Edito

Consultation ...

Quelles vont être les suites de la consultation lycées ? Nous verrons bien. En tout cas elle a été l'occasion de discussions (internes et externes aux établissements scolaires) sur le pourquoi et le comment de l'enseignement. Dans un monde qui évolue très vite, et où, dit-on, il est difficile de trouver des repères, il n'est certainement pas inutile de se poser périodiquement ce genre de questions.

Un ami, surpris de me voir préparer mes cours, me disait un jour : «*En math, vous êtes tranquilles, les identités remarquables sont toujours les mêmes ...*».

Pourtant, depuis le temps où j'étais lycéen, que de changement !

Dans les contenus : nos élèves savent-ils qu'on découvre environ 200 000 nouveaux théorèmes par an ? que par exemple les fractales, le chaos ... sont des champs de recherche très actifs ? que les autres sciences (physique, biologie, informatique....), qui évoluent elles aussi à toute allure, ont sans cesse besoin - n'en déplaise à M. Allègre - de davantage de mathématiques ? que l'arithmétique, vieille de 2 500 ans, trouve des applications dans le cryptage des informations sur le Web ?

Dans les méthodes : que d'avancées didactiques et d'innovations pédagogiques (pensons, par exemple, aux modules en Seconde, au travail en équipe pédagogique ...), que de nouveautés technologiques à prendre en compte (logiciels interactifs, calculatrices numériques, graphiques et maintenant formelles ...) !

Dans le contexte social et institutionnel : rénovation des collèges, des lycées, des universités, création des ZEP, des MAFPEN, des IUFM ... autant d'efforts pour répondre au défi de l'enseignement de masse.

Les math bougent, la société aussi, donc l'enseignement des math évolue. On peut certes regretter le prof de math de notre jeunesse, sévère mais juste, avec sa blouse blanche et sa craie, capable d'extraire une racine carrée à la main et de tracer sans compas un cercle parfait au tableau. Ce qui compte plutôt à mon avis, et que la consultation lycées nous invitait à préciser, c'est de maintenir et renforcer - pour tous les élèves - la valeur formatrice de notre discipline : honnêteté intellectuelle, persévérance, esprit critique, raisonnement, imagination ...Voilà des qualités dont ils auront toujours besoin.

Louis-Marie BONNEVAL

SOMMAIRE

Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

APMEP

Mars 1998 n° 32

COROL' AIRE

IREM, Fac. des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206 DISPENSE DU TIMBRAGE POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 6 F.
Abonnement 1 an (4 numéros) : 20 F.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur .... Louis-Marie BONNEVAL
Comité de rédaction Colette BLOCH, Serge PARPAY, Jean FROMENTIN.
Imprimerie .... IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur PINEAU 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur .... APMEP Régionale de Poitiers
Siège social .... IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur PINEAU 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P. .... n° 73 802
Dépôt légal .... Mars 1998

Compte-rendu de la réunion du comité régional du 28 janvier 1998

Le comité régional s'est réuni le 28 janvier après-midi à l'IREM de Poitiers.

Jacques Germain a fait le compte-rendu du comité national du 14 janvier 1998, où ont été notamment abordées des interrogations sur Internet et la politique à mener pour les adhésions futures. Puis il a poursuivi en commentant le nouveau texte du GRIAM (Groupe de Réflexion Inter-Associations en Mathématiques) sur «Lycée, quels programmes pour quels objectifs ?».

Claude Robin s'est proposée pour prendre en charge la gestion de la bibliothèque APMEP.

Les derniers préparatifs pour la journée LP du 4 février ont été effectués, et l'on pense déjà à la conférence du 1er avril 1998 «Arithmétique et cryptographie» de Guy ROBIN qui se déroulera à Poitiers, salle du planétarium de l'Espace Mendès France. Serge Parpay a présenté le numéro 1 de la «Boîte d'Allumaths». Le groupe des allumaths compte maintenant 14 membres, et il pense présenter ses travaux prochainement.

Yvonne Noël a rappelé que le Rallye se déroulera le mardi 7 avril dans l'après-midi et a demandé la participation de tous.

Samuel Dussubieux prépare actuellement la mise en service du site Internet de la Régionale.

Enfin a été évoquée la possibilité d'un «mois des maths» pour l'année 1999, en liaison avec l'Espace Mendès France, l'IREM, les IPR et le département de mathématiques de l'Université.

Chantal Gobin, secrétaire de séance

Mathématiques en lycée professionnel

Mercredi 4 février, à l'antenne IUFM de Niort, la régionale organisait avec l'aide de M. Bernardeau, IEN-IETMath-Sciences, une réunion-débat sur ce thème. Nous avions invité Jean-Claude SACHET, responsable des LP au bureau national de l'APMEP et coordonnateur de la formation des PLP2 Math-Sciences à l'IUFM d'Orléans-Tours. Une soixantaine de collègues étaient présents, dont les 12 stagiaires PLP2 de l'académie.
Jean-Claude SACHET a structuré son intervention en quatre parties :
- Les structures des LP : Il a rappelé les trois cycles de la scolarité en LP (cycle technologique de 2 ans, cycle de détermination BEP de 2 ans, cycle Bac pro de 2 ans), avec la possibilité, après un BEP, de passer en lycée (STT, STI) grâce aux Premières d'adaptation. Il a précisé qu'après la rénovation des programmes et des examens, le système semblait stabilisé.

- Que fait l'APMEP pour les LP ? : Après avoir présenté rapidement l'APMEP, il a exposé le travail de la commission LP, citant par exemple le dossier LP du dernier bulletin vert. Ce bulletin a d'ailleurs été envoyé gratuitement à tous les participants qui le souhaitaient.

- Les interactions entre les institutions et l'APMEP : Au sein du Conseil National des Programmes, un Groupe Technique Disciplinaire a travaillé sur les programmes de BEP, puis sur ceux de Bac Pro. Jean-Claude SACHET, ayant participé à ce GTD au titre de l'APMEP, a pu donner des précisions sur les objectifs et les contenus.

- L'évaluation : Il a insisté sur la nécessité de prendre en compte tous les aspects de l'activité mathématique, et pas seulement les techniques. Des brochures, comme celle de la DEP «Aides à l'évaluation», ou celle de l'APMEP (qui vient de sortir) «EVAPM LP» sont à cet égard des outils précieux.

Le débat, qui s'est poursuivi autour d'un «pot» amical, a permis de préciser certains points, concernant par exemple les modules, les épreuves d'examens, le rôle de la Région dans l'apprentissage, ou encore la répartition des classes techno entre collèges et LP.

Espérons que cette après-midi aura donné envie aux participants de s'investir à l'APMEP, où le secteur LP est encore insuffisamment représenté, et que d'autres du même type suivront dans les années à venir. Il serait très dommage de cloisonner les différents types d'établissements, alors que tout le monde a à gagner aux échanges pédagogiques, à commencer par nos élèves.

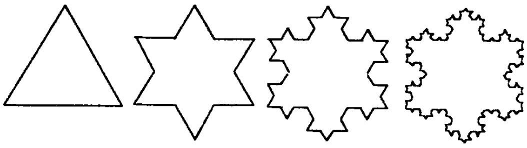
Louis-Marie BONNEVAL

Nouveau

A.P.M.E.P. de Poitou-Charentes sur INTERNET

Son nom : **Régionale de Poitou-Charentes.**
Son adresse : **http://wallis.univ-poitiers.fr/~apmep**

Rallye Mathématique Poitou-Charentes 1998



La septième édition du Rallye Mathématique Poitou-Charentes doit se dérouler le 7 avril. Oganisé par l'APMEP, avec le soutien de l'IREM et des IPR, il bénéficie de lots offerts par les éditions BELIN.

Cette année, la participation est en augmentation, puisqu'elle passe de 95 classes en 1997 à 121 réparties dans 46 établissements. Ces classes sont réparties de la façon suivante :

Charente :	9 classes en lycée, 7 classes en collège
Charente-Maritime :	27 en lycée, 13 en collège
Deux-Sèvres :	13 en lycée, 23 en collège
Vienne :	15 en lycée, 14 en collège,

soit au total 64 classes en lycée et 57 classes en collège.

Nous espérons que les élèves auront plaisir à participer à ce rallye. Nous rappelons que toutes remarques, suggestions ou même idées de problèmes sont les bienvenues.

Comme les années précédentes, l'épreuve du rallye sera publiée dans le prochain Corol'aire.

Quelques nouvelles de l'Enseignement Agricole

Le ministère de l'Agriculture a lancé il y a deux ans une opération d'innovation pédagogique dans l'En seignement Agricole intitulée «opération Pygmalion».

Jean Fages, formateur à l'E.N.F.A. (Ecole Nationale de Formation Agronomique située à Toulouse), a saisi cette occasion pour constituer un groupe d'enseignants (groupe PY-MATH).

Ce groupe est constitué d'une douzaine d'enseignants et s'occupe principalement de l'enseignement des mathématiques en classes de baccalauréats professionnel et technologique. Le groupe s'est engagé à travailler sur plusieurs points tels que :

- réfléchir sur les contenus des nouveaux programmes.
- proposer des activités.
- proposer différents types d'évaluations.
- proposer des exemples d'utilisation des nouvelles technologies.

Un premier bulletin vient d'être édité et a été envoyé dans tous les établissements publics d'enseignement dépendant du Ministère de l'Agriculture.

Avant cette opération Pygmalion, Jean Fages avait déjà constitué une première équipe pour réfléchir à l'enseignement de la statistique dans les classes de BTSA.

Ce groupe GRES (Groupe de réflexion sur l'Enseignement de la Statistique) publie deux bulletins par an. Le sixième numéro doit paraître fin mars.

Pour connaître le contenu de ces bulletins, on pourra les consulter sur Internet : www.educagri.fr ou le faire savoir à l'adresse :
Jacques TEXIER, LEGTA de Venours, 86480 ROUILLE.

Les Allumaths

Le groupe des Allumaths se porte bien ! Les échanges commencent à être réguliers.
Ci-dessous quelques exercices plus ou moins simples.

1) Construire un patron d'hexaèdre irrégulier.

2) On sait que dans un quadrilatère complet ABCDEF les milieux des diagonales [AD], [BC], [EF] sont alignés sur une droite Δ. Lorsque les côtés du quadrilatère (AB), (BD), (DC), (CA) sont tangents à un cercle (O) alors le centre O du cercle appartient à Δ.

3) Construire un triangle dont on connaît les trois hauteurs. Discussion.

4) Si x, y et z sont trois entiers naturels non nuls tel que $x/y + y/z + z/x$ soit un entier, alors leur produit est un cube. (bulletin APMEP).

P.S. : - ... et d'autres exercices dans les cartons ou en cours d'examen par le groupe. A suivre ...
- Pour tout renseignement et adhésion au groupe écrire à la Régionale APMEP.

A.P.M.E.P. - Des brochures à prix exceptionnels

Le bureau National propose jusqu'au 15 avril 1998 des brochures par lot (lots thématiques) avec des réductions de l'ordre de 40%. Consultez le dernier BGV (n°79 - mars 1998). Envoyez votre bon de commande à la Régionale (à l'IREM).

Histoire des symboles. Le saviez-vous ?

Proposé par Jean-Paul Guichard

(XII) La première inconnue...

Qui dit inconnue, dit équation. Qui dit équation, dit, trop peu souvent actuellement, résolution de problèmes. Or depuis le début des mathématiques, les hommes ont cherché à trouver des quantités inconnues.Voici par exemple deux problèmes que se posaient des babyloniens, 1800 avant J.C, en vous faisant grâce de l'écriture cunéiforme des nombres :

«J'ai additionné le côté et la surface de mon carré : 45. Quel est le côté ? »

«Une cave. La profondeur égale 12 fois le flanc. J'ai extrait de la terre. J'ai additionné mon sol et la terre : 1°10'. Le front est les deux tiers du flanc. Quels sont le flanc et le front ? »

Quelques dizaines d'années plus tard, sur les rives du Nil, le scribe Ahmès recopiait les problèmes d'un ancien papyrus où l'on pouvait lire par exemple, en vous faisant grâce des hiéroglyphes, que vous pourrez trouver dans la brochure de l'IREM de Lyon *L'algèbre et le calcul en Egypte antique* :

«Une quantité, ses 2/3, son 1/7, donnent 33».

«2/3 est à ajouter, 1/3 est à soustraire, 10 reste». Ce dernier problème, au texte elliptique, signifie : «Trouver x tel que $(2/3\ x + x) - 1/3\ (2/3\ x + x) = 10$».

Recherche d'inconnues, oui, mais avec les moyens du bord : aucun énoncé, aucune résolution de problèmes ne désignent une inconnue (ou des inconnues), donc pas de symbole ! Pour cela il a fallu du temps, et l'exploration de plusieurs voies... Par exemple chez les Chinois, on trouve des techniques très élaborées de résolutions d'équations qui se font sur des échiquiers (tables à calculs). Mais pas de désignation d'inconnue : celle-ci est repérée par la position de ses coeficients sur l'échiquier ! On pourra en avoir une idée en consultant la brochure de l'IREM de Poitiers *Les nombres relatifs au collège*.

Le premier à avoir nommé et désigné par un symbole le nombre inconnu est Diophante d'Alexandrie, au 3e siècle, dans son livre *Les Arithmétiques* : « Le nombre qui possède une quantité indéterminée d'unités s'appelle l'arithme, et sa marque distinctive est ς ». Comme sa définition le laisse pressentir, il n'utilisera son algèbre et son inconnue que pour résoudre des problèmes de nombres dont les solutions soient des entiers ou des rationnels. On pourra en trouver un exemple dans la brochure précitée.

Si nous faisons un bond de six siècles pour aller voir à Bagdad Al Khwarismi, le créateur de l'algèbre, nous trouvons dans son *Court traité sur le calcul d'al jabr et al muqabala* une première partie consacrée uniquement à la résolution des équations : c'est une première en mathématique. Mais aucun symbole, que du discours ! Par contre, traiter des équations oblige à parler de l'inconnue qu'Al Khwarismi dénomme **chose** (say) ou **racine** (gizr). Ces dénominations vont devenir au Moyen Age **res** et **radix** par l'intermédiaire des traductions en latin du traité d'Al Khwarismi comme celles de Robert de Chester (1145) ou de Gérard de Crémone (1114-1187).

On les retrouve dans le *Liber Abaci* (1202) de Léonard de Pise alias Fibonacci. Puis à la Renaissance ce sera la **cosa** des algébristes italiens et la **Coss** des algébristes allemands qui vont essayer d'élaborer des notations.

Les italiens vont abréger cosa en **co** qu'on trouve chez Luca Pacioli (1494), Cardan (1539), Tartaglia (1560)..., ou écrit c° chez Ghaligai (1552). Cardan utilise aussi dans son Ars Magna (1545) le mot latin positiones et son abréviation **pos**.

Les allemands vont presque tous se rallier à la notation de Rudolff (1525) : **𝔵** initiale majuscule de Radix. Ce sera le cas de Stifel (1544), Recorde (1557), Clavius (1608) et même Descartes dans sa jeunesse.

Les français font dans la diversité en prenant la première lettre du mot racine en latin ou en grec (voir l'épisode 3), qui, ainsi, sert parfois à désigner en même temps l'inconnue et la racine carrée : **℞** pour Peletier (1554), ρ pour Butéon (1559), **L** pour Gosselin (1577).

En revenant en arrière, on trouve la même démarche de dénomination et d'abréviation de l'inconnue chez les indiens dès le 7e siècle. Brahmagupta la nommera **yavat-tavat** (autant que), et l'abrégera en **ya** dans les calculs.

Une toute autre voie est explorée par certains mathématiciens : on ne désigne pas l'inconnue mais on marque sa présence par l'indication de sa puissance à côté de son coefficient. A ce propos il faut rappeler que l'inconnue est toujours précédée d'un coefficient, même si ce coefficient est 1 : le 1 ne «disparaît» jamais. A méditer peut-être pour nos élèves débutants face à notre frénésie de simplifications. Le premier sur cette autre voie est le français Chuquet (1484) qui va noter **1^1, 2^1**..., ce que nous noterions 1x ou x, 2x....Puis ce sera Bombelli (1572) qui notera **1** $\overset{1}{\smile}$, **2** $\overset{1}{\smile}$, Stevin (1585) **1①, 2①**, Girard (1629) 1(1), 2(1), James Hume (1635) **1j, 2j**.

Enfin ce sera Viète qui, en 1591, inaugurera la période moderne avec l'utilisation des lettres : «*Afin que la mise en équation soit aidée par quelque artifice, on distinguera les grandeurs données des grandeurs inconnues et cherchées en les représentant par un symbole constant, invariable et bien clair, par exemple, en désignant les grandeurs cherchées par la lettre A ou par toute autre voyelle E, I, O, U, Y, et les grandeurs données par les lettres B, C, D ou par toute autre consonne*». A noter cependant que lorsqu'il s'agit d'équations à coefficients numériques il reprend, avec une légère variante, la notation cossique des allemands, et note **N** l'inconnue (abréviation de Numerus), comme l'a fait Xylander dans sa traduction des *Arithmétiques* de Diophante. Sa notation sera utilisée dans la première moitié du 17e siècle par plusieurs mathématiciens français dont Fermat. Harriot (1631) remplace les majuscules par des minuscules. Et c'est Descartes qui, dans sa *Géométrie* de 1637, introduit les dernières lettres de l'alphabet en minuscule **z, x, y**... L'impact de sa méthode va véhiculer sa notation qui se généralise auprès des mathématiciens à la fin du 17e siècle.

Dans la brochure de l'IREM de Poitiers *Les nombres relatifs au collège*, on trouvera, outre celle des chinois déjà citée, des illustrations des notations et équations des indiens, de Diophante, de Chuquet, de Bombelli, de Stevin, de Descartes...

RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur...
Cette rubrique est à vous.

Serge Parpay

Soit un repère orthonormé. Peut-on construire un triangle équilatéral ABC tels que les coordonnées de A, de B et de C soient des nombres entiers ?

Nous avons reçu un certain nombre de solutions : par calcul de l'aire du triangle avec un déterminant (J.Fort, D.Daviaud), par la rotation (A. Pichereau, E. Guichet)), par les complexes (Jacques Douglazet).

1) Nous donnons la solution de Jacques Fort :
«... dans le numéro 30 de Corol'aire, j'ai été intrigué par l'exercice relatif au triangle équilatéral dont les sommets ont des coordonnées entières ; ce qui incite à faire de l'arithmétique. Or le problème est algébrique et plus général : Il n'existe pas de triangle équilatéral dont les coordonnées des sommets soient toutes rationnelles (repère orthonormé).

Pour la preuve de cette assertion, on peut par exemple utiliser la relation classique dét $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ =2 aire (triangle $(\overrightarrow{ABC})$), soit

$$\text{dét}\,(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \frac{\overline{BC}^2\sqrt{3}}{2}$$

En introduisant les coordonnées (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), des sommets A,B,C, du triangle équilatéral ABC,

$$\sqrt{3} = \frac{2\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}}{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$ ce qui exclut que les coordonnées soient toutes rationnelles ! ».

2) Daniel Daviaud apporte quelques compléments au problème proposé :
«On peut construire autant de triangles équilatéraux qu'on veut dans un espace de dimension 3. Pensez par exemple à joindre 3 sommets d'un cube. Pensez aussi aux faces d'un octaèdre.

Il suffit de choisir 3 vecteurs comme ceux-ci : $\overrightarrow{AB}$ (1, 2, -3), $\overrightarrow{BC}$ (2, -3, 1), et $\overrightarrow{CA}$ (-3,1,2).

Enfin j'ai cherché des triangles équilatéraux du type suivant (avec a, b et c entiers) : A(0, 0, c), B(a, b, 0) et C(a, b, c). Pensez-vous qu'il en existe ? ».

3) Autres solutions :
a) Si on «inscrivait» le triangle équilatéral ABC dans un rectangle (plusieurs cas de figures), ce triangle aurait pour aire $S = AB^2\sqrt{3}/2$.
S est irrationnel (AB^2 est entier d'après le théorème de Pythagore). Les triangles rectangles (2 ou 3 selon le cas de figure) «encadrant» le triangle ABC, ayant leurs côtés d'angle droit entiers, auraient pour somme d'aires S'=n /2 (n entier). Le rectangle ayant ses côtés entiers aurait pour aire S"=m (m entier). Mais S" - S' = S n'est évidemment pas possible. Le triangle ABC ne peut exister.

b) Si on ne veut pas faire appel au rectangle précédent, et donc éviter les cas de figure, on peut utiliser le théorème de Pick *: l'aire S d'un polygone de réseau quelconque (c'est-à-dire un polygone ayant tous ses sommets de coordonnées entières) est donnée en fonction du nombre de points frontières F et de points intérieurs I par la formule S = F/2 + I -1.
L'aire du triangle ABC serait donc rationnelle ce qui est incompatible avec la valeur irrationnelle trouvée ci dessus en 3).

** Pour une démonstration de ce théorème, voir : Visions géométriques de Ian Stewart (Pour La Science, Diffusion Belin), p.97 et suivantes, ou PLOT n°3 / décembre 76 (article de Marc Blanchard).*

Serge Parpay

Deux exercices du Rallye du Niger

1) Montrer qu'il existe un triangle ABC de hauteur AH tel que les longueurs AH, AC, BC et BA soient quatre nombres entiers consécutifs.

2) Sauriez-vous dire pourquoi un triangle qui contient un point, et qui est tel que ses sommets et ce point ont, dans un plan rapporté à un repère orthonormé, des coordonnées qui sont des nombres entiers, a une aire supérieure à 3/2 ?

Trouvé dans une solution à un problème du Rallye de Bourgogne

«Théorème d'Epicure» (sic) : Autour d'une table il y a toujours autant d'hommes ayant une femme à leur droite que de femmes ayant un homme à leur droite.

Exercice donné dans une terminale S du Lycée Jean Macé de Niort

Soit un triangle A'B'C' image d'un triangle ABC dans une rotation d'angle $\pi/3$, M le milieu de [CB'], N le milieu de [AC'] et P le milieu de [BA']. Montrer que le triangle MNP est équilatéral.

Exercice

When Mr Smith cashed a cheque at the bank the cashier made a mistake and read pounds for pence and vice-versa (i. e.The cheque was for £a+b p. and the cashier gave him £b + ap.). Mr Smith spent 5 pence and then discovered that he had left exactly twice as much as his original cheque. What was the amount of the cheque.

Alan Harrison

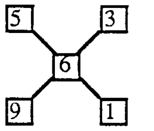
Le charme du passé : Le Mémento Larousse. Vingt ouvrages en un seul « (Edition année ?, mais avant 1940 !) donnait dans la partie «arithmétique», sous le titre «Mélanges et alliages», le problème suivant :

Déterminer les quantités des différentes espèces de marchandises qui doivent entrer dans un mélange, connaissant la valeur de chaque marchandise et la valeur moyenne du mélange.

Exemple : on a du café à 5 francs et à 9 francs le kilogramme. Combien faudra-t-il prendre de chacune de ces qualités pour obtenir un mélange à 6 francs le kilogramme ?
Solution. Sur chaque kilogr. de la première sorte que l'on vendrait 6 francs, on gagnerait 6 - 5 = 1 franc. Sur chaque kilogr. de la seconde sorte que l'on vendrait 9 francs, on perdrait 9 - 6 = 3 francs. Il y aura compensation si on mélange 3 kilogr. à 5 francs et 1 kilogr. à 9 francs ; car d'une part on gagne 1 x 3 = 3 francs, et d'autre part on perd 3 x 1 = 3 francs.

Règle pratique. Tirer deux diagonales ; placer aux extrémités, à gauche, le prix de chaque qualité ; écrire au milieu le prix du mélange ; ensuite, chercher les différences des prix avec le prix du mélange. Placer chaque différence à l'extrémité de la ligne où se trouve le nombre qui a donné cette différence.

Les nombres étant ainsi disposés, il se trouve que le chiffre en haut, et à droite, donne la quantité qu'il faut prendre de la qualité que représente le chiffre placé en haut à gauche. Le chiffre en bas, et à droite, donne la quantité à prendre de la qualité que représente le chiffre placé en bas et à gauche.



Arithmétique : *Jean Souville, directeur de l'IREM de Poitiers a réuni un groupe de réflexion sur l'enseignement de l'arithmétique pour les futurs programmes. Des stages IREM sont prévus sur ce sujet. Des exercices "anciens" ont été examinés et discutés. Voici quelques-uns de ces exercices, en vrac, certains utiles "pour le futur", d'autres non. Une seconde série pourra être publiée dans le prochain numéro si nos lecteurs sont intérressés spéialement par la question. Ils peuvent nous écrire et proposer d'autres exercices.*

Si nous recevons des solutions aux exercices, nous publierons celles apportant un plus par rapport à une solution classique

Serge Parpay

1) Trouver tous entiers naturels a, b, c tels que $abc = 4(a + b + c)$.

2) Montrer que tout entier impair non divisible par 5 a un multiple dont l'écriture ne comporte que des 1.

3) Déterminer le PGCD de 15 a + 4 b et de 11 a + 3 b en fonction du PGCD "d" de a et b.

4) Si 7 divise $a^2 + b^2$, montrer que a et b sont multiples de 7(Sierpinski).

5) Si n est premier, $n \geq 5$ montrer que $n^2 - 1$ est multiple de 24 (bulletin de l'APMEP).

6) Si a et b sont deux entiers, montrer que PGCD (a,b) = PGCD (a + b, PPCM(a,b)).

7) Montrer que si n est un entier non premier ≥ 5, l divise $(n - 1)!$.

8) Soit n un entier, $n > 0$. Déterminer le reste de la division de $(n + 2)^2$ par n, puis celui de $(n + 3)^2$ par $(n + 1)$. *Attention : il y a des cas particuliers ...*

9) Si (F_n) est la suite de Fibonacci $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, montrer que :

a) pour tout entier n, les entiers F_n et F_{n+1} sont premiers entre eux,

b) pour tout entier m et n, on a $F_{m+n} = F_m . F_{n+1} + F_{m-1} . F_n$.

c) si d est le PGCD de m et n, F_d est le PGCD de F_m et F_n.

10) L'effectif d'une école est compris entre 100 et 300 élèves. Si on les range par files de 4, 5 ou 6, il reste toujours 3, mais si on lesrange par files de 9, il n'en reste plus. Trouver le nombre d'élèves de cette école. (Brachet-Dumarqué, 4ième, 1950).

11) Montrer que $a^{13} - a$ est divisible par 546 (a entier 2). (Maillard et Millet, classe de mathématiques, 1952).

12) Trouver l'expression générale des nombres qui admettent 18 diviseurs (y compris 1). Même question avec 100 diviseurs (id.).

13) On considère deux nombres entiers (positifs) a et b tels que $a^2 + 2b$ soit un carré parfait.

a) Démontrer que 2b est le produit dez deux nombres pairs.

b) Mettre $a^2 + b$ sous la forme d'une somme de carrés. (id.).

Curiosités

1) Calculer 8 589 934 592 x 116 415 321 826 934 814 453 125 (Ogilvy-Anserson).

2) Calculez à la machine le nombre $n = (\ln((640\,320)^3 + 744) / \ )^2$. Si le résultat vous surprend - ce qui serait normal -! - alors consultez, à la page [n-11], le merveilleux bouquin de François Le Lionnais, "*Les nombres remarquables*" (Editions Herman 1983).