

## Édito

### Mathématiques et culture commune

Dans son rapport «*Quels savoirs enseigner dans les lycées ?*» présenté le 28 avril dernier, Philippe Mérieu énonce 49 principes pour une évolution de l'enseignement. Le principe 8 définit la «culture commune», dans laquelle - oh surprise - n'apparaissent nulle part les mathématiques ! Certes, le principe 9 recommande que l'acquisition des outils mathématiques fondamentaux soit présente dans toutes les filières et séries.

Mais pour nous, si les mathématiques sont effectivement un très bel outil, elles n'en sont pas moins une part intégrante de la culture. Ce thème a été l'objet du séminaire national de l'APMEP les 16 et 17 mai. Au niveau régional, pour développer cette idée auprès du grand public, nous nous lançons, avec des partenaires comme l'IREM, l'Université, l'Espace Mendès France de Poitiers, dans un projet ambitieux pour le premier trimestre de l'an 2000 (année internationale des mathématiques) : trois mois d'exposition et d'animations autour des mathématiques.

### Qualité ou quantité

Le même rapport évoque (principe 45) «la taille des classes et les problèmes qu'elle pose», qui «renvoient à une politique nationale d'attribution des moyens affectés au lycée».

Or sur cette question des moyens, on peut s'interroger quand on lit (Le Monde du 24 avril) : «Sachant qu'entre 91 et 97 le nombre de postes [d'enseignants] mis au concours a baissé de 20 % et que le nombre de candidats a, dans le même temps, augmenté de 70 %, (...) les taux de réussite ont chuté, passant de près de 30 % en 91 à 16 % en 97».(\*)

La baisse démographique invoquée par le Ministère pour justifier ces diminutions, ne serait-elle pas plutôt l'occasion d'abaisser les effectifs des classes et de développer le travail en groupe ? Le mouvement des enseignants de Seine-Saint-Denis a mis en évidence avec vigueur la nécessité de moyens suffisants pour permettre une formation de qualité. La relance des ZEP, annoncée le 4 juin par Ségolène Royal, va dans le même sens.

Alors, qualité ou quantité ?

Oui, répondent les mathématiciens, pour qui le «ou» est inclusif ...

Louis-Marie BONNEVAL

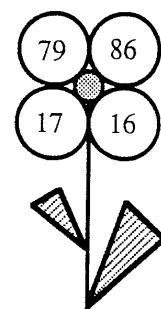
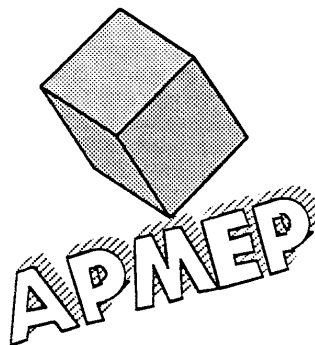
(\*) Pour ceux qui penseraient à un exercice pour leurs élèves, rappelons que le nombre d'admis n'est pas égal au nombre de postes ...

### SOMMAIRE

|                                      |       |
|--------------------------------------|-------|
| Édito                                | p. 1  |
| Vie associative                      | p. 2  |
| Cryptographie et arithmétique        | p. 2  |
| Rallye Mathématique Poitou-Charentes | p. 3  |
| Poèmes                               | p. 4  |
| Ru-bri-collage                       | p. 8  |
| Tribune libre                        | p. 9  |
| Histoire des symboles                | p. 12 |

Merci à Nadine GADEAU pour sa contribution à la réalisation de Corol'aire. La Rédaction.

Association  
des Professeurs  
de Mathématiques  
de l'Enseignement  
Public



Régionale de  
Poitou-Charentes

Juin 1998

n° 33

### COROL' AIRE

IREM, Fac. des Sciences,  
40 Avenue du Recteur Pineau,  
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206

DISPENSE DU TIMBRAGE  
POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 6 F.

Abonnement 1 an (4 numéros) : 20 F.

ISSN : 1145 - 0266

|                     |                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Directeur           | Louis-Marie BONNEVAL                                                                 |
| Comité de rédaction | Colette BLOCH, Serge PARPAY,<br>Jean FROMENTIN.                                      |
| Imprimerie          | IREM, Faculté des Sciences<br>40, Avenue du Recteur PINEAU<br>86022 POITIERS - CEDEX |
| Editeur             | APMEP Régionale de Poitiers                                                          |
| Siège social        | IREM, Faculté des Sciences<br>40, Avenue du Recteur PINEAU<br>86022 POITIERS - CEDEX |
| C.P.P.A.P.          | n° 73 802                                                                            |
| Dépôt légal         | Juin 1998                                                                            |

# Vie associative

## Compte-rendu de la réunion du comité régional du 10 juin 1998

Le comité régional s'est réuni le 10 juin à 14h30 à l'IREM de Poitiers.

### 1-Au niveau national :

**Séminaire national des 16 et 17 mai 1998 :** Louis-Marie Bonneval a fait un bref compte-rendu de ce séminaire "Quelle culture mathématique pour un scientifique ou un non-scientifique?". Puis il a annoncé que l'université d'été proposée par l'APMEP "Liaison lycée-post bac" est annulée faute de candidats.

**Lycées - rapport Mérieu :** Françoise Delors a ensuite parlé du rapport Mérieu où il a été question, entre autre, de la place des mathématiques dans la "culture commune", de l'évolution des modules et des T.D., des mathématiques enseignées en LP, de l'interdisciplinarité, de la redéfinition du service des enseignants, des horaires d'élèves. Il a été précisé que le Comité National se réunira les 20 et 21 juin 1998.

**Brochures :** Nous allons proposer, à des tarifs préférentiels, aux collègues de LP, les brochures qui peuvent les intéresser.

**Journées nationales :** Elles se dérouleront du 23 au 26 octobre 1998 à Rouen. Trois ateliers seront animés par des Poitevins.

### 2-Au niveau régional :

**Rallye :** Jean Fromentin a signalé que le Rallye s'était bien déroulé (voir compte-rendu page 3) puis une discussion s'est engagée sur la recherche de partenariats pour le Rallye. Domini-

que Gaud et Cyrille Guiberteau se chargent de cette tâche.

**Conférences :** Les projets sont les suivants : une conférence en novembre à l'occasion de l'assemblée générale, la participation à la "journée académique de mathématiques" en mars-avril 1999, des projets pour l'an 2000.

**Allumath :** Allumath qui "phosphore", compte maintenant 20 membres.

**Technologies nouvelles :** Samuel Dussubieux continue de s'occuper du site Internet de la Régionale dont voici l'adresse : <http://wallis.univ-poitiers.fr/~apmep>. On peut y trouver un résumé des conférences, Corol'aire, le Rallye, une rubrique Allumath, etc... Allez-y voir ! Le Comité s'est prononcé à la majorité pour la mise à disposition de modems pour les responsables du Comité qui le souhaitent.

**Mémoires IUFM :** C'est au point mort car des extraits de mémoires ont été envoyés au Bulletin Vert mais il n'y a pas de réponse.

**Adhésions :** Nous prévoyons d'envoyer un courrier aux nouveaux venus dans l'académie.

**Liaisons 3<sup>ème</sup> - 2<sup>nde</sup> :** Pierre-Jean Robin a évoqué un litige concernant l'équipe 3<sup>ème</sup> - 2<sup>nde</sup> de Niort (voir article page 7).

L'assemblée générale est fixée le 25 novembre 1998 au lycée Guez de Balzac à Angoulême.

L'ordre du jour étant épuisé, les membres du comité sont alors invités à lever leur verre pour remercier Jacques Germain et Pierre-Jean Robin pour le très bon travail qu'ils ont effectué comme représentants de la Régionale au Comité National de l'APMEP pendant 4 ans et pour fêter l'élection de leurs successeurs Françoise Delors et Jacky Citron.

**Cryptographie et Arithmétique** Sur le thème : «Cryptographie et arithmétique», Monsieur Guy Robin, professeur à l'Université de Limoges, est intervenu, sur invitation de la Régionale APMEP Poitou-Charentes, le mercredi 1<sup>er</sup> avril à l'Espace Mendès France, à Poitiers devant environ 80 personnes.

A la question : «Que faut-il savoir en arithmétique pour apprendre les premiers protocoles de déchiffrement ?» sont d'abord apparus de «vieux» théorèmes (Euclide, Fermat, Euler, Gauss) et la notion de congruence qui permettent la manipulation des nombres premiers (Grands de préférence : on en est aujourd'hui à 80 chiffres !). Ce n'est qu'en 1976 que l'apport des mathématiques en cryptographie a sérieusement été envisagé, après des siècles d'utilisation du code «Jules César»...

De nombreux algorithmes de chiffrement ont été développés depuis, dont le célèbre RSA, qui tire sa robustesse du fait qu'aujourd'hui encore, malgré l'explosion informatique, il faut 3 mois et 1 000 ordinateurs pour factoriser un nombre de 100 chiffres. La cryptographie a donc revitalisé l'arithmétique et, en devenant la science de la «confidentialité», a intéressé de

nouveaux secteurs (les banquiers ont rejoint diplomates et militaires). Guy Robin a conclu son exposé en évoquant d'autres problèmes cryptographiques tels que le transfert de clés ou l'horodatage, et la nature des mathématiques à connaître pour pénétrer plus à fond ce vaste sujet (ainsi, les logarithmes discrets, les courbes elliptiques ou les suites récurrentes linéaires dans un corps fini...).

Dans l'assistance, de nombreuses questions ou remarques ont témoigné d'un vif intérêt pour l'utilisation pratique de ce pur jeu de l'esprit que sont les nombres premiers.

Rendez-vous est pris face aux élèves de terminale S (Spécialité) à la rentrée prochaine, et en classe de 3<sup>ème</sup> dans deux ans : Attention ! ceci n'est pas un poisson d'avril !

Frédéric Michaud

## Journées Nationales de l'APMEP : Maths en scène. ROUEN, du 23 au 26 octobre 1998

Vous avez reçu le BGV spécial Journées Nationales avec la présentation des activités mathématiques, touristiques, culturelles et gastronomiques, ainsi que la fiche d'inscription.

Seuls les adhérents de l'APMEP reçoivent ce document, mais tous les professeurs de math peuvent participer à ces Journées.

Aussi n'hésitez pas à parler de ces Journées Nationales à vos collègues ; faites-leur une photocopie de la fiche d'inscription ; et si vos collègues souhaitent avoir le BGV spécial Journées Nationales, qu'ils le demandent en téléphonant (05 49 45 38 77) ou en écrivant à l'IREM de Poitiers, adresse en page 1 de ce Corol'aire.

Ces Journées Nationales sont une grande fête des mathématiques, à ne pas manquer.

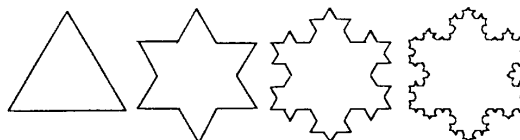
### Les Allumaths

Le groupe de Allumaths s'est réuni le 29 avril à Niort. Bonne participation dans une ambiance «sympa» : 10 présents. Chacun a exposé un thème sur lequel il avait travaillé. Le groupe est ouvert à toutes les bonnes volontés ; il reste donc encore de la place !

### A.P.M.E.P. de Poitou-Charentes sur INTERNET

|         |                                                                                           |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| nom     | Régionale de Poitou-Charentes.                                                            |
| adresse | <a href="http://wallis.univ-poitiers.fr/~apmep">http://wallis.univ-poitiers.fr/~apmep</a> |

# Rallye Mathématique Poitou-Charentes 1998



## Bilan du Rallye Mathématique Poitou-Charentes 1998

**Aperçu global :** La participation a été plus importante cette année et nous en sommes très satisfaits. Mais les résultats sont un peu moins bons et très inégaux selon les classes. Quelques exercices étaient peut-être trop difficiles ? C'est une question que nous devons prendre en compte l'an prochain.

Les points se sont étalés de 8 à 92 en Troisième (moyenne : 41) et de 12 à 102 en Seconde (moyenne : 58). En plus des points prévus pour chaque exercice, nous avons attribué en bonus : 5 points pour la présentation générale des dossiers, 5 points pour l'humour et 5 points pour les dessins. Ces points supplémentaires font souvent la différence entre deux dossiers équivalents sur le plan «mathématique».

Nous renouvelons notre appel à contribution pour ce rallye auprès de tous les collègues : propositions d'exercices ou participation à l'équipe organisatrice.

**«Fantaisies» diverses** (mathématiques, expression écrite, orthographe) : Un groupe a parlé d'«arête» d'un cube, un autre «calcul\_ l'air\_» d'un quadrilatère. Bien sûr certains préfèrent directement «utiliser Pythagore» plutôt que son théorème. «3 est un cube»(?). Un groupe a parlé de l'escargot de Pythagore (dans une interprétation erronée de l'exercice 6). Plusieurs écrivent le signe de la division (:) en intercalant un tiret entre les deux points (sans doute l'influence de la touche 'diviser' de certaines calculettes (mais pourquoi compliquer un signe ?). «Je multiplie au carré b» (?).

**Commentaires sur les exercices** (différentes solutions, réflexions amusantes ou autres) :

Pour chaque question, la réussite (bonne ou très bonne) est donnée entre parenthèses en pourcentages, le premier pour les Secondes, le deuxième pour les Troisièmes.

Ex 1 (27 ; 15). Une équipe a fourni le patron en trois morceaux, sans indiquer comment réunir ces morceaux.

Ex 2 (74 ; 58). «La vérité Zort de la bouche des Zados !». Plusieurs approches possibles. Parfois la réponse est donnée directement pour justifier les différentes assertions, mais sans preuve de l'unicité de la solution. Une réponse a été donnée en six langues, mais elle est fautive ! (même chose pour l'exercice 7).

Ex 3 (27 ; 27). Réponse donnée en général sans explication.

Ex 4 (15 ; 13). «Nous n'avons pas tiré aussi vite que notre ombre pour cet exercice» prévient un groupe !

Ex 5 (79 ; 60). Une réponse donnée sous forme de rébus. Bravo ! Deux groupes donnent 0 comme autre réponse : évidemment ! mais pourquoi faire simple quand on peut faire plus compliqué (comme disent les humoristes) et surtout quand on peut faire un peu de calcul ? Un groupe a parlé de «1998, notre année sainte !» en précisant que l'inventeur de cette devinette «a trouvé son égal». Un autre s'excusant de ne pas trouver a écrit très sympathiquement : «L'important est de participer» - le jury le pense aussi.

Ex 6 (65 ; 44). Des élèves ne pensent pas au triangle rectangle isocèle, d'où l'impossibilité de faire l'exercice.

Ex 7 (69 ; 47). Différentes approches, en particulier par un codage en permutant les chiffres du nombre 1234. Certains ont répondu en langues étrangères, parfois dans toutes les langues proposées. Un groupe a donné une réponse en arabe : mais là le jury n'est pas compétent et le temps qui était imparti pour la correction des épreuves ne lui a pas permis de «vérifier» !

Ex 8 (42 ; 38). «Ayant trouvé, on peut envoyer les fléchettes !». Bien sûr l'exercice sous la forme donnée n'était faisable qu'avec un nombre impair de diamètres. Ce détail a semblé troubler certains groupes - l'encadrement proposé, à titre indicatif et pour ne pas conduire à des dessins trop compliqués, n'a fait qu'augmenter ce trouble !

Un bon poème «La complainte du pas-toujours mauvais en maths, qui se motive pour le Rallye» est publié dans ce Corol'aire («Cela vaut bien certains poèmes modernes» a déclaré d'un ton docte notre charmante mais perfide collègue Léa Broutille).

Ex 9 (68 ; 49). Plusieurs techniques ont été proposées, en particulier, l'utilisation de la formule somme des angles =  $180(n-2)$  non justifiée, peut-être trouvée dans une encyclopédie ou un formulaire, ce que nous considérons comme une bonne démarche ! Un groupe nous a posé un autre problème pour conclure «Si l'oncle était une tata, son espérance de vie serait plus grande !».

Ex 10 (89 ; 84). La réponse est fournie en général sans explications. On peut l'obtenir par approches successives, mais ceci n'assure pas l'unicité de la solution. Il n'en reste pas moins vrai que rédiger un raisonnement pour ce type d'exercice est une tâche difficile.

Ex 11 (11). Certains groupes n'ont pas tenu compte exactement du projet de Belinda Fram-Heto donné par le dessin. Des points ont quand même été attribués quand la solution proposée a été bien menée.

Ex 12 (37). Quelques erreurs dans le change. Attendons l'euro !

**Remarques générales :** Dans une classe le rallye doit être un travail d'équipe, et l'épreuve d'entraînement est faite pour donner aux élèves une idée de l'organisation dans la classe, pour développer cet esprit d'organisation. Il ne nous paraît pas normal de trouver tant de feuilles avec la mention «non résolu». Rappelons que les classes peuvent donner des éléments de raisonnement et de solution, même si la recherche n'a pas abouti. Il serait peut-être utile que deux équipes au moins travaillent sur le même exercice, quitte à proposer plusieurs démarches. Sans doute aussi une équipe spéciale pourrait avoir comme tâche de coordonner les travaux et de pallier éventuellement l'insuffisance de rédaction.

Nous avons été plutôt déçus de ne pas trouver de dossiers illustrés pour les classes de troisième ; par contre nous en avons eu dans les classes de seconde, certains vraiment très beaux et/ou très amusants -nous en publierons dans Corol'aire (malheureusement sans les couleurs). Bien sûr ce rallye se veut une activité mathématique mais nous souhaitons prendre en compte toutes les capacités d'expression des élèves - y compris le dessin et l'humour.

**Prix** : Les Éditions Belin offrent pour les Rallyes adhérents au Comité International des Jeux Mathématiques des livres de grande qualité : nous avons pu ainsi cette année décerner des récompenses aux «meilleures» équipes. Nous remercions vivement les Éditions Belin pour cette dotation.

Nous avons pu aussi augmenter le nombre de prix en distribuant des Panoramaths 96 - édition CIJM-APMEP-ACL. Pour les collègues intéressés nous signalons que cette publication (donnant des textes de rallyes et de différentes compétitions) est en vente à la Régionale APMEP.

Ces livres sont destinés aux CDI : une mention y est portée indiquant la classe primée et le nom des éditeurs.

**Remerciements** : Nous remercions tous les collègues qui ont proposé des sujets, ceux qui ont entraîné et fait participer leurs classes, Mme Violeta Lhuillier, Régina Ré et Michèle Tardy qui ont assuré la traduction de l'exercice 7.

Nous remercions bien vivement Mme Danielle Blau et M. Marc Blanchard, IPR de mathématiques, M. Jean Souville, directeur de l'IREM de Poitiers, et Mme Annette Fontaine, secrétaire de l'IREM, pour l'aide pédagogique et pour le soutien logistique qu'ils nous ont apportés.

A l'année prochaine !

## Palmarès

### Prix Académiques

3<sup>ème</sup> 3, collège E. Fromentin, La Rochelle (Mr Taveau).  
2<sup>ème</sup> 2, lycée Bellevue, Saintes (Mr Harry).

### Prix Spécial du Jury

*pour la qualité de la présentation du dossier*  
2<sup>ème</sup> AA, lycée Ch. De Coulomb, Angoulême (Mme Gouinaud).

### Prix Départementaux

#### Charente

3<sup>ème</sup> B, collège Alfred de Vigny, Blanzac (Mr Lefeuvre).  
2<sup>ème</sup> 8, lycée Images et Sons, Angoulême (Mme Goumain).

#### Charente Maritime

3<sup>ème</sup> A, collège Agrippa d'Aubigné, Saintes (Mr Huort).  
2<sup>ème</sup> 10, lycée Jean Dautet, La Rochelle (Mr Dobigeon).

#### Deux-Sèvres

3<sup>ème</sup> A, collège Saint Hilaire, Niort (Mr Girardeau).  
2<sup>ème</sup> 8, lycée Jean Macé, Niort (Mr Thévenot).

#### Vienne

3<sup>ème</sup> 1, collège J. Du Bellay, Loudun (Mme Gobin).  
2<sup>ème</sup> 2, lycée Pilote Innovant, Jaunay-Clan (Mme Maréchal).

## À la manière de Guillevic

Ronan Berrechar, professeur stagiaire au Collège François Rabelais de Niort, nous a transmis quelques poèmes réalisés par ses élèves de Quatrième dans le cadre d'un travail interdisciplinaire Mathématiques-Français, suite à l'article sur Guillevic paru dans le numéro 21 d'Hypercube. En voici trois qui ont retenu particulièrement notre attention.

### Cercle

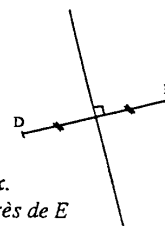
*Avec tes multiples rayons,  
Tu ressembles au Soleil.  
Tu peux rouler à l'infini,  
Tu seras toujours le même,  
Rond comme un ballon.*  
Émilie.



*On connaît ton début,  
Mais on ignore ta fin  
Car on te sait sans limite.  
Tu nous dévoiles chaque fois  
Un peu plus de toi.*  
Maïté.

### Médiatrice

*En coupant au milieu,  
Elle divise tout en deux.  
Plus près de D, plus près de E  
Ou à égale distance des deux,  
C'est elle qui le veut.*  
Claire.



# La complainte du pas-toujours mauvais en maths, qui se motive pour le Rallye.

J'aime les mathématiques  
Et quand cela me pique  
J'utilise ma tactique  
D'une façon ironique.

La beauté du carré  
N'a point perdu cette vesprée  
Et tous les angles obtus  
Je n'en veux vraiment plus.

A chacun sa matière  
Comme à cet homme très fier,  
Le silence de son âme  
Vaut bien le cœur d'une femme.

Pour toutes tes leçons laissées choir,  
Pense donc à ce purgatoire,  
Pense à ton avenir  
Sans le laisser mourir.

Le Rallye mathématique du Poitou-Charentes  
A aucun moment et pour personne, tu nous hantes.  
Le mystère des trois pyramides  
Nous fit perdre beaucoup de protides.

Et pour ce qui est de la devinette  
C'est ceci ! Elle nous a fait perdre la tête.  
Non, tu n'as pas changé  
Mais es-tu bien ciblé ?

2nde 10 Lycée Valin La Rochelle.

\* **Belinda Fram-Heto** a été particulièrement flattée de trouver son portrait (dans son habit de danseuse) exécuté avec maîtrise par la classe de Seconde 8 du lycée «Images et sons» d'Angoulême. Nos compliments aux artistes.

\* Deux réponses originales aux problèmes 5 et 10 par la classe de 2nde 6 du lycée St Joseph de Bressuire.

## Devinette 5

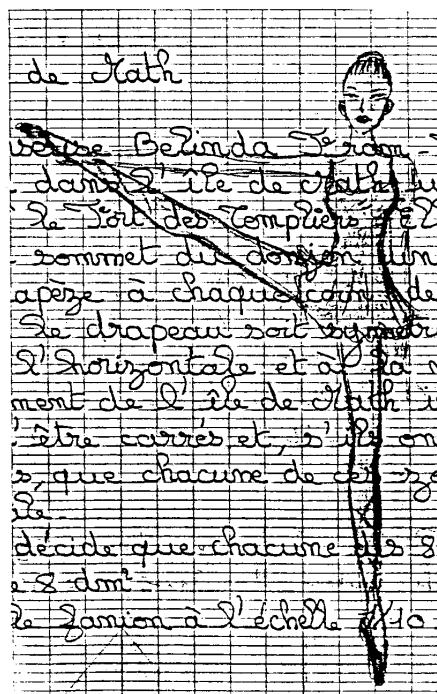
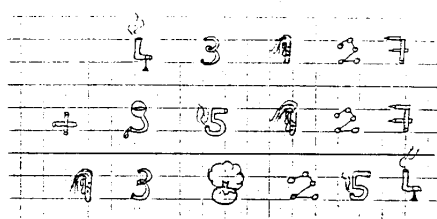


est la Réponse 1998

## EXERCICE 10

### HOMMAGE

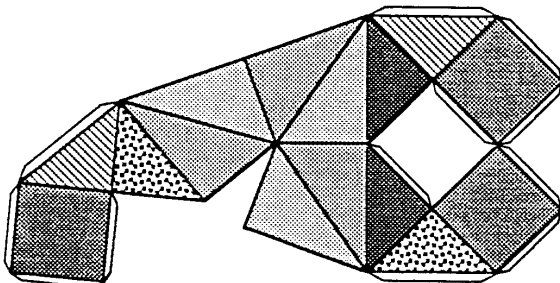
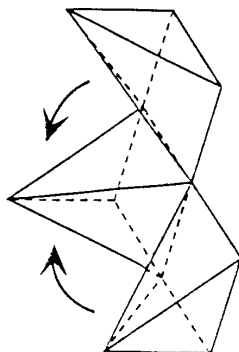
M A R I E  
+ C U R I E  
R A D I U M



# RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU-CHARENTES - 7 avril 1998

## 1 Le mystère des trois pyramides. (15 points)

Le patron ci-contre permet de construire trois pyramides qui tiennent ensemble et qui, assemblées, forment un cube (voir le dessin ci-dessous). En vous inspirant de ce patron, dessinez-en un autre rassemblant trois pyramides qui, réunies, donneront un pavé droit de longueur 7 cm, de largeur 5 cm et de hauteur 6 cm.



## 2 Dans la galaxie ZZ 7/77. (5 points)

Sur la planète DéZilluZion vivent deux sortes d'habitants : les Zados et les Zadulils. Les Zados ne mentent jamais et meurent jeunes ; les Zadulils naissent vieux et meurent toujours.

Arnaud dit que Bernard est un Zado.  
Christophe dit que Damien est un Zadulil.  
Emmanuelle déclare qu'Arnaud n'est pas un Zadulil.  
Bernard dit que Christophe n'est pas un Zado.  
Damien dit qu'Emmanuelle et Arnaud ne devraient pas se fréquenter car ils ont des âges très différents.



Combien y a-t-il de Zados ?



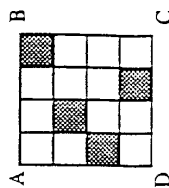
## 7 (5 points)

### Bleib nicht auf der Strecke !

Hier siehst du ein Quadrat mit vier Karos pro Seite, in dem vier Kästchen schwarz gemacht wurden, und zwar so, daß es eins pro senkrechter und waagerechter Zeile gibt. Auf wieviel verschiedene Arten kann man vier Kästchen des Quadrats ABCD schwarz machen, wenn man diese Regel respektiert.

### ! No se queden sobre el cuadro !

He aquí un cuadrado de cuatro cuadros por costado, sobre el cual se han oscurecido cuatro casillas de modo que sólo haya una por línea y por columna.  
¿ De cuántas maneras diferentes se pueden oscurecer cuatro casillas del cuadrado ABCD aplicando esta regla ?



### Don't stay behind on the (square) field !

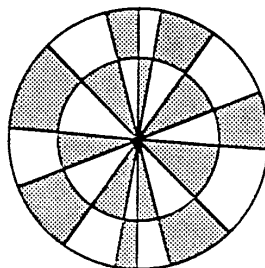
We have a square made of four smaller squares on each side. Four of these smaller squares have been blackened in such a way that there is only one on each line and column.  
How many other possibilities are there to do the same ?

## 8 Bien ciblé. (10 points)

Deux cercles concentriques sont partagés par un nombre impair  $n$  de diamètres ( $5 \leq n \leq 11$ ). Les zones obtenues sont alternativement coloriées en blanc ou en noir.

Le cercle extérieur a 10 cm de rayon.

Quel doit être le rayon du cercle intérieur (à 1 mm près) pour que l'aire totale des zones noires de la couronne soit égale à l'aire totale des zones noires du disque intérieur ?



## 9 Mon oncle. (5 points)

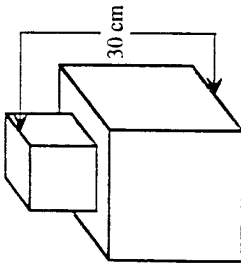
«Quel âge as-tu ?» demande Eric à son oncle Jérémie professeur de mathématiques en retraite...

«Mon âge est égal au nombre de côtés d'un polygone régulier dont tous les angles sont égaux à 175 degrés.»

Quel est l'âge de Tonton Jérémie ?

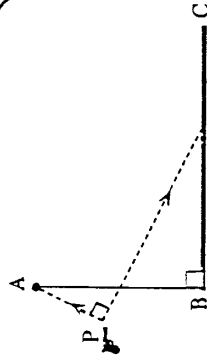
3 Un gros cube, un p'tit cube, c'est l'heure... (10 points)

Je dispose de deux boîtes cubiques entièrement remplies, à elles deux, de 280 cubes identiques. Lorsque je place les deux boîtes l'une sur l'autre, la hauteur est de 30 cm.  
Quel est le volume d'un petit cube ?



4 L'aire de Lucky Luke. (15 points)

Ludo Math est un super tireur au pistolet, qui veut égarer son héros de Bande Dessinée. Il se donne des défis incroyables : depuis le point P, il fixe du regard le point A et réussit à tirer sur la corde à linge [BC] en tendant son bras droit perpendiculairement à la direction (AP).



Changeant de place, il s'aperçoit qu'il existe deux zones d'où il peut rééditer son exploit. Coloriez ces zones en rouge après avoir réalisé un triangle ABC rectangle en B avec  $BC = 8$  cm et  $AB = 6$  cm.  
Quelle est l'aire de Lucky Luke, c'est-à-dire l'aire rouge ? (à  $1 \text{ mm}^2$  près)

5 Devinette. (5 points)

Vous me multipliez ou me divisez par 222, vous obtenez un carré.  
Vous me divisez par 74, vous obtenez un cube.  
Il faut dire aussi que je suis inférieur à 125 000.  
Quel nombre suis-je ?

6 Des bâtons pour se faire math. (15 points)

On dispose de 9 bâtons : 3 bâtons de longueur  $a$ , 3 de longueur  $b$  et 3 de longueur  $c$ . On connaît la valeur exacte de  $a$ , mais seulement des valeurs approchées de  $b$  et de  $c$  :  $a = 6$  cm,  $b \approx 8,48$  cm et  $c \approx 10,39$  cm.  
André utilise ses bâtons comme côtés de triangles. Un bâton ne peut servir que pour un seul triangle. Une fois son travail terminé, Bernard et Charles examinent les constructions. Bernard déclare qu'il y a deux triangles isocèles et Charles déclare qu'il y a deux triangles rectangles.  
Calculez l'aire totale exacte des triangles.

10 Hommage. (5 points)

Dans un cryptogramme, deux signes différents remplacent toujours deux chiffres différents et deux chiffres différents sont toujours remplacés par deux signes différents. Enfin, l'écriture d'un nombre ne commence jamais par zéro.

Reconstituez l'addition du cryptogramme ci-contre.

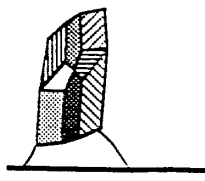
|       |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|
| M     | A | R | I | E |   |
| +     | C | U | R | I | E |
| <hr/> |   |   |   |   |   |
| R     | A | D | I | U | M |

Un petit clin d'œil à Marie Curie qui, en 1898, découvrait l'existence du radium.

Compléments pour la classe de Seconde.

11 L'île de Math. (10 points)

La danseuse Belinda Fram-Hero vient d'acheter dans l'île de Math un vieux krak dit "le Fort des Templiers". Elle veut mettre au sommet du donjon un fanion avec 1 trapèze à chaque coin (voir dessin) de telle sorte que le drapeau soit symétrique par rapport à l'horizontale et à la verticale.  
Le règlement de l'île de Math impose aux fanions d'être carrés et, s'ils ont des zones de couleurs, que chacune de ces zones soient d'aire égale.  
Belinda décide que chacune des 8 zones aura une aire de  $8 \text{ dm}^2$ .  
Dessinez le fanion à l'échelle 1/10.



12 Non, tu n'as pas changé, é, é... (10 points)

Comme la petite principalité de Souzeta est cogérée par les deux grands pays qui l'entourent, tous les prix de ses commerces sont affichés dans les deux monnaies : le sou et la zeta. Ce matin, Jaime Lee Compl a changé à la banque 2 000 sous et obtenu 50 000 zetas. Il cherche toujours astucieusement à faire ses achats dans la monnaie la plus avantageuse pour lui par rapport au cours officiel. Aussi, quand, sur le coup de midi, sa femme, sa fille, et lui-même commandent chacun le menu du restaurant affiché 32 sous ou 600 zetas, il annonce qu'il paiera en zetas. Mais, au moment de l'addition, le serveur la lui présente en sous et avec un grand sourire lui dit qu'il va lui faire un bon change à 22 zetas pour 1 sou (comme il est particulièrement sympathique). Jaime refuse, bien que sa femme Aurore D. Compl lui dise de ne pas faire d'histoire. Jaime lui déclare alors : « La différence entre l'addition faite directement en zetas et ce qu'il me propose te paiera une crêpe supplémentaire. »  
Quel est le prix de la crêpe à Souzeta ? (en sous, au cours du jour, arrondi au demi-sou supérieur).



Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.

Serge Parpay

### Rectificatifs pour le Corollaire n° 32 :

1) Page 5, haut de la colonne de droite, 4ème ligne : lire  $C(-a, b, 0)$ .

2) Page 6, 3ème ligne du bas : le dénominateur de la fraction n'a pas été imprimé : ce dénominateur est le nombre  $\pi$  ; avant dernière ligne : lire « à la page 100 ».

**Solutions d'exercices :** Corollaire a reçu des solutions aux exercices d'arithmétique proposés dans le n°32. En particulier notre collègue Pierre Mineau (Lycée de la Venise Verte à Niort) a proposé des solutions pour tous les exercices : Bravo ! Compte-tenu de la place disponible dans ce numéro, toutes les réponses ne peuvent être données. En voici quelques-unes choisies un peu arbitrairement. Il est toujours temps pour nos fidèles lecteurs de poursuivre la recherche de tous les exercices proposés !

**Exercice 2 :** Montrer que tout entier impair non divisible par 5 a un multiple dont l'écriture ne comporte que des 1.

Solution de Pierre Chevrier, Lycée Jean Macé, Niort :

Des exemples pour voir :

$3 \times 37 = 111$  ;  $7 \times 15\,873 = 111\,111$  ;  $13 \times 8\,547 = 111\,111$  ;  
 $17 \times 6\,535\,947\,714\,183 = 111\,111\,111\,111$  ;  $11 \times 1 = 11$  ;  
 $9 \times 12\,345\,679 = 111\,111\,111$ .

Reformulation du problème :

Dire qu'un nombre est impair et non divisible par 5 équivaut à dire qu'il est premier avec 10.

Dire que l'écriture décimale d'un nombre ne comporte que des 1 signifie que ce nombre est de la forme  $(10^{n+1} - 1) / 9$  ( $n$  entier naturel).  $[1 + 10 + \dots + 10^n = (10^{n+1} - 1) / 9]$ .

Il s'agit donc d'établir que, pour tout nombre  $x$  premier avec 10,  $9x$  a un multiple de la forme  $10^{n+1} - 1$ .

Une démonstration au niveau de terminale S :

Soit  $x$  un entier premier avec 10, alors  $9x$  est aussi premier avec 10 ; pour tout entier  $p$ , désignons par  $r_p$  le reste obtenu dans la division euclidienne de  $10^p$  par  $9x$  ; tous les restes  $r_p$  vérifient  $1 \leq r_p < 9x$ .

Parmi les restes  $r_1, r_2, \dots, r_{9x}$ , il y en a donc au moins deux égaux,  $r_s$  et  $r_t$  avec  $s < t$ .

On a donc des égalités de la forme  $10^t = k \times 9x + r_t$  ;  
 $10^s = k' \times 9x + r_s$ , avec  $r_s = r_t$ , d'où, en retranchant membre à membre,  $10^t - 10^s = (k - k') \times 9x$ ,  $10^s(10^{t-s} - 1) = (k - k') \times 9x$ .  
 $9x$  est premier avec  $10^s$  ; il divise par conséquent  $10^{t-s} - 1$ , d'après le théorème de Gauss. CQFD.

Remarque :

\* La méthode utilisée dans cette démonstration peut faire l'objet d'un algorithme pour trouver effectivement un multiple du nombre  $x$  ne comportant que des 1 dans son écriture dans le système décimal ;

(exemple :  $x = 3$  ; les deux premières puissances de 10 donnant le même reste dans la division par  $27 = 3 \times 9$  sont  $10^2$  et  $10^5$  ;  $10^3 - 1 = 999 = 9 \times 111$  ; on trouve 111).

\* Au niveau terminale + ? , le résultat repose sur le théorème d'Euler : en effet, on peut reformuler le problème ainsi : il s'agit de trouver un entier  $n$  tel que  $10^{n+1} \equiv 1 \pmod{9x}$  ; or  $9x$  étant premier avec 10, le théorème d'Euler nous dit que  $10^{\phi(9x)} \equiv 1 \pmod{9x}$ .

**Exercice 4 :** (Solution de P. Mineau). Si 7 divise  $a^2 + b^2$ , montrer que  $a$  et  $b$  sont des multiples de 7 (Sierpinski). (N.D.L.R. : pour simplifier la composition du texte imprimé, les classes d'équivalence sont notés en caractères gras).

En raisonnant dans  $\mathbb{Z} / 7\mathbb{Z}$ , dire que  $a^2 + b^2$  est multiple de 7 équivaut à dire que  $(a^2 + b^2) = 0$ , soit  $a^2 + b^2 = 0$ .

On s'aperçoit que  $0^2 = 0$ ,  $1^2 = 1$ ,  $2^2 = 4$ ,  $3^2 = 2$ ,  $4^2 = 2$ ,  $5^2 = 4$ ,  $6^2 = 1$ .

Pour avoir  $a^2 + b^2 = 0$ , on voit qu'il est nécessaire que  $a^2 = 0$  et  $b^2 = 0$  (soit donc  $a$  multiple de 7 et  $b$  multiple de 7).

En effet, ni  $1 + 1$ , ni  $1 + 2$ , ni  $1 + 4$ , ni  $1 + 0$ , ni  $2 + 2$ , ni  $2 + 4$ , ni  $4 + 4$ , ni  $2 + 0$ , ni  $4 + 0$  ne valent 0.

**Exercice 5 :** Si  $n$  est premier,  $n \geq 5$ , montrer que  $n^2 - 1$  est multiple de 24.

Tout nombre entier  $n$  peut s'écrire sous la forme  $n = 6m + p$ , avec  $m$  entier et  $p \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ . Si  $p \in \{0, 2, 4\}$ ,  $n$  est alors multiple de 2 ; si  $p = 3$ ,  $n$  est multiple de 3. Donc un nombre premier  $n$  supérieur ou égal à 5 est de la forme  $n = 6m + u$  avec  $u \in \{-1, +1\}$ , alors  $n^2 = 36m^2 + 12um + 1$ , soit  $n^2 - 1 = 12m(3m + u)$ ,  $m$  et  $3m + u$  sont de parités différentes ;  $m(3m + u)$  est donc pair et, par conséquent,  $n^2 - 1$  est multiple de 24. CQFD.

**Exercice 7 :** (Solution de P. Mineau). On veut démontrer que si  $n$  est un entier non premier supérieur ou égal à 5, alors il divise  $(n-1)!$   $(n-1)! = (n-1)(n-2) \dots \times 2 \times 1$

$n$  n'étant pas premier, il existe deux entiers  $p$  et  $q$  tels que  $n = pq$  avec  $p$  et  $q$  tels que  $1 < p < n$  et  $1 < q < n$ .

Si  $p \neq q$ , on retrouve bien  $p$  et  $q$  dans les facteurs  $1, 2, \dots, n-1$  de  $(n-1)!$

Si  $p = q$ , c'est-à-dire dans le cas où  $n$  est un carré parfait, on retrouvera le facteur  $p$  dans  $1, 2, \dots, n-1$  à condition que  $2p < n$ , soit  $2p < p^2$ , soit donc si  $p > 2$ .

Remarque :  $n = 4$  est donc le seul nombre entier non premier pour lequel  $n$  ne divise pas  $(n-1)!$ ,  $(n-1)! = 6$ .

**Exercice 13 :** On considère deux nombres entiers positifs  $a$  et  $b$  tels que  $a^2 + 2b$  soit un carré parfait. Mettre  $a^2 + b$  sous la forme d'une somme de carrés.

Compte tenu de l'énoncé, il existe un entier positif  $c$  tel que  $a^2 + 2b = c^2$ . Donc  $c^2 - a^2 = 2b$ , soit  $(c + a)(c - a) = 2b$ .

$c + a$  et  $c - a$  étant de même parité,  $c + a$  et  $c - a$  sont pairs.

En posant  $c + a = 2k$ ,  $c - a = 2k'$ , on a  $c = k + k'$ ,  $a = k - k'$  et  $b = 2kk'$ .

En conséquence  $a^2 + b = (k - k')^2 + 2kk'$ , soit  $a^2 + b = k^2 + k'^2$ , avec  $k = (c + a)/2$  et  $k' = (c - a)/2$ .

Exemple :  $5^2 + 2 \times 72 = 13^2$  donne  $k = 4$ ,  $k' = 9$ , d'où  $5^2 + 72 = 4^2 + 9^2$ .

Suite éventuelle au prochain numéro...



## Tribune libre

N'hésitez pas à réagir à l'article qui suit. Le débat est ouvert.

### Liaison Troisième - Seconde en Mathématiques.

«Mathématiques uniques», ou «Mathématiques pour tous» ? par Jean Fromentin - Niort

Forte émotion chez des collègues de mathématiques de Niort et des environs quand ils ont appris que leur travail de liaison Troisième-Seconde était mis en cause par un groupe de travail de chefs d'établissement du bassin Sud Deux-Sèvres. C'est bien sûr fortuitement, car le compte rendu de réunion n'aurait pas dû leur tomber entre les mains, qu'ils ont su qu'avait été «évoquée la liaison 3ème/2nde qui se pratique en maths et qui connaît la dérive suivante : les professeurs de collège, sous la pression de leurs collègues du lycée, ont des niveaux d'exigences qui n'ont pas lieu d'être en collège. Apparaît le souhait de véritables échanges entre professeurs, sans diktat, ni bachotage, ni sélection». Plus loin, dans ce compte rendu, on peut lire que les chefs d'établissements souhaitent «favoriser les échanges entre professeurs de 3ème et de 2nde et surtout faciliter les permutations (souligné dans le texte) pour battre en brèche le complexe de supériorité du prof de lycée et le complexe d'infériorité du prof de collège qui, lui, a peur d'être jugé».

On comprend que la réaction de nos collègues ait été vive, d'autant plus que ces reproches ne sont pas fondés, le groupe travaillant justement dans le sens souhaité par ces chefs d'établissement.

Ce groupe a été créé à l'initiative d'enseignants de collège à l'occasion de la mise en place des programmes de 1986. Les collègues de lycée n'ont pas hésité à participer à ces échanges et le groupe s'est peu à peu élargi aux trois lycées et à la plupart des collèges de Niort et des environs.

Il ne s'agit pas, dans ce groupe de liaison, d'imposer quoi que ce soit aux uns et aux autres, mais de confronter les points de vue, les méthodes, d'étudier ensemble les programmes des deux cycles, de réaliser en commun des activités pour le collège ou pour le lycée et de les analyser après leur passation pour justement améliorer, comme le souhaitent les chefs d'établissement, l'enseignement des mathématiques et le travail des élèves sur les deux cycles. Ce groupe a même demandé des permutations de collègues entre lycées et collèges, comme le préconisent les chefs d'établissement, non pour battre en brèche un sentiment hypothétique de supériorité de nos collègues de lycée, mais pour connaître vraiment les conditions de travail et les méthodes d'enseignement dans l'autre type d'établissement, et pour pouvoir ainsi mieux assurer la transition en amont et en aval. Une permutation a pu être mise en place entre le collège Gérard Philipe et le lycée Jean Macé ; une autre, entre le collège François Rabelais et le lycée de la Venise Verte, n'a pu aboutir en raison de difficultés d'organisation !

A la suite d'une réunion animée par Madame Blau, IPR de Mathématiques, et à laquelle ont été conviés les chefs d'établissement concernés (un Principal et deux Proviseurs sont venus rencontrer le groupe), il a été établi que les propos incriminés étaient dus en fait à un malentendu.

Qu'il y ait eu malentendu ou non, et bien que le document qui les rapporte soit à «usage interne», ces propos ont tout de même bien été entendus par tout un groupe de chefs d'établissement qui n'a pas protesté ; la preuve : aucun avis contraire ne figure dans le compte rendu. Nous sommes donc obligés de constater qu'ils sont considérés comme réels, et qu'une fois de plus ce sont les mathématiques qui sont mises sur la sellette. Le fait de

réfléchir sur nos propres pratiques, de mettre en cause, avec lucidité, certaines exigences des programmes nous fragiliserait-il ?

En tout cas, ce malentendu est révélateur d'un problème beaucoup plus profond, celui de l'enseignement des mathématiques pour tous : sous prétexte que les exigences actuelles des programmes sont trop importantes pour un **certain nombre** d'élèves, il faudrait réduire ces exigences **pour tous** les élèves ! Supprimons ce qui pose problème, et supprimons ainsi les échecs ! Obtiendra-t-on pour autant la réussite ? Non, une telle politique n'est pas sérieuse, elle est même irresponsable et conduit à un **échec total pour tous**.

Quand l'institution proposera-t-elle des programmes de collège permettant de moduler les exigences en fonction des élèves ? Si on envisage une telle possibilité, on nous répond immédiatement «filiales d'exclusion» ! Pourtant, quel intérêt pour un élève de traiter, par exemple en Quatrième, la multiplication des relatifs quand il ne maîtrise même pas le simple calcul numérique ou, en Troisième, les vecteurs quand il ne connaît pas les configurations de base en géométrie. L'institution devrait plutôt lui permettre d'assurer les bases et lui en donner le temps, au lieu de le mettre en échec et de le dégoûter de tout travail scolaire en ayant à son égard des exigences démesurées. L'exclusion est ici réelle car on ne lui permet pas d'atteindre les compétences auxquelles il pourrait prétendre. Mais l'institution masque cette exclusion derrière un discours égalitaire démagogique.

«*Même programme pour tous, mais des exigences différentes*» commence-t-on à entendre ici ou là. La nuance m'échappe peut-être, mais, en mathématiques, les programmes définissent les niveaux d'exigences. Nous avons suffisamment œuvré dans ce sens à l'APMEP pour obtenir la rédaction actuelle des programmes avec une liste de compétences exigibles pour chaque niveau. Ces programmes, donc les exigences correspondantes, nous paraissent raisonnables pour la majorité des élèves et il ne serait pas bon, pour l'avenir scientifique de la nation et pour la formation générale de l'ensemble des citoyens, de les réduire encore sous prétexte que ces programmes, qui ont déjà beaucoup évolué, «dépassent» un certain nombre d'élèves. Qu'on permette à ceux qui le peuvent d'acquérir les connaissances et les savoir-faire (contenus et méthodes) des programmes actuels, et qu'on permette aussi à ceux qui ont des difficultés de progresser par rapport à eux-mêmes avec des programmes adaptés à leur niveau.

Autant je défends le «collège pour tous», autant je dénonce le «collège unique». Défendre un «droit à l'enseignement pour tous» et une «égalité des chances» ne veut pas dire mettre tout le monde dans le même moule ni faire atteindre à tous le même niveau. Il faut au contraire prendre acte des différences, il faut que la société accepte ces différences et ne les considère pas comme des inégalités. Il faut donc que l'institution prenne aussi en compte ces différences et envisage d'une manière ou d'une autre des structures et des programmes adaptés à cette diversité. Il est en effet illusoire de penser qu'un même professeur peut enseigner efficacement dans une classe d'une très grande hétérogénéité comme il en existe de plus en plus, ou alors c'est faire preuve d'irréalisme et d'irresponsabilité.

Suite de la page 7

Dans cet esprit, le concept de «parcours diversifiés» est séduisant. Mais qu'on en définisse précisément les objectifs, la structure, les modalités, **qu'on en étudie la faisabilité**, et qu'on mette vraiment en œuvre les moyens nécessaires à leur réalisation. Sinon que l'institution n'en parle plus... à moins que ce soit pour elle un moyen commode de rejeter sur les enseignants la responsabilité de l'échec des élèves.

Lorsque l'APMEP demande 4 heures de mathématiques pour tous les élèves au collège, ce n'est pas pour leur faire «avalier» plus de mathématiques, mais pour pouvoir les mettre réellement en activité, pour pouvoir leur faire rencontrer des situations nombreuses et variées, pour leur donner le temps de s'approprier les compétences. Faute de temps, on revient aux cours magistraux, au survol des notions et des méthodes à appréhender et, de ce fait, les élèves en difficulté perdent complètement pied, les élèves moyens sont fragilisés et les bons élèves ne reçoivent pas la formation qu'ils pourraient espérer

Mais ce n'est pas uniquement une question de temps ; l'élève qui perd pied dès la Sixième n'a rien à gagner à passer de classe en classe, dans le système actuel, et encore sans redoubler car «*c'est inutile pour lui...*». On le met seulement de plus en plus dans l'incapacité de comprendre les notions abordées faute des prérequis. On donne donc une mission impossible aux professeurs de mathématiques en leur imposant des conditions de travail qui ne respectent pas les différences des élèves au niveau de leurs intérêts et de leurs capacités.

Des mathématiques pour tous et du temps pour tous afin que les élèves qui ont de bonnes dispositions pour les mathématiques puissent les consolider (sans pour autant montrer ces élèves du doigt), pour que les élèves qui ont des difficultés puissent progresser à leur rythme (sans pour cela être marginalisés). Il faut avoir de l'ambition pour tous les élèves, mais des exigences adaptées à chacun.

**Extraits de deux textes de réflexion et d'instructions contemporains de la réforme 1902-1905.**

DOCUMENTS communiqués par Jean-Claude Thiéard :

### Conférence de Louis Liard sur les sciences dans l'enseignement secondaire (janvier 1904).

... Malgré beaucoup de bons vouloirs, trop souvent contrariés par la force des choses, jusqu'ici [les sciences] y avaient été traitées surtout comme matières d'examen et de concours. Dorénavant elles y seront instruments de culture... On attend des sciences plus d'effets que par le passé pour la formation des esprits...

Je ne dirai rien des nouveaux programmes. En soi, les programmes, même les meilleurs, sont à peu près indifférents. Ils ne valent que comme indication, limite et direction. Ce qui vaut, c'est le maître ; et, dans le maître, c'est la méthode. Or si j'en crois des témoignages nombreux et autorisés, les témoignages mêmes de beaucoup d'entre vous, si grand que soient le savoir, le talent, le dévouement de nos professeurs de sciences, sur plus d'un point leurs méthodes ne seraient pas parfaites.

Dans l'enseignement secondaire, les études scientifiques doivent, comme les autres, contribuer à la formation de l'homme. Elles sont donc, elles aussi, à leur façon, des «humanités» au sens large du mot, les «humanités scientifiques»...

La mémoire [dans l'enseignement des sciences] joue sans doute un rôle, mais non le principal. Ce qu'il s'agit de former c'est la vision exacte des choses, le discernement du réel et de l'irréel, du vrai et du faux, le sentiment de la certitude et de la justesse du raisonnement. La mémoire ne peut que retenir Rien de plus contraire au véritable enseignement scientifique que de verser dans les esprits passifs, soit par le livre, soit même par la parole, malgré la supériorité de ce mode de transmission, une masse d'abstractions et de faits à apprendre par cœur C'est proprement du verbalisme, c'est-à-dire un fléau. Ce qu'il faut, au contraire, c'est susciter la spontanéité de l'élève, mettre en jeu ses activités mentales, provoquer son effort personnel, en un mot le rendre capable d'agir. La vieille formule du philosophe est toujours vraie, «savoir, c'est faire». Ici comme ailleurs, le vrai profit n'est pas ce que l'élève peut reproduire, mais ce qu'il peut produire.

... Et ne croyez-vous pas que l'élève qui, par d'habiles directions, aurait été amené à retrouver par lui-même une proposition de géométrie, une analogie organique ou une loi fort simple de physique, n'aurait pas incomparablement plus profité que celui qui saurait par cœur un livre d'Euclide ou un traité de chimie ?

... Or on m'assure que [dans l'enseignement secondaire], sous l'influence des plus hautes spéculations, il s'est introduit, depuis quelques années, des façons qui ne seraient pas sans péril.

Ne perdons pas de vue que, dans nos classes, il s'agit de former, non des candidats à la section de géométrie de l'Académie des sciences, mais des esprits clairs, voyant juste, raisonnant juste.

Dès lors est-il bon de procéder avec eux, dès le début, par définitions purement nominales ? Est-il bon d'installer les symboles en maîtres dans leurs intelligences avant de leur avoir solidement appris ce que les symboles signifient, et d'en poursuivre les interminables développements dans le vide, sans d'assez fréquents retours à la réalité ?... N'en résulte-t-il pas que beaucoup d'entre eux, déconcertés dès le premier jour, et n'apercevant aucune liaison entre les mathématiques et la réalité, s'imaginent qu'elles sont dans un monde impénétrable, accessibles seulement à quelques intelligences spécialement construites, et ne font aucun effort pour y pénétrer ? ... Aussi, le plus grand service à rendre [à l'élève] n'est-il pas de le jeter de prime saut dans l'abstrait, mais de diriger son travail et son effort de telle façon qu'il y entre de lui-même...

[Dans les sciences naturelles] ... Dans chacune de ces démarches, l'essentiel est que l'élève, petit ou grand, agisse par lui-même, autant que faire se pourra...

[Dans les sciences physiques] ... Ce pays, qui est surtout de génie idéaliste et déductif, a besoin d'un grand bain de réalisme. Non pas qu'il n'ait produit dans les sciences expérimentales beaucoup de découvertes... Mais, dans l'ensemble, l'éducation scientifique de la jeunesse française paraît avoir été trop tournée vers les mathématiques abstraites et pas assez vers les sciences expérimentales...

... Plus les esprits de notre race sont enclins à s'élever par bonds aux généralités les plus hautes pour traiter ensuite déductivement de toutes choses, plus il importe de leur inculquer, dès le jeune âge, un sens exact des réalités, et pour cela de leur enseigner les choses réelles suivant l'ordre même où l'esprit humain les constate et les explique...

Ce redressement est en train de s'accomplir Pour qu'il soit complet, il faudrait aussi quelque argent. Le bon vouloir et l'ingéniosité des maîtres ne peuvent suppléer à la pénurie des moyens matériels...

... Ce sera aussi l'éveil de la curiosité [de l'élève], la mise en mouvement de son énergie. N'est-ce pas là une des fins, la fin principale, de toute éducation, qui vise à autre chose qu'à former des esprits réceptifs et passifs ? ...

Louis Liard (Vice-recteur de l'Académie de Paris).

## Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les lycées et collèges (27 juillet 1905).

Les programmes doivent être considérés comme des tables des matières... Dans le second cycle, les études ayant pour sanction l'examen du baccalauréat, le professeur doit naturellement traiter tout ce qui figure au programme ; dans le premier cycle, il est dégagé de toute préoccupation d'examen et n'a pour guide que le développement de ses élèves ; il peut donc, s'il le juge utile, négliger certains points et insister plus longuement sur les parties plus accessibles ou plus nécessaires aux élèves particuliers qui lui sont confiés ; le programme sera considéré comme un programme maximum : mieux vaut que les enfants acquièrent des connaissances précises de peu d'étendue plutôt que d'avoir des idées vagues sur les sujets très variés. (...).

### **Premier cycle B :**

La théorie sera réduite à des explications faites sur des exemples concrets, tout au moins au début ; ce n'est que peu à peu que l'on pourra, avec de grandes précautions, habituer les élèves aux notions abstraites les plus simples... Les recueils de problèmes amusants fourniront de nombreux exemples qui frapperont l'esprit des élèves ; citons au hasard, la démonstration de l'égalité de 64 et 65, d'un angle droit et d'un angle obtus, etc...

\* Arithmétique : On insistera sur l'ordre de grandeur des résultats, en attirant l'attention sur les erreurs que le bon sens permet d'éviter...

\* Algèbre : L'étude d'une fonction sera accompagnée d'une représentation graphique...

\* Géométrie : L'enseignement de la géométrie doit être essentiellement concret...

Au point de vue de l'explication des faits, le professeur devra faire appel à l'expérience et admettre résolument comme vérité expérimentale tout ce qui semble évident aux enfants... L'élève ne comprend pas qu'il y ait lieu à démonstration et ne retient que des mots vides de sens ; on peut, et cela est désirable, faire sentir dans certains cas, la nécessité d'une démonstration ; mais il ne faut donner cette dernière que si l'élève est convaincu qu'elle est indispensable...

Ce qu'il importera de faire ressortir, c'est l'importance du raisonnement logique pour réduire au minimum les faits expérimentaux ; (...) il est aisé également de faire ressortir l'intérêt que présente la méthode purement logique en insistant sur ce qu'elle fait disparaître toute incertitude dans les résultats...

Un appel constant à la notion de mouvement semble faciliter l'enseignement de la géométrie...

Le dessin est appelé à jouer un rôle important... Chaque question devra être étudiée en elle-même et l'ingéniosité de l'élève pourra être exercée par la recherche des moyens plus propres à donner la solution du problème... Rien n'empêchera de faire construire le corps représenté par l'épure, d'en calculer les éléments, puis de les mesurer à l'aide de l'épure et sur le corps lui-même...

... En particulier, il serait intéressant de mettre un objet de forme simple entre les mains de l'élève, de lui demander d'effectuer

toutes les mesures qu'il jugerait nécessaires pour pouvoir ensuite le reproduire au moyen d'une épure en évaluer la surface, le volume, etc...

A côté de ces exercices pratiques, qu'une collection de modèles et d'appareils simples faciliterait beaucoup, il y aura lieu d'habituer les élèves à la résolution de problèmes très simples, en essayant de leur faire deviner la solution et en développant ainsi leur intuition...

### **Premier cycle A et second cycle A et B :**

... Le professeur devra surtout s'attacher à donner en géométrie une idée de la forme des corps, et pourra laisser de côté, s'il le juge à propos, toute théorie un peu abstraite...

Les démonstrations ne seront données qu'autant qu'un nombre suffisant d'élèves seront en état de les comprendre ; pour les volumes..., dans les cas simples, on justifiera ces règles [de calcul] en employant la méthode infinitésimale, sans, bien entendu, soulever à cet égard aucune difficulté.

Conférences facultatives : [pour les élèves désirant faire des études scientifiques après les 2 cycles A et B] ... l'important est que [le professeur] forme des élèves pouvant comprendre les mathématiques ; qu'ils en sachent beaucoup n'est pas nécessaire ; ce qui est indispensable, c'est qu'ils aient compris les principes et soient habitués au raisonnement logique.

### **Second cycle C et D :**

... On ne perdra pas de vue que ce n'est qu'en faisant de nombreux exercices que l'on habitue les élèves à manier avec sûreté les éléments dont ils disposent.

... Il n'y a nul inconvénient à introduire les relations trigonométriques dans les démonstrations géométriques, à utiliser pour la détermination des volumes la méthode infinitésimale, qu'on peut présenter en toute rigueur dans les cas simples.

### **Mathématiques A et B...**

... En particulier, il serait intéressant de réunir en géométrie tout ce qui est descriptif, puis tout ce qui est métrique, en rapprochant l'étude de l'espace de celle du plan ; cela ne présenterait aucune difficulté pour des élèves qui ont déjà fait une première étude de la géométrie et aurait l'avantage de grouper les faits semblables, donnant ainsi une vue d'ensemble sans laquelle il est bien difficile de coordonner les idées.

... Ce n'est qu'à condition de faire un grand nombre [d'exercices pratiques, tels que levés de plan, exécution d'épures] que l'élève retiendra la géométrie descriptive et y prendra goût.

En mécanique, ... le professeur devra éviter tous les développements et les exercices présentant uniquement un intérêt géométrique ; ... Le professeur devra choisir des exercices de mécanique de caractère pratique, ... ; il devra montrer aux élèves des machines usuelles, les analyser avec eux...

*N.D.L.R. : Bien sûr tout extrait d'un texte est réducteur ; nous tenons à la disposition des collègues intéressés les textes complets.*

# Histoire des symboles. Le saviez-vous ? \_\_\_\_\_

## (XIII) Les autres inconnues ...

Proposé par Jean-Paul Guichard

Nous avons vu, dans l'épisode précédent, le temps et les difficultés qui ont conduit à la désignation de l'inconnue par la lettre  $x$  que nous utilisons usuellement de nos jours.

La révolution du tout littéral, initiée par Viète en 1591, va mettre sur le même plan toutes les inconnues, et leur désignation sera l'affaire d'une convention : les voyelles en majuscule A, E, I, O, U, Y, pour Viète, les lettres de la fin de l'alphabet en minuscule z, y, x, pour Descartes. Convention qui pourra facilement être adaptée, modifiée, élargie : dans une formule littérale, toute lettre est susceptible de devenir inconnue et ne changera pas alors de nom ; lorsque le nombre d'inconnues va croître, dans la résolution de systèmes linéaires, on utilisera des indices...

Mais, là aussi, avant d'en arriver là, le chemin a été long : par exemple Diophante qui fut un précurseur dans la désignation de l'inconnue n'en utilisait qu'une. Et pourtant il résolvait des problèmes à plusieurs inconnues ! Voici comme exemple le problème 19 du livre I de son ouvrage *Les Arithmétiques* : «Trouver quatre nombres tels que la somme de trois d'entre eux excède le nombre restant d'un nombre donné». Dans ce problème il y a clairement 4 inconnues désignées, et 4 nombres donnés, chacun des excédents. Que fait Diophante ? Il pose une seule inconnue, la demi somme des 4 nombres cherchés : «Que la somme des quatre nombres soit 2 arithmes». Il ramène chacun des quatre nombres à son expression en fonction de l'inconnue, et obtient une équation à une inconnue que nous écrivons :  $4x - 70 = 2x$ . (Les 4 excédents choisis par Diophante pour résoudre le problème sont : 20, 30, 40, 50).

Revenons sur les traces de la première inconnue, et voyons

comment ont réagi les différentes écoles qui ont symbolisé la première inconnue.

**L'utilisation des couleurs chez les indiens à partir du 7<sup>e</sup> siècle (Brahmagupta) :**

- deuxième inconnue : calaca (noir) abrégée en **ca**.
- troisième inconnue : nilaca (bleu) abrégée en **ni**.
- quatrième inconnue : pitaca (jaune) abrégée en **pi**.
- cinquième inconnue : pandu (blanc) abrégée en **pa**.
- sixième inconnue : lohita (rouge) abrégée en **lo**.

**Le mot *quantita*** introduit par Pacioli (1494), abrégé en **q̃**, pour désigner la deuxième inconnue par opposition à la première, la *cosa* (**co**). Cette dénomination sera reprise par les écoles italienne et allemande qui, à la suite de Cardan, utiliseront l'abréviation **q**, puis l'élargiront à plus de deux inconnues en notant : **1q, 2q, 3q...** les «quantités» inconnues intervenant en plus de l'inconnue, chaque école conservant sa notation pour la première inconnue.

**La numérotation des inconnues :** seconde, troisième ...

Stevin (1585) se distingue en désignant la seconde inconnue par *secunda* (abrégée en **sec**), la troisième en *tertia*... ce qui donne : **1<sup>o</sup>, 1<sup>sec</sup>, 1<sup>ter</sup>**... pour  $x, y, z$ ...

**Les lettres majuscules :** A, B, C...

C'est Stifel (1544) qui introduit cette notation, reprise par l'école française de la fin du 16<sup>e</sup> siècle : Peletier (1554), Borrel (1559), alias Buteon, Gosselin (1577) qui prennent même la liberté d'utiliser A pour la première inconnue. On trouve aussi cette notation chez Clavius (1608) dans les œuvres duquel Descartes apprit les mathématiques au collège de La Flèche.

### Petit devoir de vacances...

Sauriez-vous transcrire en notations actuelles, et retrouver les auteurs des écritures suivantes ?

1.co.m̃.1. q̃ ; 1A + 12e ; 7.pos.3.q aequal.122 ;

1 L P 2q M aequalia sunt 1 L P 30 ; ya 197 ca 16 4 ni I ; 3A,12B,3C [ 96 ;

12 sec. ④ + 23 ① M 5sec. ② + 10 ② ; 2 p. 1A p. 1B, egales a 64.

## Le compte est bon

Pendant que certains s'ingénient à dissenter sur des sujets de baccalauréat, d'autres sont récompensés pour leurs talents mathématiques. Mardi en fin d'après-midi, aux salons de Blossac s'est déroulée pour la huitième année consécutive, la proclamation des résultats et la remise des prix du challenge mathématique. Organisé par l'inspection académique, celui-ci s'était déroulé le 26 mai et regroupait 114 classes de CM2 des écoles primaires de tout le département de la Vienne et 62 classes de sixième de tous les collèges : soit près de 3 500 élèves concernés. Ils n'étaient accompagnés que par leurs enseignants. Ce jour-là, pas moins de 100 représentants de chaque classe ga-

gnante de recevoir avec joie, sous les cris et applaudissements de leurs camarades, un diplôme couronnant leurs aptitudes mathématiques. Quant aux résultats des problèmes, aucun n'échappera à une explication plus approfondie par son maître ou son professeur.

H. G.

### Le palmarès

**Grand prix départemental :** école Anne-Franck de Naintré ; 6<sup>e</sup> 1<sup>er</sup> collège J.-du-Bellay de Loudun.

**Prix spécial du jury :** école de Lathus ; 6<sup>e</sup> A collège J.-Rosland de Neuville-de-Poitou.

**Prix de la qualité du raisonnement :** école Habrioux de Château-Larcher ; 6<sup>e</sup> 2<sup>nd</sup> collège Jean-Moulin de Montmorillon.

**Prix de la qualité des explications :** école du Breuil-Mingot de Poitiers.

**Prix de la qualité de la présentation :** école de Mirebeau ; 6<sup>e</sup> 4<sup>th</sup> collège P.-Ronsard à Poitiers.

**Prix spécial de la phrase sensée :** école CM2 de Sèvres-Anxaumont ; 6<sup>e</sup> 8<sup>th</sup> collège Descares à Châtelleraut ; 6<sup>e</sup> 3<sup>th</sup> collège J.-du-Bellay de Loudun.

**Prix de la résolution originale :** 6<sup>e</sup> 8<sup>th</sup> collège Léon-Huot de La Roche-Posay.

**Prix d'encouragement du jury :** école Saint-Martial de Chauvigny ; école de Nieul-l'Espoir ; école de Saint-Benoit (L'Emtage), M. Dubois ; école de Nouaillat-Mauperruis (Mme Tromas) ; école de Poitiers (Paul-Blet).



Les élèves face à la résolution des problèmes