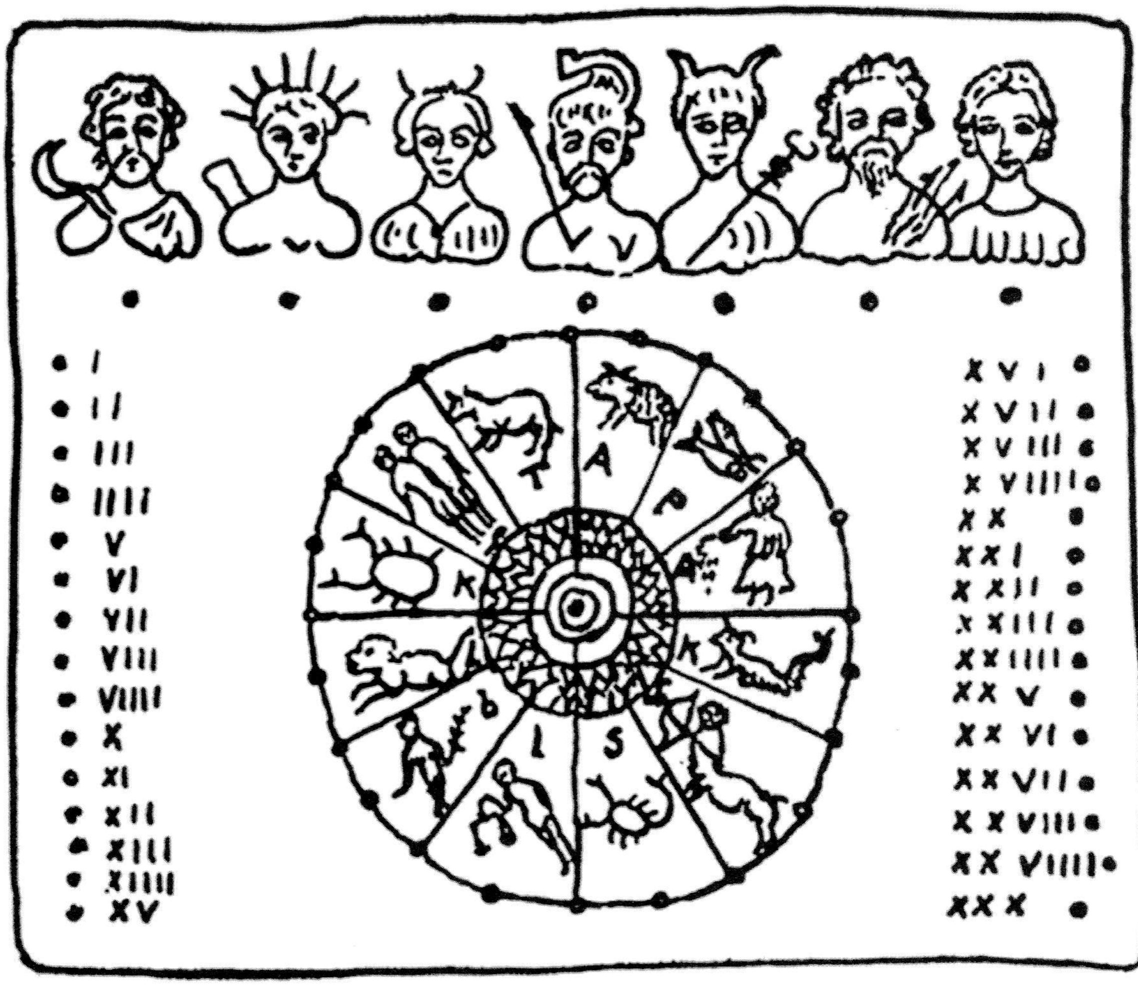
Les cosmogonies

Lorsque les hommes ont élaboré des cosmogonies et des systèmes de l'univers, quelques petits nombres entiers ont joué un rôle important :
4 comme les quatre éléments (l'eau, l'air, le feu, la terre) qui, pour les philosophes grecs présocratiques puis pour les alchimistes, constituaient par un mélange convenable toute chose,
5 comme les cinq éléments (wu xing) qui représentent dans le monde chinois traditionnel les cinq énergies naturelles (le bois, le feu, le métal, l'eau, la Terre),
4 de nouveau comme les 4 piliers qui supportent le ciel dans de nombreuses représentations antiques,
7 comme le nombre de ciels dans les cosmogonies du Proche-Orient (le septième est aujourd'hui encore très recherché !),
ou encore **9** comme le nombre d'étages du ciel pour les anciens Chinois (vous avez dit les Neuf Dragons ?).

Les 7 ciels des mythes proche-orientaux se retrouvent dans les 7 étages ou terrasses des ziggourats, grandes tours des Mésopotamiens, qui étaient vraisemblablement à la fois des temples et des observatoires.

Avant qu'Hipparque, Apollonius et Ptolémée tentent d'expliquer les mouvements du ciel, de la lune et des planètes avec des cercles "déférents" et "excentriques", Philolaüs avait tenté de décrire ces mouvements avec 10 sphères concentriques ; il pensait que ce nombre était parfait, qui n'a pas empêché Eudoxe d'en imaginer 27, puis Aristote 55.

Quant au zodiaque (bande



qui entoure *l'écliptique,* cercle du trajet apparent sur la voûte céleste du Soleil, de la Lune et des planètes), qui a déjà été évoqué dans les nombres de la Terre et du ciel, on mesurera tout l'arbitraire de certains nombres si l'on sait que les Babyloniens l'avaient tout d'abord découpé en 18 constellations, puis en 11 seulement, et que les Chaldéens portèrent finalement ce chiffre à 12 en séparant la Balance du Scorpion.

Certains considèrent aujourd'hui qu'Ophiucus est la 13ème constellation du zodiaque (vous avez dit 13 mois lunaires !?). Il faut enfin mentionner le zodiaque lunaire indien (naksatra) avec 28 constellations. Alors, 11,12, 13, 18, 28 ? Après tout cela, croyez-vous vraiment que l'on peut regarder un astrologue sans pouffer de rire ?

Des nombres conséquents et inconséquents

L'homme a donné une signification remarquable à beaucoup d'autres nombres.

Certains ont une base objective, comme **les 3 couleurs primaires** (un théorème de "physique physiologique" énonce que 3 est le bon nombre de couleurs qui permet de reconstituer toutes les autres par superposition - et la rétine comprend trois catégories de cônes pour la vision des couleurs), **les 5 sens**, ou encore 7 ou 12 comme nombre de **notes d'une gamme** (on sait en effet depuis les pythagoriciens qu'il y a des lois de l'harmonie, et ces lois conduisent très naturellement à des gammes de 7 ou 2 notes).

D'autres ont une origine vaguement magique mais sont purement conventionnels, comme par exemple **les 3 Grâces**, les prétendues **7 couleurs de l'arc-en-ciel**, les **9 Muses** ou les **10 commandements**, ou encore **les 1001 nuits**.

Et 7 !

Un statisticien, considérant les 7 merveilles du monde (antique), les 7 péchés capitaux, le 7ème art, les 7 nains, et bien d'autres exemples, vous dira que le nombre 7 bat tous les records.

Bien entendu, les choses se compliquent si l'on prend pleinement en compte les civilisations autres que la nôtre. Par exemple, le nombre 9 est à ce point considéré comme bénéfique dans certaines civilisations orientales qu'il existe en Birmanie des billets de 45 et de 90 kyats.

La langue française possède de nombreuses expressions incluant des nombres entiers :

2 temps 3 mouvements,
monter 4 à 4,
se mettre en 4,
tourner 7 fois sa langue dans sa bouche,
chercher midi à 14 heures
(mais pourquoi 14 plutôt que 13, ou que 10 ou 11 ?),
22 v'la les flics,
se mettre sur son 31,
"dites 33",
voir 36 chandelles,
être au 36ème dessous,
être aux 100 coups,
faire les 400 coups.

Des nombres bénéfiques et maléfiques

Pourquoi certains nombres sont-ils traditionnellement considérés comme nobles ou favorables, et d'autres au contraire néfastes ?

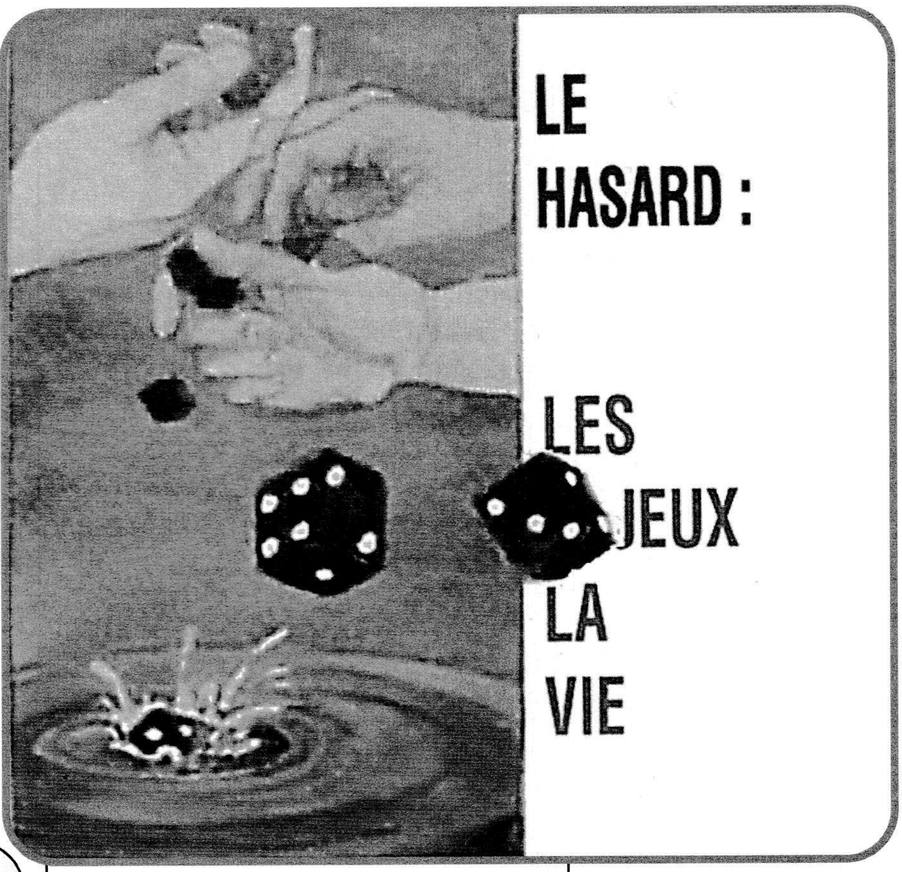
Il faut répéter que c'est essentiellement une affaire de tradition et de croyance, extrêmement dépendante du contexte culturel. Il arrive que l'explication soit banale. Ainsi, le nombre 4, *si* (prononcer "sseu") pour les Chinois, est maléfique pour eux (comme pour les Japonais) parce que sa prononciation est extrêmement voisine de celle du nom qui signifie "mort".

Si l'on étudiait en détail cette question, on verrait qu'à travers le temps et les civilisations, les mêmes nombres sont alternativement (ou parfois simultanément !) considérés comme bénéfiques ou maléfiques. On se contentera de rapporter ici les explications les plus convaincantes sur les trois nombres qui arrivent en tête du hit-parade des petits nombres entiers : 7, 12 et 13.

Comme on l'a déjà dit, de toutes les hypothèses qui peuvent être proposées pour expliquer l'omniprésence du nombre 7, la plus naturelle, celle qui avance le nombre de jours d'un quart de lunaison, semble de loin la plus vraisemblable.

A l'inverse, c'est une raison arithmétique (d'être le plus petit nombre divisible à la fois par 2 et par 3 et par 4) qui expliquerait que 12 vienne en seconde place dans la statistique. Le cas de 13 est plus mystérieux, d'autant que c'est l'un des nombres qui sont considérés tantôt comme bénéfiques et tantôt comme maléfiques.

Si 12 est un bon nombre, et 14 aussi (pour la même raison que 7), alors cela pourrait expliquer que 13 soit apparu plutôt mauvais... On trouve dès l'antiquité gréco-romaine des attestations de cette croyance, mais il semble que le dernier repas du Christ (12 + 1) ait scellé dans les pays de tradition chrétienne le caractère porte-malheur de 13 (néanmoins le pire nombre pour les Italiens est 17 et non pas 13 - on peut signaler qu'à l'inverse 17 est un nombre particulièrement favorable en Islam - et puis il faut savoir s'arrêter !).



Exposition de Centre•Sciences, CCSTI région Centre "Jeux & stratégies" sur la théorie des jeux

Des nombres pour jouer

Parmi les nombres complètement conventionnels, il faut faire un chapitre spécial pour les nombres qui interviennent dans les jeux. L'imagination humaine n'a guère de limite et il y a beaucoup de nombres dans les jeux.

Les nombres de joueurs :
1 pour le solitaire et pour les réussites, 2 pour les jeux qui sont des duels (échecs, dames, ...), 4 qui débouche le plus souvent sur un duel de 2 équipes de 2 (bridge, belote, ...), 5 pour le traditionnel tarot et son alliance originale de 1 + 1 contre 3, beaucoup plus dans les sports d'équipe (hockey, rugby, football, ...).

Le matériel du jeu :
6 faces pour un dé, 26 pièces pour le "Rubik cube" (soit $3^3 = 27$ moins le petit cube central), 28 dominos, 32 cartes pour la belote, 37 trous pour le solitaire et 37 cases pour la roulette, 52 cartes pour le bridge, 53 cartes pour le rami, 63 cases pour le jeu de l'oie, 8 x 8 = 64 cases pour un échiquier, 78 cartes pour le tarot, 10 x 10 = 100 cases pour un damier, 108 cartes pour la canasta.

Les noms de jeux :
jeu du sept, passe-dix, vingt-et-un, vingtsix, trente-et-un, trente-six, trente et quarante, 421.

Les figures :
2 pour une paire, 3 pour un brelan, 4 pour un carré, 5 pour une quinte, 12 levées pour un petit chelem et 13 pour un grand.

Devinette et paradoxe !

Une devinette...

333 888, c'est quoi ?

Certains prétendent qu'un obscur poète nommé Acajou aurait eu le premier cette idée, composant le distique :

« 14 397
Fut le nombre annoncé
par Miss Elizabeth. »

et, vous l'avez deviné, 333 888 est un alexandrin !

... et un paradoxe...

Que pensez-vous du plus petit entier qu'on ne peut pas définir en moins de 30 mots (de la langue française) ?

Qu'il est parfaitement caractérisé par cette phrase qui a moins de 30 mots !!!

Il ne vous reste plus qu'à trouver où se trouve le paradoxe !

Inutile d'apprendre ou de faire apprendre par cœur les tables de multiplication ! Il suffit de - bien- savoir compter sur ses doigts. Pour calculer, par exemple, 9 x 7, mettez vos mains devant vous, comptez sur vos doigts jusqu'à 7 en partant de la gauche. Abaissez votre 7ème doigt et regardez vos deux mains :
les doigts non baissés de gauche marquent les dizaines, les doigts non baissés qui suivent le doigt baissé marquent les unités. Etonnant non! Essayez avec d'autres multiplications par 9. Et avec un autre nombre?