Edito

Mathématiques pour tous ?

C'était le thème des Journées Nationales de Marseille, c'est aussi un sujet de réflexion permanent pour l'APMEP.

***Mathématiques pour tous les citoyens :** Jean Souville soulignait le 19 novembre dernier l'importance des mathématiques pour développer l'esprit critique et lutter contre l'obscurantisme. Ce pourrait être notre contribution à l'éducation civique dont on parle beaucoup en ce moment.*

***Mathématiques pour tous les jeunes :** jusqu'à la classe de Seconde, l'objectif de la formation mathématique est grosso modo le même pour tous, il s'agit de contribuer au bagage de base de «l'honnête homme». Pour nous, enseignants, le défi est alors de gérer l'hétérogénéité. Des expériences intéressantes ont été lancées, comme la mise en place des ZEP dont l'APMEP entreprend l'analyse. La mise en place des parcours diversifiés, plus controversée, appelle quant à elle une réflexion spécifique pour laquelle a été créé également un groupe de travail.*

***Mathématiques pour tous les profils :** à partir de la classe de Première, les objectifs de formation diffèrent pour les scientifiques et les non-scientifiques. L'APMEP a créé deux groupes de travail sur ces thèmes, et est par ailleurs représentée dans deux commissions ministérielles, l'une sur les lycées et l'autre sur le bac.*

***Mathématiques pour tous les goûts :** outil ou jeu intellectuel ? expérimentation ou déduction ? Un groupe de travail va réfléchir sur le statut de la démonstration, des conjectures, des expérimentations, des «choses admises». Et au niveau régional, saluons les «Allumaths» qui font des math tout simplement... pour le plaisir !*

Sur tous les points évoqués ci-dessus, comme d'ailleurs sur d'autres qui vous intéressent, nous espérons vos contributions.

Cette réflexion sera d'autant plus riche que nous serons nombreux et divers. C'est pourquoi nous voulons développer l'Association. Nous pensons entre autres aux lycées professionnels pour lesquels nous prévoyons une réunion le samedi 4 février à Niort. Nous pensons aussi aux jeunes collègues : je veux dire ici ma satisfaction de les voir non seulement adhérer, mais aussi prendre des responsabilités au sein du comité régional.

Louis-Marie BONNEVAL

SOMMAIRE

Association
des **P**rofesseurs
de **M**athématiques
de l' **E**nseignement
Public

79 86 17 16

apmep

Régionale de Poitiers

Décembre 1997 n° 31

COROL' AIRE

IREM, Fac. des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206 DISPENSE DU TIMBRAGE
POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 6 F.
Abonnement 1 an (4 numéros) : 20 F.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur .... Louis-Marie BONNEVAL
Comité de rédaction Colette BLOCH, Serge PARPAY, Jean FROMENTIN.
Imprimerie .... IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur PINEAU 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur .... APMEP Régionale de Poitiers
Siège social .... IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur PINEAU 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P. .... n° 73 802
Dépôt légal .... Décembre 1997

Régionale Poitou-Charentes

Assemblée générale du 19 novembre

Lycée Audoin-Dubreuil à St Jean d'Angély

C'est devant plus de 50 personnes que Louis-Marie Bonneval ouvre l'Assemblée générale après avoir remercié les responsables du Lycée Audoin Dubreuil pour leur accueil.

Il commente le rapport d'activités de l'année 1997, rappelle toutes les actions de l'année passée et insiste sur les nouvelles dates à retenir :

- 10 décembre, à Niort, pour «Mathématiques etAssurances»
- 4 février, à Niort, pour la journée sur le lycée professionnel (voir dernier BGV).

Pour l'année prochaine, la Régionale a déjà pris des contacts pour de nouvelles conférences. Par ailleurs elle souhaite également mettre en place un site Internet en liaison avec le serveur de l'APMEP nationale et celui de l'Académie de Poitiers.

Les différentes actions de l'APMEP nationale sont rappelées : les 4 heures en Collège, la réforme du Lycée et l'Evaluation en Terminale.

Marc Blanchard présente alors le club «Allumaths» et propose quelques problèmes en espérant une participation plus nombreuse.

Claudie Larue commente le rapport financier, reflet des activités de la Régionale et qui en confirme la bonne santé.

Les rapports (activités et financier) sont approuvés à l'unanimité, ainsi que le renouvellement du Comité dont vous trouverez la composition ci-dessous.

Jean Souville, avec «Enseigner l'arithmétique aujourd'hui ?», a terminé un après-midi bien rempli.

Jacky CITRON, secrétaire de séance.

Vie associative

Voir en dernière page l'article de SUD OUEST

Nous avons rapporté de Marseille les affiches des Journées Nationales qui auront lieu l'an prochain à Rouen. Pour vous en procurer, adressez-vous selon votre département à :
79 Pierre-Jean Robin 05 49 04 95 82 ;
86 Annette Fontaine (IREM) 05 49 45 38 79 ;
16 Anne-Marie Doreau 05 45 91 05 54 ;
17 Mireille Dichtel 05 46 32 44 61.

Appel de l'APMEP : Le Bureau National de l'APMEP a souhaité que la réflexion menée à l'intérieur de l'Association soit l'affaire de tous et a demandé aux Régionales d'être le relai entre la «base» et les structures nationales. Ainsi, la Régionale de Poitou-Charentes a désigné des correspondants pour recevoir et transmettre vos contributions sur les niveaux ou sur les thèmes suivants :

Niveaux : Formation des enseignants, enseignement élémentaire, premier cycle (collèges), second cycle (lycées), second cycle (L.P.), enseignement supérieur (y compris C.P.E.G.).

Thèmes : Qu'est-ce qu'un élève scientifique, quelle culture mathématique pour un scientifique ?
Quelle culture mathématique pour un non-scientifique ?
Statut de la démonstration, des conjectures, des expérimentations, des «choses admises» ?
Prise en charge de l'hétérogénéité (dont : les parcours diversifiés), le travail en Z.E.P.

Nous attendons vos contributions.

COMITÉ de la Régionale APMEP - Poitou-Charentes - 1998

Président : Louis-Marie Bonneval
7 rue du mouton, 86000 Poitiers. 05 49 41 42 19
Vice-président : Pierre-Jean Robin
5 Imp. du Superot, 79270 La Rochenard. 05 49 04 95 82
Secrétaire : Chantal Gobin
Mazault, 86200 Chalais. 05 49 98 14 26
Secrétaire-adjoint : Frédéric Michaud
14, rue de la Bretonnerie, 86000 POITIERS. 05 49 50 95 10
Trésorière : Claudie Larue
331 chemin des meuniers, 86130 Dissay. 05 49 52 43 08
Trésorière-adjointe : Claude Robin
5, rue A. Rivière, 86100 Châtellerault. 05 49 23 20 16
Responsables
École : Marie-Hélène Chausseau
8, résidence du Parc, 86180 Buxerolles. 05 49 45 675 30
Marie-Claire Jollivet
Les Buis, 16400 La Couronne. 05 45 61 04 25
Collège : Jacques Germain
2 Bd Anatole France, app 212, 86000 Poitiers. 05 49 88 38 44
Madeleine Marot
9 rue des Grands Champs, 86340 Nouaille-Maupert. 05 49 46 67 1 1
Lycée : Jean-Pierre Sicre
78 rue P-F. Proust, 79000 Niort. 05 49 28 39 93
Lycée agricole : Magdy Pradères
114 rue de la Gare, 79230 Vouillé. 05 49 75 64 24
Classes prépa. : Michel et Michèle Henri,
17 bis, rue de la Plaine, 86000 Poitiers. 05 49 45 62 18
Faculté : Jean Souville
210, rue Chemin Vert, 86550 Mignaloux-Beauvoir. 05 49 01 68 82
IUT : Nathalie Baudouin
149 Grand'rue, 86000 Poitiers. 05 49 60 21 97

Rallye : Yvonne Noël
18 rue de la Burgonce, 79000 Niort. 05 49 24 40 02
Corol'aire : Jean Fromentin
17 rue de la Roussille, 79000 Niort. 05 49 73 43 48
Allumaths : - Jacques Chayé
5, rue Emile Faguet, 86000 Poitiers. 05 49 41 60 91
- Serge Parpay
22, rue Rougier, 79000 Niort. 05 49 24 31 70
Publi-maths : Jean Souville
Georges Borion
12 rue Grimaud, 86000 Poitiers. 05 49 01 77 84
Formation des Enseignants + IREM : Maryse Cheymol
40 allée du Clos Bonnet, 86580 Vouneuil/Biard. 05 49 60 09 40
Internet : Samuel Dussubieux
4, Imp. Porte-St-Jean, 17470 Aulnay de Saintonge. 05 46 33 19 98
Chargé de presse + Contacts conférenciers: Dominique Gaud
Rue des Lourdines, 86440 Migné-Auxances. 05 49 54 45 43
Correspondants départementaux :
Charentes : Anne-Marie Doreau
17, Rond-point du Bois, 16730 Linars. 05 45 91 05 54
Charentes-maritimes : Vincent Fielbard
48 rue Louise Pinchon, 17000 La Rochelle. 05 46 34 74 22
Deux-Sèvres : Jean-Paul Guichard
Le Chemin Vert, Le Tallud, 79200 Parthenay. 05 49 64 21 32
Vienne : Cyrille Guiberteau
17, rue du Moulin Chaperon, 86130 Jaunay-Clan. 05 49 52 21 00
Comité National : Jacques Germain et Pierre-Jean Robin
Candidats au Comité National : - Jacky Citron (titulaire)
6 rue de Flandre, 86530 Cenon/Vienne. 05 49 21 09 74
- Françoise Delors
Montgamé, 86210 Vouneuil/Vienne. 05 49 85 37 18

Enseigner l'arithmétique aujourd'hui.

Jean Souville, directeur de l'I.R.E.M. de Poitiers nous a donné le plan de la conférence qu'il a faite le 19 novembre à Saint Jean d'Angély. Nous l'en remercions vivement. Cette conférence a permis des échanges fructueux avec le nombreux «public» présent.

1. Aucun chapitre ne peut être isolé du reste du programme.

Ré-investir l'arithmétique ailleurs

Ré-investir en arithmétique les autres chapitres

Au collège :

a) dans les autres chapitres, les résultats des calculs pourront être des fractions a/b avec a et b à 3 ou 4 chiffres

b) en arithmétique intervient toute l'algèbre du collège : identités remarquables, équations...

c) beaucoup de questions d'arithmétique pourront être posées de façon géométrique comme, par exemple, les points entiers de la diagonale d'un rectangle de côtés a et b.

Au lycée :

a) rotations d'angle 2p/n et racines n-èmes de l'unité

b) fonctions périodiques (notamment à deux périodes, ou du type somme de 2 fonctions de périodes T' et T")

c) suites type Fibonacci.

2. Importance de manipuler de grands nombres :

Formation de processus de calculs notamment.

3. Permettre l'initiative des élèves : leur faire établir diverses stratégies.

Exemples : trouver le reste modulo 97 d'un nombre à 13 chiffres (N° INSEE), reste de la division de 2^{37} par 223 (Fermat a démontré que 2^{37}-1 n'est pas un nombre premier, car multiple de 223).

4. Magie des nombres : forte motivation, mais attention à «lutter contre l'obscurantisme»

(montrer que les maths ne servent pas à mystifier mais à démystifier...)

exemple 1 : théorème chinois : quelle présentation choisir pour que ce ne soit pas un «truc magique»

exemple 2 : périodicité de l'écriture décimale de p/q.

5. Former au raisonnement :

démonstrations par le professeur (à partir de la division euclidienne, tout peut se démontrer) et par l'élève.

a) démonstrations : par récurrence, par l'absurde, par disjonction de cas, par utilisation d'un algorithme.

b) retour sur les méthodes de résolution d'équations :

* ax = b (mod n) * systèmes de congruences
* x^2 = a (mod n) * trinôme...
* sur quoi s'appuient les méthodes et résultats classiques ?
* distinguer directe et réciproque...

c) intervention de nombreuses variables

d) choix large de méthodes, laissant ainsi l'initiative à l'élève.

6. Des applications :

a) critères de divisibilité et «preuve par 9».

b) recherche de solutions «évidentes» de polynômes à coefficients entiers

c) codes de contrôle (ex : code du n° INSEE : complément à 97 du reste modulo 97)

d) cryptographie (méthode RSA ou méthodes plus simples)

Conclusion :

Derrière notre enseignement, se profile une image des mathématiques.

Si nous souhaitons que les mathématiques soient perçues comme autre chose que de simples recettes à appliquer pour réussir l'examen, il est important d'avoir constamment en tête de bons objectifs (par exemple ceux ci-dessous, avec des priorités qui peuvent varier d'un enseignant à l'autre) :

.mathématiques «école de rigueur»

.mathématiques «théorie construite»

.mathématiques «outil».

.mathématiques «langage» qui permet d'appréhender le monde.

Plus de 100 Profs de Maths à la MAIF le 11 décembre dernier.

Lors de la conférence «Mathématiques et Assurances» qui a eu lieu au siège social de la MAIF, nous étions en effet 110 professeurs de mathématiques à apprécier la qualité incontestable des prestations offertes par cinq intervenants de la Mutuelle qui ont su nous montrer simplement, rigoureusement et avec beaucoup... d'«assurance» comment les mathématiques sont utilisées dans le domaine de l'Assurance.

Le fait que les intervenants aient souligné l'indispensable formation mathématique pour initialiser et maîtriser les traitements informatiques nous a particulièrement réconfortés, surtout à une période où on aurait tendance à véhiculer l'idée que l'informatique peut supplanter les mathématiques.

Nous sommes également ravis que les responsables de la Mutuelle aient répondu à notre demande, à savoir : nous fournir des exemples utilisables dans nos classes, de la Sixième à la Terminale et même au-delà. De plus, chaque participant a reçu un dossier détaillé des différentes interventions, dossier qui peut être dupliqué suivant les besoins.

Pour terminer, nous nous sommes retrouvés autour d'un excellent coktail offert par la MAIF et auquel Monsieur l'Inspecteur d'Académie nous a fait l'honneur de participer

Après avoir exploré le domaine tertiaire par le biais de l'Assurance, il nous faut penser à celui du secondaire. Toutes les idées seront les bienvenues.

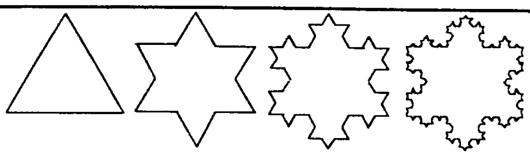
Tous nos remerciements à M. Dominique Thys, Administrateur délégué à la MAIF, et aux cinq intervenants qu'il a su convaincre de «plancher» devant plus de 100 professeurs de mathématiques de Poitou-Charentes. Noële Vigier, Secrétaire générale de l'APMEP, représentait le Bureau National. Nous la remercions pour sa chaleureuse présence.

Pierre-Jean ROBIN

1er avril 1998 *(C'est très sérieux !)* **Arithmétique et Cryptographie.**

Conférence à Poitiers par **Guy ROBIN**, Directeur du laboratoire d'arithmétique de l'Université de Limoges

Rallye Mathématique



POITOU-CHARENTES 1998

Le mardi 7 avril 1998.

Vous avez dû recevoir, ou allez recevoir, par l'intermédiaire de votre Chef d'établissement le dossier d'inscription au Rallye. Ce dossier comprend la présentation du Rallye avec un bulletin d'inscription, une épreuve d'entraînement et les consignes de passation. Cette épreuve a été envoyée en un seul exemplaire. Nous vous laissons le soin de la photocopier selon les besoins.

La date limite d'inscription des classes (Troisièmes et Secondes) est fixée au 7 février.

Nous enverrons, début mars, un accusé de réception des candidatures aux professeurs coordonnateurs des établissements inscrits au Rallye. Les solutions de l'épreuve d'entraînement seront alors jointes à cet envoi.
Comme les années précédentes les éditions Belin, par l'intermédiaire du CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques) fourniront des livres aux classes lauréates.
Ce Rallye est une occasion de «faire des Maths autrement». Il est aussi l'occasion de travailler en équipe, de débattre. Chacun peut apporter ses compétences, des compétences qui ne sont pas nécessairement mathématiques : oganisation, présentation, rédaction, humour... N'hésitez pas à inscrire vos classes.

Yvonne Noël

Que fait l'APMEP pour les Lycées Professionnels ?

C'est le thème de la conférence que Jean-Claude SACHET donnera à l'IUFM de Niort le **mercredi 4 février 1998.**
Qui peut en effet, mieux que lui, parler des actions de l'APMEP dans ce domaine ? Enseignant en L.P., coordinateur de la formation des PLP2 maths-sciences à l'IUFM d'Orléans-Tours, membre de commissions ministérielles concernant les programmes, il a été l'un des initiateurs des actions de l'APMEP en direction des L.P. et a occupé tout naturellement les postes de responsable de la commission L.P. et de secrétaire national pour les L.P. au Bureau de notre Association.
* **Améliorer** l'enseignement en L.P. en réfléchissant sur une définition claire des objectifs visés, en agissant pour des programmes nationnaux «raisonnables», en s'appuyant sur une vision globale de la scolarité des élèves de L.P., en réclamant des effectifs raisonnables.
* **Promouvoir** le travail en équipe interdisciplinaire, notamment en favorisant les rapprochements possibles entre enseignements professionnels et généraux. Saisir la chance des enseignements modulaires en BEP pour avancer dans ce sens.
* **Participer** effectivement et positivement aux instances officielles de définitions (GTD* BEP ou GTD Bac. Pro. par exemple) quand des membres de l'APMEP sont sollicités.
Ce sont les principaux axes des **actions de l'APMEP** qui seront abordés, sans oublier l'opération EVAPM LP/95 : Évaluation des nouveaux programmes de BEP qui a eu lieu en juin 1995 et dont les analyses paraîtront justement début février
Les professeurs stagiaires (PLP2) de notre académie seront conviés à cette conférence dans le cadre de leur formation.

Jean Fromentin

* GTD : Groupe Technique Disciplinaire

Quels savoirs enseigner au lycée ?

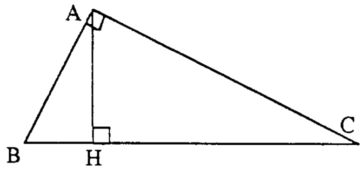
Cette question sera posée lors d'une grande consultation nationale au mois de Janvier avec trois questionnaires : l'un aux élèves, l'autre aux enseignants, le troisième aux établissements (LEGT et LEP). Le point de départ est le constat que l'enseignement en lycée dans les différentes disciplines serait un empilement de connaissances sans liens entre elles. D'où cette consultation qui pourra servir de référence pour les prochaines réformes (notamment les programmes de seconde de la rentrée 2000). Le ministre a certes ses idées, où les mathématiques n'ont sans doute pas la première place, mais diférents indices me font penser que rien n'est bouclé... Je pense donc que nous aurions tort de nous en désintéresser D'autant plus que pour chacun de nous, c'est une bonne occasion de nous interroger sur notre métier
Pour toutes ces raisons, j'ai accepté de participer au pilotage de cette opération sur l'académie.
De leur côté, les IREM, l'APMEP et les autres sociétés mathématiques (SMF, SMAI, UPS) sont consultées depuis quelques mois sur la question de l'enseignement des mathématiques au lycée. Pierre-Jean Robin nous a alertés lors de l'Assemblée Générale du 19 Novembre sur les travaux en cours.
De son côté, la consultation de Janvier portera notamment sur la place de chaque discipline et les rapports entre elles... Il est important que nous ne soyons pas absents des débats !
Alors en cette période de voeux, essayons de penser à ce que nous souhaitons pour nos lycéens, et à le faire savoir !

Jean SOUVILLE.

La géométrie d'Henry Plane.

Suite à la conférence d'Henry Plane à Niort le 12 mars dernier, nous avions présenté dans le Corol'aire n° 29 le théorème de Commandino et deux problèmes qu'Henry Plane avait résolus à l'aide de ce théorème. En voici d'autres applications.

1) Triangle ABC rectangle en A et de hauteur AH.

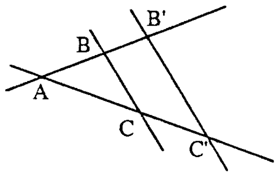


les trois triangles ABC, HBA et HAC sont "équiangles". Leurs aires sont donc proportionnelles aux carrés des côtés correspondants.

$\frac{(ABC)}{BC^2} = \frac{(HBA)}{AB^2} = \frac{(HAC)}{AC^2}$. Or (ABC) = (HBA) + (HAC),

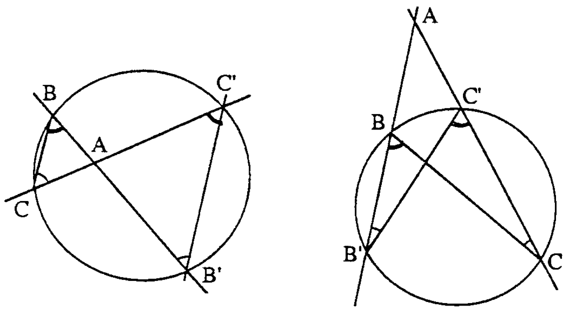
donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Cette démonstration apparaît dans LAMY (1683).

2) Figures remarquables des triangles équiangles.



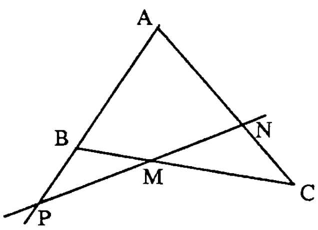
a) Soit deux droites AB et AC sécantes en A, B' sur (AB) et C' sur (AC) tels que (BC) et (B'C') soient parallèles, on a, d'aprés des résultats précédemment obtenus à partir du théorème de COMMANDINO : $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$.

EUCLIDE et ARNAUD ont parlé de cette figure, chacun à sa façon. A la fin du 19ème siècle il lui fut, en France, associé le nom de l'homme de Milet et il fut parlé d'homothétie. On disait que AB et AB' sont "entre-eux" comme AC et AC'. On écrivait AB:AB' :: AC:AC'.



b)Toujours B' sur (AB) et C' sur (AC),
mais angle B'= angle C et angle C' = angle B.
Deux cas de figure :
On associe alors les triangles ABC et AC'B'.
$\frac{AB}{AC'} = \frac{AC}{AB'}$.
On disait avec FERMAT que AB et AB' sont "entre-eux" "réciproquement " comme AC et AC', ou que les "rectangles" AB. AB' et AC.AC' sont égaux.
Après PONCELET on verra les points B, B', C, C' cocycliques et on parlera de puissance de A par rapport au cercle. AB. AB' = AC.AC'.

3) Une propriété mise en avant par ROBERVAL.



$\frac{(PBM)}{(PAN)} = \frac{PB.PM}{PA.PN}$; $\frac{(MNC)}{(MPB)} = \frac{MN.MC}{MB.MP}$; $\frac{(NPA)}{(NCM)} = \frac{NP.NA}{NM.NC}$.

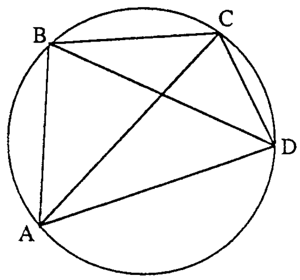
Si on oriente les aires : (PBM) = (MPB), (MNC) = (NCM), (NPA) = (PAN).

En faisant le produit des premières égalités et en simplifiant :

$1 = \frac{@(PB)}{@(PA)} \cdot \frac{@(MC)}{@(MB)} \cdot \frac{@(NA)}{@(NC)}$ Hommage à MENELAUS.

(NDLR : @(XY) voulant dire ici "mesure algébrique" de XY, le surlignage "traditionnel" étant techniquement difficile à obtenir par notre traitement de texte).

4) VIETE -début du 17ème siècle- a dégagé cette proprieté qui en rappelle une autre de PTOLEMEE -2ème siècle- :



Un quadrilatère est inscrit dans un cercle. Comparons le triangle BCD au triangle ABD :

les angles BCD et BAD sont supplémentaires $\frac{(BAD)}{(BCD)} = \frac{AB.AD}{CB.CD}$.

Dans le triangle CAD, les angles CBD et CAD sont égaux $\frac{(CAD)}{(BCD)} = \frac{AC.AD}{BC.BD}$.

Dans le triangle CAB, les angles CDB et CAB sont égaux $\frac{(CAB)}{(BCD)} = \frac{AC.AB}{DC.DB}$.

Or (BAD) + (BDC) = (CAD) + (ACB) = (ABCD).

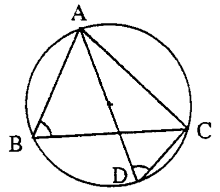
En divisant les deux membres par (BCD), il vient : $\frac{AB.AD}{CB.CD} + 1 = \frac{AC.AD}{BC.BD} + \frac{AC.AB}{DC.DB}$,

puis en multiplant de même par BC.CD.DB : AB.AD.DB. + BC.CD.DB = AC.CD.DA + AC.CB.BA

ou, après mise en facteur : $\frac{DB}{AC} = \frac{DA.DC + BA.BC}{AB.AD + CB.CD}$.

(Suite page 6)

5) Enfin, calculons une aire !



Un triangle ABC et sur son cercle circonscrit de rayon R le point D diamétralement opposé à A : angle ABC = angle ADC ; alors $\frac{(ABC)}{(ADC)} = \frac{BA.BC}{DA.DC}$ ou (ABC) = (ADC). $\frac{BA.BC}{DA.DC}$, mais l'angle ACD est droit, donc $(ADC) = \frac{1}{2}$ AC.DC, $(ABC) = \frac{1}{2}$ AC.DC. $\frac{BA.BC}{DA.DC} = \frac{1}{2}\frac{AC.BA.BC}{DA}$.

DA = 2R, et selon l'usage AB = c, BC = a , CA = b ; donc $(ABC) = \frac{a.b.c}{4R}$.

RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ...
Cette rubrique est à vous.

Serge Parpay

* Faut-il des sénateurs géomètres ?

Dominique Gaud nous a transmis un article du Canard Enchaîné (" J'aime bien Badinter, mais je trouve qu'il a une façon bien cavalière de parler de maths, même si le sujet est cavalier " précise notre éminent collègue). Voici l'extrait de l'article qui pose question : «...On arrive au cœur du débat : faut-il, pour protéger les chères têtes blondes, interdire la présence des sex-shops dans un rayon de 100 m, voire 300 m, autour d'une multiplicité d'établissements scolaires susceptibles d'être fréquentés par des mineurs [...] ? "*En commission*, explique Robert Badinter, *nous avons essayé de mesurer ce que représentait un périmètre de 300 m : nous sommes arrivés à 27 hectares, je crois. Si nous prenons la carte d'une ville et que nous traçons un cercle d'un tel rayon autour de chaque établissement, nous couvrons toute la ville !* " . Protestation de Patrice Gélard [sénateur RPR.] qui trouve ce calcul faux et absurde...»

* Un devoir en Terminale S.

Le texte ci-dessous a été proposé l'an dernier aux élèves d'une classe du lycée Jean Macé de Niort (devoir à la maison). Une autre solution, plus concise, a été publiée dans Panoramath 96 ; mais le but recherché n'était pas le même.

On se propose de résoudre un exercice donné au Concours Général (mathématiques classe Terminale S) en 1996.

> **Soit la fonction f définie pour tout réel x strictement positif par $f(x) = x^x$**
> **Déterminer la valeur minimale prise par cette fonction lorsque x décrit l'ensemble des réels strictement positifs.**
> **Soient x et y deux réels strictement positifs, montrer que $x^y + y^x > 1$**

<u>Première partie</u>

1) Soit la fonction f définie pour tout réel x strictement positif par $f(x) = x^x$
Déterminer la valeur minimale prise par cette fonction lorsque x décrit l'ensemble des réels strictement positifs.
Montrer que l'on peut définir une fonction F continue sur $[0 ; +\infty[$ telle que pour $x > 0$ $F(x) = f(x)$; $x = 0$, $F(0) = 0$
On appellera m la valeur minimum prise par $f(x)$.
2) Construire la courbe représentative de F

<u>Deuxième partie</u>

Pour démontrer $x^y + y^x > 1$ on peut toujours supposer (à cause de la symétrie de l'inégalité) $0 < x \leq y$
1) Montrer que si $y \geq 1$ alors $y^x \geq 1$. En déduire que dans ce cas $x^y + y^x > 1$
2) Montrer que si $x = y$, alors $x^y + y^x > 1$
3) Conclusion : que reste-t-il à présent à montrer pour avoir : $x^y + y^x > 1$ pour tous x et y réels strictement positifs ?

<u>Troisième partie</u>

Dans toute cette partie a sera un nombre réel tel que **$0 < a < 1$.**

A) 1) Etudier la fonction φ définie sur [0 ; a] $\varphi(x) = x^a$.
Tracer sa courbe représentative (Φ) (on choisira une valeur de a). On appellera A le point (a, φ(a)) de la courbe (Φ).
2) Trouver l'équation du segment [OA]
3) Etudier la position relative de (Φ) et du segment [OA]

B) 1) Etudier la fonction ψ définie sur [0 ; a] par $\psi(x) = a^x$. Soit (Ψ) sa courbe représentative. On appellera B le point (0, 1) de (Ψ)
2) Trouver l'équation de la tangente (T) en B à (Ψ)
3) Tracer (Ψ) et la tangente (T) (on choisira la valeur de a choisie précédemment).
4) Etudier la position relative de (Ψ) et de (T) sur l'intervalle [0 ; a].

C) 1) En utilisant A 3 et B 4, montrer que : $x^a + a^x \geq 1 + x\,(a^{a-1} + \ln a)$
2) En utilisant la première question de la première partie, montrer que : $a^a + \ln(a^a) > 0$. En déduire que $a^{a-1} + \ln a > 0$.
3) Montrer alors que pour $0 < x < a$, on a : $x^a + a^x > 1$
4) Conclure.

* Exercice

A l'occasion d'une réunion de travail sur le Rallye Mathématique de Poitou-Charentes, Jean Morin nous a proposé le problème suivant que nous vous soumettons.

> *Peut-on construire, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, un triangle équilatéral ABC tel que les coordonnées de A, de B et de C soient des nombres entiers ?*

* Groupe des Allumaths.

Notre groupe, qui a été présenté dans le Corol'aire n° 30 et à la dernière assemblée générale de la Régionale de Saint-Jean d'Angély, démarre plutôt bien. Il n'est pas trop tard pour venir y travailler, bien au contraire. Vous avez des idées ? Surtout ne les gardez pas pour vous ; elles nous sont utiles ! Merci.

Problème proposé par Marc Blanchard dans le Corol'aire n°29 page 6.

Nous avons reçu outre bien sûr la solution de l'auteur celles de Daniel Daviaud, d'Alain Pichereau et de Serge Parpay.
Ces solutions sont de nature très différentes. Nous les confions au groupe des Allumaths pour "suite à donner". Nous pouvons cependant les transmettre à ceux qui souhaiteraient les avoir (écrire à la rédaction en joignant 12 F en chèque ou en timbres-poste pour couvrir les frais de photocopie et d'envoi).

* Exercice 1 du Concours Général 1997 (Corol'aire n° 30) : Rectificatif.

Alain Pichereau nous a fait parvenir des rectificatifs concernant sa solution au problème du Concours Général présentée dans le Corol'aire n° 30.

Voici la correction du paragraphe concerné avec, cette fois, les indices au bon niveau ! J. F.

<u>Preuve de l'existence d'au moins un départ possible :</u>

S'il n'existe pas de départ possible alors $\exists i_1 \in E$ tel que $\Sigma_1 = \Sigma(1,i_1) \leq 0$ ($i_1 \neq 1997$ car $\Sigma(1,1997) = 1$), $\exists i_2 \in E$ tel que $\Sigma_2 = \Sigma(i_1+1, i_2) \leq 0$, $\exists i_3 \in E$ tel que $\Sigma_3 = \Sigma(i_2+1, i_3) \leq 0$,...., etc,
($i_k \neq i_{k+1}$) car $\Sigma(i_k+1, i_k) = 1$).
E étant un ensemble fini, il existe k et j tels que $1 \leq k < j$ et $i_k = i_j$: c'est le principe des "tiroirs". (En fait $k+1 < j$ puisque $i_k \neq i_{k+1}$). Considérons $S = \Sigma_{k+1} + \Sigma_{k+2} + ... + \Sigma_j$: on a évidemment $S \leq 0$, mais S est la somme des valeurs inscrites sur les jetons rencontrés lorsqu'on parcourt le polygone dans le sens trigonométrique à partir de v_{i_k+1} (compris ; $v_{1998} = v_1$ jusqu'à $v_{i_j} = v_{i_k}$ (compris) : forcément on a fait le tour du polygone exactement un nombre entier de fois et donc $S = l \times 1 = l$ avec $l \in \mathbb{N}^*$. D'où la contradiction avec $S \leq 0$; il existe donc au moins un départ possible.
Remarque : ce résultat ne nécessite pas que les v_i soient des entiers relatifs.

Histoire des symboles. Le saviez-vous ? Proposée par Jean-Paul Guichard

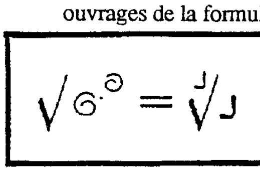
(XI) e = 2,718...

La nécessité d'employer un symbole pour représenter la base des logarithmes népériens est assez vite apparue. En 1690 Leibniz utilise la lettre "b". C'est Euler qui introduit la lettre "e" qui figurera dans des publications en 1736, 1747, 1751. Il sera suivi par Daniel Bernoulli (1760), Condorcet (1771), Lambert (1764), Bezout (1797)... Par contre D'Alembert en 1747 utilise la lettre "c". En Italie, si Frisi, en 1782, utilise "e", la même année Ferroni utilise "C". La lettre "c" que l'on retrouve chez quelques mathématiciens français et italiens au 18ème siècle se retrouve en 1855 chez l'américain Benjamin Pierce, alors qu'une dizaine d'années plus tôt, dans son ouvrage "Les Fondements de l'Algèbre" (1842), le célèbre mathématicien anglais De Morgan utilise la lettre epsilon "ε" pour "e", et "E" pour "$e^{\sqrt{-1}}$".

Nous allons terminer par une proposition de Benjamin Pierce faite en 1859 et qui n'a pas eue de lendemain, mais qui est intéressante par l'argumentation développée. En effet peut-on choisir n'importe quel symbole pour désigner un objet mathématique, ou vaut-il mieux choisir un symbole qui garde une trace de l'objet, de sa signification, qui en soit un résumé mnémonique ? On pourrait de ce point de vue comparer des notations concurrentes telles que (AB) et d, i et $\sqrt{-1}$, $\dot{y}$ et dyf'(x) et $\frac{df}{dx}$, $\int f$ et I (f)... et analyser le sens de certains symboles tels $\int_a^b f(x)\,dx$, $\sum_{p=1}^{p=n} u_p$ ...

Mais revenons au texte de Benjamin Pierce intitulé : Note sur deux nouveaux symboles, par Benjamin Pierce, Professeur de Mathématiques au Collège de Harvard, Cambridge, Massachusetts. *«Les symboles utilisés actuellement pour noter la base des logarithmes Népériens et le rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre ne conviennent pas, pour bien des raisons ; et la relation étroite qui existe entre ces deux quantités doit être indiquée dans leur notation. Je propose les caractères suivants, que j'ai utilisés avec succès dans mes cours :*
ᘎ *pour noter le rapport de la circonférence au diamètre,*
ᘏ *pour noter la base des logarithmes Népériens.*
On pourra voir que le premier symbole est une modification de la lettre c (circonférence), et la seconde de b (base).
Le lien entre ces deux quantités est montré par l'équation : ᘏ$^{ᘎ} = (-1)^{-\sqrt{-1}}$ *.»*

Ses fils utilisèrent ces notations dans leurs articles, et l'un d'eux orna la page de couverture d'un de ses ouvrages de la formule

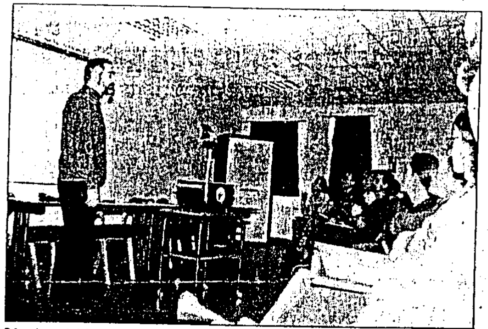


SAINT-JEAN-D'ANGÉLY

Les maths à la page

Un serveur internet, quatre heures de mathématiques par semaine au collège et l'arithmétique ont été les sujets principaux traités par l'APMEP

SUD-OUEST 28/11/97



L'assemblée générale des professeurs de mathématiques de la région s'est tenue à Saint-Jean-d'Angély (Photo J.-L. D.)

L'arithmétique va réapparaître dans les programmes, mais pas sous forme de maths modernes (Photo Jean-Louis Desor)

JEAN-LOUIS DESOR

L'enseignement des mathématiques évolue et s'adapte. L'assemblée générale des professeurs de mathématiques de la région Poitou-Charentes (1) s'est déroulée dernièrement à Saint-Jean-d'Angély, au lycée Audouin-Dubreuil. L'occasion de faire le point sur les activités de l'année : un travail de réflexion pédagogique est entrepris pour que tous les élèves du collège bénéficient de quatre heures de mathématique par semaine, l'arithmétique va réapparaître dans les programmes l'année prochaine et l'association va disposer d'un serveur internet.

« *Le but de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP) est de promouvoir la réflexion collective, les contacts entre les enseignants de la maternelle à l'université*, explique Louis-Marie Bonneval, président depuis un an. *Réflexion pédagogique, action et information sur les réformes, les programmes, l'évolution... On essaye de faire passer nos idées au sein des institutions : nous sommes on est en relation avec les inspecteurs généraux et les inspecteurs pédagogiques régionaux mais en gardant une indépendance totale.* »

Au niveau régional, le nombre d'adhérents de l'association a progressé, passant de 251 à 265 membres. « *On ne refuse pas nos collègues du privé, au contraire, ils étaient invités et sont les bienvenus* », précise le président.

Parmi les sujets discutés lors de cette réunion, la récente réforme qui propose le système des parcours diversifiés a été abordée : « *Certains collèges proposent 3 heures, d'autres 3 h 30 ou 4 heures, on voudrait une base commune de 4 heures* »

Au niveau régional, le président souhaite développer le bulletin qui lie les membres. « *On voudrait aussi créer un serveur internet en liaison avec l'IREM (Institut national de recherche sur l'enseignement des mathématiques).*

» Autres activités : l'APMEP organise assez régulièrement quatre à cinq conférences par an.

« *Le 10 décembre, au siège de la MAIF à Niort, on en prévoit une sur le thème "mathématiques et assurances" à 14 h 30.* »

LE RETOUR DE L'ARITHMÉTIQUE

Après l'assemblée générale, Lean Souville, maître de conférence à l'université de Poitiers, directeur de l'IREM, a fait un exposé sur l'arithmétique, disparue des programmes du secondaire depuis une quinzaine d'années. « *La plupart des collègues trouvent cela dommage, mais l'arithmétique va réapparaître dans les programmes de troisième qui seront en vigueur l'an prochain et cela est en projet pour les terminales scientifiques*, confie Louis-Marie Bonneval.

Et cela ne sera pas enseigné de la même façon, sous forme de maths modernes. Nous la présenteront de manière à rendre cela digeste aux élèves. »

L'arithmétique, discipline vieille comme l'antiquité grecque, consiste à l'étude des nombres entiers (les suites, les limites, les nombres premiers, PGCD, PPCM...).

(1) Pour tous renseignements, APMEP, Louis-Marie Bonneval (président), tél. 05.49.41.42.19.