

Edito

Pour une formation continue allègre et royale

Notre ministre, champion des formules à l'emporte-pièce, a cru bon au moment de la rentrée de dénoncer les enseignants qui seraient en formation au lieu d'être devant leurs élèves. Il serait extrêmement fâcheux que les excès verbaux de Claude Allègre découragent les collègues de suivre des stages de formation.

Quelques abus ici ou là ne peuvent porter le discrédit sur la grande majorité des enseignants, qui font l'impossible pour concilier la nécessité impérieuse de se former - tout au long de leur carrière - et l'obligation non moins impérieuse d'assurer à leurs élèves l'enseignement qui leur est dû.

La valeur de l'enseignement est autant affaire de qualité que de quantité. La quantité doit être suffisante, c'est pourquoi nous réclamons quatre heures de mathématiques pour tous au collège. Quant à la qualité, elle est pour une part essentielle affaire de formation : un enseignement vivant, à la fois centré sur l'élève et conscient de l'évolution de la discipline, suppose non seulement une solide formation initiale, mais aussi une réflexion permanente sur les méthodes et les contenus.

Or les MAFPEN sont en difficulté financière : celle de Poitiers n'a pu assurer les stages d'offre en 97, on ne sait si elle pourra le faire en 98. Dans l'immédiat, il est important que les établissements demandent des stages internes. Cela suppose que les collègues se concertent : le travail d'équipe est déjà en lui-même une co-formation fructueuse.

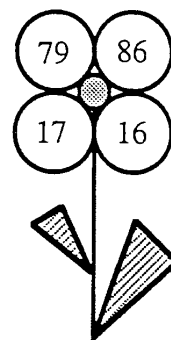
En ce qui concerne les mathématiques, nous avons des inquiétudes pour les IREM (voir l'article de Jean Souville dans le précédent Corol'aire), alors que leur dynamisme et leur utilité ne sont plus à démontrer : il n'est qu'à voir depuis 25 ans le nombre impressionnant de brochures réalisées et de stages animés.

Suite page 2

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie de l'Association	p. 2
Échange avec la Russie	p. 3
A propos de l'article de P. Dubrulle (X. Aubert)	p. 3
Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 4 à 6
Histoire des symboles (Jean-Paul Guichard)	p. 7
Les mathématiques modernes (André Revuz)	p. 7
Ru-bri-collage - Serge Parpay	p. 8
Concours général (A. Pichereau et S. Parpay)	p. 8 et 9
Assemblée générale de la Régionale	p. 10

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



apmep
Régionale de Poitiers

Octobre 1997

n° 30

COROL' AIRE

IREM, Fac. des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206

DISPENSE DU TIMBRAGE
POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 6 F.

Abonnement 1 an (4 numéros) : 20 F.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur	Louis-Marie BONNEVAL
Comité de rédaction	Colette BLOCH, Serge PARPAY, Jean FROMENTIN.
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur PINEAU 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur PINEAU 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P.	n° 73 802
Dépôt légal	Octobre 1997

Régionale de POITIERS

Comité du 17 septembre 1997

*V*ie associative

Il s'est tenu à l'IREM de Poitiers. La séance est ouverte à 14h30 par Louis-Marie BONNEVAL, Président de la Régionale APMEP de Poitiers.

1) Journées nationales.

Déjà une douzaine de personnes ont fait savoir qu'elles feraient le déplacement. Les présents assureront, par roulement, la permanence du stand de l'IREM de Poitiers.

2) Assemblée générale de la Régionale : 19 novembre.

Le lycée Audouin Dubreuil de Saint-Jean-d'Angély sera heureux de nous accueillir. Louis-Marie Bonneval annonce une réunion préparatoire le 12 novembre et demande qu'une action particulière soit faite en direction des jeunes. La conférence de Jean SOUVILLE aura pour titre : «Enseigner l'arithmétique aujourd'hui ?»

3) Mathématiques et assurances.

La conférence se tiendra le 10 décembre à 14h15 précises au siège national de la MAIF. La MAIF se propose de faire l'envoi des affiches. Elles seront envoyées aux chefs d'établissement avec

une lettre d'accompagnement, ainsi qu'à tous les adhérents.

4) Journée des Lycées Professionnels.

Louis-Marie Bonneval nous informe que Monsieur Bernardeau-Moreau (IPET) est d'accord pour le 4 février 1998 à l'IUFM de Niort en présence des stagiaires PLP2. L'organisation de la journée sera décidée avec Jean-Claude SACHET (intervenant) et Marc DAMON, secrétaire national des LP à l'APMEP, tous deux membres actifs de notre Association.

La séance se termine sur une proposition de Marc BLANCHARD de créer un groupe de recherches libres et gratuites avec Serge PARPAY et Jacques CHAYÉ (annonce dans ce Corollaire).

Les membres du Comité et quelques invités sont alors conviés à une petite «cérémonie» en l'honneur du départ en retraite de Jean MORIN, cérémonie magistralement orchestrée par Serge Parpay. Jean MORIN restera, nous assure-t-il, au «club» !

Jacky CITRON, secrétaire de séance.

AVIS DE NAISSANCE

La Régionale Poitou-Charentes de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques) a le plaisir de vous faire part de la naissance de son petit dernier :

LE GROUPE DES ALLUMATHS.

(Les «Allumés» des mathématiques)

Pour quoi ?

Pour faire des mathématiques avec plaisir, poser et se poser des problèmes - et si possible les résoudre - et les commenter (sur tout thème et à tout niveau).

Pour qui ?

Pour tous ceux qui le désirent : enseignants, élèves, toute personne intéressée.

On peut y adhérer en

- s'engageant à le faire vivre ;
- s'engageant à l'alimenter en problèmes ou en solutions ;
- suivant de plus ou moins loin ses travaux avec des contacts ponctuels.

Les premiers animateurs en sont :

- Marc BLANCHARD (Rocheftort)
 - Serge PARPAY (Niort)
 - Jacques CHAYÉ (Poitiers)
- en attendant du renfort.

Pour en savoir plus; vous pouvez entrer en contact avec :
IREM, Groupe des allumaths, 40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

Edito (suite de la page 1)

L'APMEP elle aussi joue un rôle important dans la formation continue. Elle appuie sa réflexion sur les commissions et les groupes de travail nationaux : Premier Degré, Collège, Lycée, LP, Supérieur, Informatique, Histoire des math, Jeux, EVAPM, etc. Au niveau académique, nous nous efforçons de relayer ce travail, de façon que les propositions nationales se nourrissent des préoccupations de la «base». Lors de l'assemblée générale de la régionale le 19 novembre prochain, il serait bon que les collègues intéressés s'expriment, et que des bonnes volontés se dégagent pour faire vivre ces commissions.

Et pour se former dans l'enthousiasme et la bonne humeur, il est un rendez-vous annuel à ne pas manquer : les Journées Nationales, cette année à Marseille les 25, 26 et 27 octobre (sur le temps des vacances, Monsieur Allègre ...).

Louis-Marie BONNEVAL

Journées Nationales APMEP

MARSEILLE les 25, 26 et 27 octobre 1997.

MATH

POUR

TOUS

Échange avec la Russie

Nos collègues Gilles MARECHAL et Luc RAIBON, du lycée Saint Joseph à Bressuire, ont participé à un échange avec la Russie. L'article qui suit est extrait du rapport qu'ils ont rédigé, à propos duquel les collègues intéressés peuvent les contacter.

Historique :

La coopération entre l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) et la RAYM (Association Russe des Professeurs de Mathématiques) a commencé en 1991. Elle s'est concrétisée par deux échanges / stages en 1993 et 94 puis 1995 et 97 avec le soutien moral et financier du service culturel du Ministère Français des Affaires Etrangères. Faute de financement le retour n'a pas eu lieu en 1996 ; l'APMEP se charge seule cette année de l'organisation du stage-retour.

En 1995 le Lycée Saint-Joseph de Bressuire (79) a accueilli une enseignante de mathématiques de Penza ; nous lui avons fait découvrir la vie scolaire ainsi que les différentes structures de la maternelle à l'université.

Nous avons saisi l'occasion d'effectuer le stage-retour, même si pour l'instant les subventions font défaut. Ce séjour, du 10 au 24 avril 97, s'est situé sur les vacances de printemps ; nous avons pris en plus les deux jours de travail qui encadraient ces congés pour les délais de route.

Nous avons eu la chance en 1995 de participer à un séjour avec des élèves dans le cadre d'échanges scolaires avec la ville de Riazan : nous avons ainsi déjà découvert deux établissements scolaires et assisté à des cours de mathématiques.

Impressions générales :

A Penza pendant 6 jours nous avons découvert différentes écoles : maternelle, primaire, secondaires, écoles spéciales, université, institut de formation continue, et assisté à de nombreux cours.

Dans la structure scolaire, plusieurs choses nous ont marqués : le rythme quotidien, la durée des cours, le regroupement primaire/secondaire dans un même établissement, les professeurs principaux, le concours d'entrée à l'université.

En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, nous avons pu suivre une même classe en 9ème (seconde) sur 3 jours et ainsi voir la progression et l'évaluation ; nous avons assisté à deux cours en 7ème (quatrième) sur le même thème dans deux établissements différents ; nous avons aussi pu aborder les concours d'entrée en université.

Le suivi de cours à différents niveaux de mathématiques, mais aussi d'autres matières nous ont permis de découvrir la spontanéité des élèves et leur grande capacité d'expression orale, l'enthousiasme et le grand professionnalisme des enseignants, le bon fonctionnement de toute la structure scolaire malgré le manque criant de finances.

En ce qui concerne les mathématiques, nous n'avons suivi que des séquences isolées ; nous n'avons pas assisté à la présentation d'un chapitre, en particulier nous n'avons pu voir s'il existe des activités d'approche comme elles se pratiquent en France depuis plus de dix ans ; il nous semble que la place de la didactique est plus réduite qu'en France. D'autre part les questions posées par l'utilisation des calculatrices, encore très peu présentes, commencent à être abordées à l'université pédagogique. L'enseignement des mathématiques en Russie insiste beaucoup sur l'activité des élèves et l'utilisation de situations-problèmes.

Ce séjour a été un vrai stage, dans le sens où il a apporté un éclairage nouveau sur notre façon d'enseigner et sur la façon d'utiliser le matériel existant (salle de cours, tableaux, panneaux,...).

Nous remercions tous ceux qui ont contribué à la réalisation de cet échange, et nous souhaitons que d'autres enseignants puissent faire à l'avenir une expérience analogue.

Gilles MARECHAL et Luc RAIBON

Réflexions sur les propos de Pierre DUBRULLE (cf. Corol'aire n°29).

Nota : les réflexions qui suivent n'engagent que leur auteur et per-
sonne d'autre. Je suis retraité depuis 1985, après avoir été doyen
de l'Inspection générale de 1983 à 1985.

Ce qui suit résulte de mon expérience dans l'inspection. Certaines
choses ont assez nettement évolué depuis 1985.

- Il faut remercier M. Dubrulle de s'être exprimé et Corol'aire de
l'avoir publié. Les très nombreux aspects de l'enseignement qui
sont évoqués peuvent donner lieu à des débats qui feront sur gir des
points de vue variés. Ils amèneront sans doute des collègues à nuancer
leurs positions et ce serait heureux, mais, en plusieurs domaines,
il y a des positions diverses qui peuvent être également valables !
Les inspecteurs sont là pour le constater !

- On peut penser quand même que beaucoup seront d'accord sur la
nécessité de traiter l'ensemble d'un programme fixé pour une classe,
et sur la nécessité de faire travailler les élèves. En ce domaine il est
certain qu'il y a un équilibre à trouver entre les devoirs surveillés
et les recherches à rédiger à la maison. Je m'en suis toujours préoccupé
quand je visitais quelqu'un, et je suis heureux que M. Dubrulle
ait soulevé cette question.

- Parlant des programmes, je suis très étonné de ce que dit

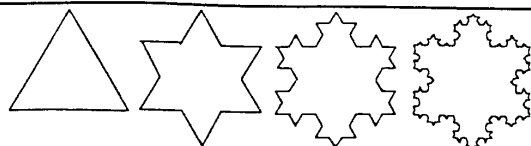
M. Dubrulle. J'ai participé à l'élaboration de plusieurs programmes,
et, lorsque M. Savary était au Ministère, il avait constitué une Commission
dite «verticale» qui rassemblait des collègues de tous les
ordres d'enseignement (du professeur d'université aux instituteurs)
avec une petite minorité d'inspecteurs. J'ai gardé bon souvenir des
travaux de cette Commission qui, au moins au niveau du Collège,
avait rédigé des programmes durables. En outre, avant la publication
officielle de tout programme, le doyen de l'Inspection générale
devait recevoir les représentants de toutes les organisations syndicales,
ce qui a permis quelques modifications (souvent mineures).
Je n'ai jamais eu l'impression de «charcutages» ou de «chapelles»,
mais il me semble évident que des compromis soient nécessaires
quand on est plusieurs à débattre. Et je ne parle pas de réunions
d'information, souvent trop brèves, qui n'étaient pas toujours
mises facilement sur pieds.

- Qu'il y ait des interprétations diverses pour certaines instructions
«officielles» me semble inévitable si l'on veut conserver au professeur
un minimum de liberté non négligeable.

- Pour le reste, la plupart des positions «modérées» de M. Dubrulle
seraient assez bien les miennes. Quelques-unes des réformes passées
n'ont pas toujours été heureuses. J'ai assisté à des travaux en 6e ou 5e
sur des «patates fléchées», où des élèves énonçaient sans sourcilier
que Berne était capitale de l'Allemagne, ou que le Danube inondait la Russie !

Xavier AUBERT.

Rallye Mathématique POITOU-CHARENTES 1998



Comme promis, vous trouverez dans les pages centrales les éléments de solutions à l'épreuve du Rallye de juin dernière épreuve qui figurait dans le Corol'aire n° 29 de juillet en guise de "devoirs de vacances" !

Retenez dès à présent la date du Mardi 7 avril pour l'édition 1998.

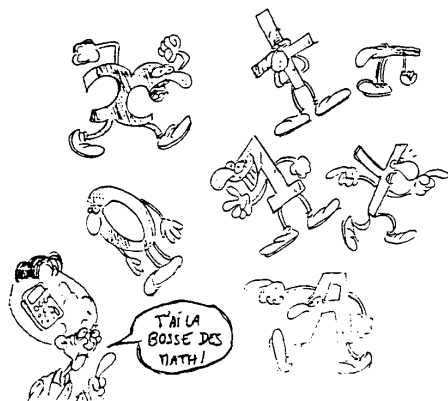
La date limite d'inscription des classes de Troisièmes et de Secondes est fixée au 7 février

Vous recevrez début janvier, dans vos établissements, le dossier d'inscription avec l'épreuve d'entraînement.

Comme les années précédentes les éditions Belin, par l'intermédiaire du CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques) offriront des livres aux classes lauréates.

Nous signalons dans le dernier Corol'aire l'originalité et l'humour de certains dossiers de classes de Secondes. En voici des extraits.

RALLYE MATHÉMATIQUE
Poitou - Charentes



VIENT DE PARAÎTRE ... à l'IREM de Poitiers

Le logiciel de calcul formel au collège et au lycée Derive : un renouveau inéluctable ?

L-M. BONNEVAL, M. CHEYMOL, M. COMBRADE, F. DELORS,
D. GAUD, JP. GUICHARD, M. MAROT, C. ROBIN (septembre 97)

Calcul algébrique au collège, bases de l'analyse au lycée : on sait combien ces domaines essentiels des mathématiques sont délicats à mettre en place et quelle longue maturation demande leur appropriation par les élèves.

Or les outils informatiques fournissent de nouvelles possibilités d'approche. Des logiciels de calcul formel, disponibles sur ordinateur depuis assez longtemps, le sont désormais sur certains modèles récents de calculatrices.

L'existence de ces outils conduit selon nous :

- à repenser les objectifs de notre enseignement, certains savoir-faire perdant leur pertinence au profit de nouvelles compétences.
- à renouveler nos activités d'apprentissage, notamment en développant l'aspect expérimental et en privilégiant la démarche scientifique.

- à revoir les épreuves d'évaluation, dont certaines formes traditionnelles deviennent caduques au regard des nouveaux objectifs, et dont il faut garantir l'équité.

Les auteurs ont privilégié le logiciel DERIVE (SoftWarehouse) d'une part parce que, peu coûteux et fonctionnant sur tout type d'ordinateur, il est disponible dans beaucoup d'établissements et d'autre part parce qu'il est implanté sur la calculatrice TI-92 (Texas Instruments) dont on peut attendre une grande diffusion.

La brochure propose des réflexions générales (notamment une mise en perspective historique), présente des activités pour le collège et le lycée, et ouvre des pistes pour une évolution du Brevet et du Baccalauréat.

121 pages, 45 F (60 F port compris)

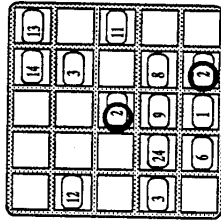
IREM de Poitiers, 40 avenue du recteur Pineau, 86022
POITIERS CEDEX.

RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU-CHARENTES 1997 - Éléments de solutions

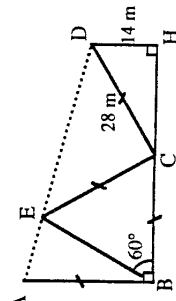
1 Big-Bang. (5 points)

Le plus petit lancer est 4 [2 + 2 ou 3 + 1]. En retirant les jetons entourés, on peut alors retirer le 8 et 11, puis le 13, le 14, le 3, les 12 et 24, puis le 3, le 6, le 9 et le 1.

Si on envisage un plus petit lancer (3 ou 2), il est facile de constater qu'aucun des jetons autorisés par ce lancer ne permet de faire un Big-Bang.



2 Jean de la hune. (10 points)



- 1°) EBC est isocèle, et $\widehat{EBC} = 60^\circ$. Donc EBC est équilatéral, $BE = EC = AB$ et $\widehat{BEC} = 60^\circ$.
- 2°) $BE = BA$; BAE est isocèle, et $\widehat{ABE} = 30^\circ$. Donc $\widehat{AEB} = 75^\circ$.
- 3°) $CD = 2DH$; CDH est la "moitié" d'un triangle équilatéral. Donc $\widehat{DCH} = 30^\circ$. Comme $\widehat{BCE} = 60^\circ$, $\widehat{DCE} = 90^\circ$. ECD est un triangle rectangle-isocèle; donc $\widehat{CED} = 45^\circ$.
- 4°) $\widehat{AEB} + \widehat{BEC} + \widehat{CED} = 180^\circ$. Les points A, E et D sont alignés; D voit A malgré le rocher intermédiaire.

3 Message codé. (10 points)

DONNEZ LES PRÉNOMS, DATES ET LIEUX DE NAISSANCE (SI POSSIBLE) DES GRANDS MATHÉMATICIENS :

FOURIER (Baron Jean-Baptiste, Joseph) Auxerre 1768 - Paris 1830
 GALOIS (Evariste) Bourg-La-Reine 1811 - Paris 1832
 HADAMARD (Jacques, Salomon) Versailles 1865 - Paris 1963
 POINCARÉ (Henri) Nancy 1854 - Paris 1912

4 Ballon de football. (5 points)

Les 12 pentagones ont en tout 60 côtés, et les 20 hexagones 120 côtés. Chaque arête est commune exactement à deux faces. Il y a donc $(60 + 120)/2 = 90$ arêtes dans le polyèdre.
 La couture a donc une longueur de $90 \times 4,5 \text{ cm} = 405 \text{ cm}$.



8 Musiques à céder. (10 points)

	Jazz				Variétés				Classique			
	2CD	3CD	4CD	5CD	2CD	3CD	4CD	5CD	2CD	3CD	5CD	6CD
Anne		1°					1°					
Hélène	3°							3°				
Basile	3°				4°				5°			
Luc	2°		4°								4°	

- 1°) A partir des affirmations (6) et (3), on obtient que c'est Anne qui a 3 CD de Jazz et 4 CD de Variétés, puisque Luc ne peut avoir 4 CD Classiques. L'affirmation (1) permet alors d'éliminer les autres cases sur la même ligne et même colonne, dans chaque catégorie. De plus Luc ne peut avoir 6 CD classique puisqu'il ne peut y avoir 6 CD de Jazz ou de Variétés.
- 2°) L'affirmation (4) indique que Luc ne peut avoir 2 CD de Jazz ni 5 CD de Variétés.
- 3°) L'affirmation (5) élimine pour Basile 2 CD de Jazz et 5 CD de Variétés. C'est donc Hélène qui a 2 CD de Jazz et 5 CD de Variétés. On élimine alors les cases .
- 4°) L'affirmation (6) nous permet alors de savoir que Luc a 5 CD Classiques et Basile 5 CD de Jazz. On peut alors éliminer les cases . Et on en déduit que Luc a 4 CD de Jazz.
- 5°) Reste l'affirmation (7); si AC désigne le nombre de CD Classiques d'Anne, BV et BC respectivement les nombres de CD de Variétés et Classiques de Basile, on a : $7 + AC = 5 + BV + BC$. Si $AC = 2$, $BV + BC = 4$, ce qui est impossible. Si $AC = 6$, alors il faut $BC = 6$ aussi, ce qui est impossible. Donc $AC = 3$, et $BV + BC = 3 + 2$. On a obligatoirement $BC = 2$, donc $BV = 3$. Il reste alors $LV = 2$ et $HC = 6$. D'où la répartition dans le tableau ci-contre.

	J	V	C
A	3	4	3
H	2	5	6
B	5	3	2
L	4	2	5

9 Cumpleaños. Geburtstag. Birthday. Anniversaire. (10 points)

Répartition	Effectifs par ligne	Effectifs cumulés
00 01 02 03 04 05 06 07 08 09	45	45
10 11 12 13 ...	19	$45 + 10 \times 1 = 55$
20 21 22 ...	29	$100 + 65 = 165$
...	...	$165 + 75 = 240$
50 ...	59	$240 + 85 = 325$
60 61 62.		$325 + 95 = 420$
		$420 + 105 = 525$

En écrivant les nombres suivant le tableau ci-dessus, et en totalisant les chiffres des unités d'une part et ceux des dizaines d'autre part, on obtient facilement les effectifs par ligne, puis les effectifs cumulés. Il faut ajouter 21 bougies aux 59 anniversaires.
 Mon grand-père a donc 62 ans. Il y a $6 \times 45 + 3 = 273$ bougies blanches (unités) et $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 18 = 168$ bougies vertes (dizaines).

5 Le trisecteur de BERGERY. (15 points)

(OB) et (Ox) sont tangents au demi-cercle respectivement en B et en C. H (OC) est donc bissectrice de l'angle $\widehat{BOH}$; on a donc $\widehat{DOC} = \widehat{COB}$.

(OB) est médiatrice de [AC]. Le triangle COA est donc isocèle en O. La médiane issue de O est donc aussi bissectrice de l'angle COA.

Les demi-droites (OB) et (OC) partagent donc bien $\widehat{xOx}$ en trois angles de même mesure.

Les demi-droites (OB) et (OC) partagent donc bien $\widehat{xOy}$ en trois angles de même mesure.

Si on appelle C_n le nombre de cubes du niveau inférieur de la pyramide $P(n)$ de n étages, $C_n = C_{n-1} + n$. Donc $C_n = 1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$.
Le nombre de cubes de $P(n)$ est donc $P(n) = C(1) + C(2) + \dots + C(n) = n(n+1)(n+2)/6$.
Pour les élèves, seul un calcul par approches successives pouvait être envisagé. Il fallait faire preuve de beaucoup de méthode, la calculatrice étant ici une aide possible.

3 étages

n	C(n)	P(n)
1	1	1
1	+2	
2	1 + 2 = 3	1 + 3 = 4
2	+3	
3	1 + 2 + 3 = 6	(1 + 3) + 6 = 10
3	+4	
...	...	...
10	45 + 10 = 55	165 + 55 = 220
...	...	...
21	210 + 21 = 231	1540 + 231 = 1771
21	+22	
22	231 + 22 = 253	1771 + 253 = 2024
22		

La pyramide de 10 étages nécessite 220 cubes.
La plus grande pyramide que l'on peut faire avec 1997 cubes est une pyramide de 21 étages.
Il restera 226 cubes, de quoi faire en plus une pyramide $P(10)$ et une pyramide $P(2)$,
et 2 cubes resteront.

Voici deux solutions avec 14 cases noircies.

La deuxième est une solution dans le plan.

Le nombre doit commencer par un 1 suivi du plus grand nombre possible de 0 (zéro). Les derniers chiffres doivent donc être les plus grands possibles.

$1997 - 1 = 221 \times 9 + 7$. En partant des unités, les 221 premiers chiffres seront donc des 9, le 222ème chiffre sera un 7 qui sera séparé du 1 par 1774 zéros.

$$\begin{array}{r} 10 \dots\dots\dots 079 \dots\dots\dots 9 \\ \hline 1774 \qquad \qquad \qquad 221 \end{array}$$

Complément pour les classes de Seconde

$12^3 = 1728$; $13^3 = 2197$. Donc la prophétie a été faite en 1728, au 18^e siècle (Mathadamus). L'année cubique 2197 est dans le 22^e siècle (siècle bionique).

Précédant le siècle bionique, est le 21^e siècle (siècle micronique).

La première année bissextile du siècle micronique (2001 - 2100) est 2004. Cette date permet de trouver l'année 1997, (2004 - 7), année du 20e siècle (siècle informatique).

Remarque : entre temps, il y aura la dernière année bissextile du 20^e siècle, soit 2000.

2100, dernière année du 21^e siècle, ne sera pas bissextile.)

1997 est un nombre premier, et $1997 = 29^2 + 34^2$.

Pour trouver cette dernière égalité, on peut remarquer qu'une racine carrée approchée de 1997 est 44, et que les carrés des entiers se terminent seulement par 0, 1, 4, 5, 6 ou 9, ce qui limite la recherche aux nombres dont les carrés se terminent par 1 d'une part, par 6 d'autre part. La calculatrice est, ici, une aide précieuse.

$$OA = R \text{ et } SA = 3R. \quad \frac{CI}{AO} = \frac{SC}{SA}, \text{ soit } CI = \frac{SC}{3}.$$

in posant $CA = x$, $SC = 3R - x$. D'où $CI = R - \frac{x}{3}$.

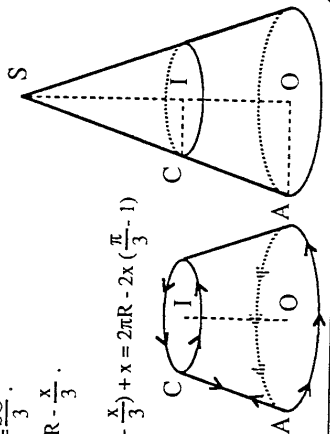
la première mouche parcourt $L = 2\pi R$.

la seconde mouche parcourt $l = x + 2\pi(R - \frac{x}{3}) + x = 2\pi R - 2x(\frac{\pi}{3} - 1)$

On a: $L - 1 = 2x(\frac{\pi}{3} - 1)$;

$$\alpha > 0; \quad \frac{\pi}{3} - 1 > 0; \text{ donc } L > 1$$

La seconde mouche arrivera la première
car son trajet est plus court.



Histoire des symboles. Le saviez-vous ? Proposée par Jean-Paul Guichard

(X) π

Le premier à avoir utilisé une seule lettre pour désigner le rapport de la circonférence du cercle à son diamètre est le mathématicien bavarois Sturm, en 1689, mais il utilise la lettre e .

Avant Sturm, mais aussi longtemps après, ce rapport est désigné par deux lettres :

- la notation $\frac{\pi}{d}$ de Oughtred (1652) qui utilise la lettre grecque π , première lettre de périmètre (περιμετρον) en grec ; cette notation se transforme en $\pi.d$ lorsque ce rapport est utilisé dans une proportion (cf. l'épisode VII), ce qui est l'usage le plus fréquent. La notation est adoptée par Barrow, Gregory, Varignon...

- la notation $\frac{c}{r}$ de De Moivre (1698) fait, elle, référence au rayon et à la longueur du demi cercle.

La lettre π pour désigner ce rapport apparaît chez William Jones en 1706 ("A New Introduction to Mathematics"). On peut lire sous sa plume : $3.14159, \&c. = \pi$, $d = c + \pi$ et $c = d \times \pi$. Puis elle apparaît chez Euler à partir de 1737 pour représenter $3,1415...$ Puis à partir de 1740 chez Jean Bernoulli, de 1742 chez Nicolas Bernoulli, de 1753 chez Daniel Bernoulli, de 1770 chez Vandermonde, de 1782 chez Laplace... Mais l'adoption est lente : en 1782, par exemple, l'Italien Ferroni, utilise la lettre

P. Il est à noter, qu'avant 1737, Euler utilisait p pour π et g pour $\frac{\pi}{2}$, qu'il utilisait aussi, dans sa correspondance, comme le faisait Jean Bernoulli, la lettre c pour π .

Conjointement π désigne d'autres grandeurs. Par exemple $\cos u = \pi$ chez Kästner (1758), et chez d'autres mathématiciens on

trouve $\pi = \sqrt{a}$, $\pi = \sqrt[n]{-1}$, $\pi = \widehat{APM}...$ désigne aussi un polygone chez Karsten 1767), et nous avons vu dans l'épisode VII qu'Hérigone utilise π pour noter le rapport de deux grandeurs. Au milieu du 18^e siècle, les mathématiciens français utilisent π à divers usages en mécanique et en astronomie. Carnot, dans sa "Géométrie de position" (1803), utilise π pour la longueur du quart de cercle de rayon 1 et écrit ainsi : $\sin(\pi \pm a) = + \cos a$.

Le premier manuel à utiliser $\pi = 3,14159...$ est celui de Legendre : "Eléments de Géométrie" (1794). La suite nous la connaissons...

Note : A propos de π je vous conseille la lecture de l'excellent ouvrage de Jean-Paul Delahaye qui vient de sortir Chez Belin, dans la collection Bibliothèque Pour la Science : "Le fascinant nombre π ".

Les "Mathématiques modernes" (André REVUZ)

Notre Régionale avait invité André REVUZ à Poitiers le 5 février dernier pour nous parler de la réforme des Mathématiques modernes dont il avait été un fervent artisan. Voici un extrait de sa conférence. Nous tenons le texte complet à la disposition des collègues intéressés.

Les éléments fondamentaux [de la réforme de 70] étaient a) une étude sérieuse des nombres depuis les entiers naturels jusqu'aux complexes ; b) des éléments d'algèbre des ensembles et de logique ; c) l'introduction progressive du linéaire.

Reprenons ces différents points :

a) Il s'agissait de donner aux nombres leur place.

C'est sur eux qu'est pratiquement fondé tout l'édifice des mathématiques. Il s'agissait de bien connaître toutes leurs propriétés sans omettre, par exemple, les relations d'ordre sur les ensembles de nombres et la valeur absolue qui y est intimement liée. Construire successivement, à partir de N , Z , D , Q , R puis C n'était pas forcément indispensable, mais ce fut une révélation rassurante pour beaucoup de professeurs et une introduction bien motivée pour les élèves permettant de bien distinguer les différents ensembles de nombres et leurs propriétés.

Faut-il rappeler, à ce propos, l'analphabétisme numérique largement majoritaire chez les Français : il suffit d'écouter ce qui se dit et de lire ce qui s'écrit sur les pourcentages pour être édifié.

b) C'est le thème qui a donné lieu aux critiques les plus contradictoires et les plus cocasses. Pour certains, c'était puéril, sans intérêt et sans difficulté : les sottises que l'on

trouva dans certains manuels prouvent que ce n'était pas si facile et que beaucoup avaient à y apprendre. Pour d'autres, c'était un formalisme inutile qu'il ne fallait aborder que lorsqu'on savait déjà bien raisonner et bien s'exprimer. Comment ne pas voir que la réflexion sur les connecteurs propositionnels et les quantificateurs apporte une aide décisive au développement de la logique et permet d'éviter les pièges que peut tendre le langage usuel ? Le langage des ensembles et la logique élémentaire se soutiennent réciproquement et devraient faire partie de l'outillage mental de tout citoyen français : les propos de nos contemporains sont-ils toujours parfaitement logiques, même en l'absence de toute mauvaise foi ?

c) Refuser de faire explicitement au linéaire la place fondamentale qui lui revient dans toutes les mathématiques ne peut pas être considéré autrement que comme un sabotage de leur enseignement.

Quelle que soit la voie choisie, et il y en a assurément plusieurs possibles ; maîtriser la géométrie euclidienne suppose qu'on a compris que l'on travaillait dans l'espace affine associé à un espace vectoriel de dimension finie sur R (au départ 2, puis 3) muni d'un produit scalaire. Faut-il que je redise qu'il ne s'agit pas de jeter au nez des élèves une telle définition, mais que le but est qu'ils en comprennent l'intérêt, et la puissance, en fin de scolarité ?



Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ...
Cette rubrique est à vous.
Serge PARPAY

La suite des exercices proposés par notre collègue Henry PLANE sera publiée dans le prochain numéro de Corol'aire.

Utilité de la moyenne !

Dans son livre, «*La fin du travail*», Editions La Découverte, 1996, Jeremy Rifkin écrit : «*En 1932, les organisations de travailleurs étaient passées de préoccupations quant à la qualité de la vie à des revendications de justice économique [.....]. Si les nouvelles technologies augmentaient la productivité et débouchaient sur des effectifs réduits et de la surproduction, l'unique antidote véritable résiderait dans une réduction des heures travaillées, de sorte que chacun eût un gagne-pain, des revenus et un pouvoir d'achat suffisants pour absorber les hausses de production.*» Le célèbre mathématicien et philosophe britannique Bertrand Russell résuma l'affaire en ces termes : «*Il ne faut pas huit heures de travail pour certains et zéro pour d'autres, mais quatre heures de travail pour tous.*» *

*In *Praise of Idleness and Other Essays*, Londres 1935.

Exercice 1 du Concours Général 1997.

On a placé un jeton sur chaque sommet d'un polygone régulier de 1997 côtés. Sur chacun des jetons est inscrit un entier relatif, la somme de ces entiers relatifs étant égale à 1. On choisit un sommet de départ et on parcourt le polygone dans le sens trigonométrique en ramassant les jetons au fur et à mesure tant que la somme des entiers inscrits sur les jetons ramassés est strictement positive. Peut-on choisir le sommet de départ de façon à ramasser tous les jetons ? Si oui combien y-a-t-il de choix possibles ?

Solution d'Alain Pichereau (Lycée Marguerite de Valois, Angoulême) :

Notons $v_1, v_2, \dots, v_{1997}$ les valeurs (entiers relatifs) des jetons situés sur les sommets successifs du polygone et $E = \{1, 2, \dots, 1997\}$. Pour tout $(i, j) \in E^2$. On notera $\Sigma(i, j)$ la somme des valeurs inscrites sur les jetons rencontrés lorsqu'on parcourt (au plus une fois) le polygone dans le sens trigonométrique à partir de v_i (compris) jusqu'à v_j (compris) :

$\forall i \in E, \Sigma(i, i) = v_i$, si $1 \leq i < j \leq 1997, \Sigma(i, j) = v_i + v_{i+1} + \dots + v_j$;

si $1997 \geq i > j \geq 1, \Sigma(i, j) = v_i + v_{i+1} + \dots + v_{1997} + v_1 + v_2 + \dots + v_j$. En particulier $\Sigma(1, 1997) = 1$ et si $i \neq 1, \Sigma(i, i-1) = 1$.

On conviendra que $\forall i \in E, \Sigma(1998, i) = \Sigma(1, i)$ et $\Sigma(i, 0) = \Sigma(i, 1997)$ et donc $\Sigma(1998, 1997) = \Sigma(1, 0) = 1$.

La question posée revient à chercher s'il existe au moins un sommet de valeur v_i tel que $\forall i \in E, \Sigma(i, j) > 0$: un tel sommet sera dit départ possible. (cela implique $v_i > 0$).

Preuve de l'existence d'au moins un départ possible :

S'il n'existe pas de départ possible alors $\exists i_1 \in E$ tel que $\Sigma_1(1, i_1) \leq 0$ ($i_1 \neq 1997$ car $\Sigma(1, 1997) = 1$), $\exists i_2 \in E$ tel que $\Sigma_2(1, i_2) \leq 0$, $\exists i_3 \in E$ tel que $\Sigma_3(1, i_3) \leq 0$, ..., etc, ($i_k \neq i_{k+1}$) car $\Sigma(i_k + 1, i_k) = 1$.

E étant un ensemble fini, il existe k et j tels que $1 \leq k < j$ et $i_k = i_j$: c'est le principe des "tiroirs". (En fait $k+1 < j$ puisque $i_k \neq i_{k+1}$). Considérons $S = \Sigma_{k+1} + \Sigma_{k+2} + \dots + \Sigma_j$: on a évidemment $S \leq 0$, mais S est la somme des valeurs inscrites sur les jetons rencontrés lorsqu'on parcourt le polygone dans le sens trigonométrique à partir de $v_{i_{k+1}}$ (compris ; $v_{1998} = v_1$ jusqu'à $v_{i_j} = v_{i_k}$ (compris) : forcément on a fait le tour du polygone exactement un nombre entier de fois et donc

$S = 1 \times 1 = 1$ avec $1 \in \mathbb{N}^*$. D'où la contradiction avec $S \leq 0$; il existe donc au moins un départ possible.

Remarque : ce résultat ne nécessite pas que les v_i soient des entiers relatifs.

Montrons maintenant qu'il n'y a qu'un départ possible :

S'il y avait deux départs possibles, les sommets de valeurs v_i et v_j avec $1 \leq i < j \leq 1997$ alors $\Sigma(i, j-1)$ et $\Sigma(j, i-1)$ seraient strictement positifs (rappel : on a convenu que $\Sigma(j, 0) = \Sigma(j, 1997)$), mais par hypothèse (capitale ici) les valeurs des jetons sont des entiers relatifs donc $\Sigma(i, j-1) + \Sigma(j, i-1) \geq 2$ et comme évidemment $\Sigma(i, j-1) + \Sigma(j, i-1) = 1$ on obtient une contradiction ; il ne peut y avoir deux départs possibles.

Si $j-1 = i$ ou si $i = 1$ et $j = 1997$, v_i et v_j sont consécutifs : le raisonnement reste valable.

Conclusion : il existe un et un seul sommet de départ de façon à ramasser tous les jetons.

Remarques : 1) Bien entendu 1997 peut être remplacé par $n \in \mathbb{N}^*$.

2) J'ai trouvé une autre démonstration de l'existence d'au moins un départ possible : c'est une preuve algorithmique qui permet de localiser le seul départ possible, mais elle est plus délicate (et donc plus longue) à exposer.

Alain Pichereau.

Une solution algorithmique du problème (Serge Parpay, Niort).

On prendra l'exemple plus simple d'un polygone de 15 côtés, le cas général étant à traiter de la même façon.

Opération I :

Les nombres sont indexés par un numéro (1 à 15 sur l'exemple) dans le sens trigonométrique.

Index	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nombres	- 8	22	- 11	- 12	- 2	5	4	8	0	1	- 4	- 7	- 9	17	- 3

Opération P : On supprime les 0 ; on établit (permutation circulaire) le parcours en alternant une suite de nombres positifs et une suite de nombres négatifs, en gardant les index affectés à chacun des nombres.

Index	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1
Nombres	22	- 11	- 12	- 2	5	4	8	0	1	- 4	- 7	- 9	17	- 3	- 8

Opération R : On fait la somme d'une suite de nombres positifs (resp. négatifs) en l'affectant de l'index du premier terme de la suite. On a alors une liste indexée de nombres alternativement positifs et négatifs.

Index	2	3	6	11	14	15
Nombres	22	-25	18	- 20	17	- 11

Opération S : On fait la somme du premier nombre avec le second en l'affectant de l'index de ce premier nombre, du troisième et du quatrième en l'affectant de l'index du troisième, etc..On a ainsi une nouvelle suite de nombres indexés qui nous ramène à une situation semblable à la situation initiale.

Index	2	6	14
Nombres	- 3	-2	6

On recommence ainsi autant que de besoin la succession des opérations P, R, S.

Au bout d'un nombre limité d'opérations, il reste le seul nombre 1 affecté d'un index d. C'est de cet index qu'il faut partir autour du polygone pour répondre au problème.

Dans l'exemple choisi :

Opération P :

Index	14	2	6
Nombres	6	- 3	-2

Opération R :

Index	14	2
Nombres	6	- 5

Opération S :

Index	14
Nombres	1

Il faut donc partir du nombre d'index 14, soit le nombre 17.

En reprenant les opérations à partir de ce nombre, on suit bien, évidemment, le déroulement du problème :

Index	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nombres	17	- 3	- 8	22	- 11	- 12	- 2	5	4	8	0	1	- 4	- 7	- 9
	17	- 11		22	- 25			18					- 20		
	6			- 3				- 2							
	6			- 5											
	1														

Unicité de la solution : Supposons deux solutions à.....e,f,z et f,.....z ,ae. Répondant aux exigences du problème on a nécessairement $a + + e \geq 1$ (début de la première solution) et $f + + z \geq 1$ (début de la seconde solution).

Donc $a + + e + f + z \geq 2$, ce qui est incompatible avec $a + + e + f + z = 1$, somme des jetons par hypothèse. Il y a une et une seule solution au problème.

Exercice : les collègues plus courageux pourront "théoriser" cet algorithme et l'envoyer à la rédaction !

Serge PARPAY

"Les IREM en péril":

Dans une lettre qu'il nous adressée le 15 juillet dernier, M. Xavier Aubert écrit au sujet de l'article de Jean Souville (Corol'aire n°29), "Les IREM en péril" : «A l'heure où chaque professeur avait tendance à rester dans sa "tour d'ivoire", les IREM ont su provoquer des échanges, des dialogues entre matheux, des contacts avec des collègues du Supérieur sinon avec des psy. Tout cela fut excellent et le reste». Il donne aussi son point de vue sur l'article de Pierre Dubrulle ; nous le publions dans ce numéro. Nous remercions M. Aubert pour l'intérêt qu'il porte à Corol'aire.

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



**Assemblée Générale
de la Régionale
de Poitiers.**

*Tous les professeurs de
mathématiques
sont cordialement invités.*

Rapport d'activités

Rapport financier

Les actions à venir

POUR AFFICHAGE

**Mercredi
19 novembre
St Jean d'Angély
Lycée
Audoin-Dubreuil
14h30**

Exposé de

**Jean
SOUVILLE**

Université de POITIERS
Directeur de l'IREM.

***Enseigner
l'arithmétique
aujourd'hui ?***

8 3 4
1 5 9
6 7 2

*L'arithmétique revient
dans les programmes de Terminale S
et sans doute de Troisième.
N'en faisons pas un retour en arrière,
mais essayons de voir comment,
aujourd'hui, avec nos élèves,
nos outils (calculatrices...),
nos programmes,
nous pouvons envisager cet enseignement.
Quelques pistes seront proposées
pour que ce ne soit pas un chapitre en plus,
déconnecté des autres,
mais un moyen d'approfondir
la formation mathématique de nos élèves.*