

LE MOT DU PRÉSIDENT

«*À trop regarder les chiffres, ils en oublient l'homme...*»

Cette phrase ayant attiré mon attention dans un hebdomadaire à grand tirage, j'ai découvert avec stupeur un réquisitoire contre les mathématiques, accusées d'être la cause indirecte de tous nos maux. Si la société va mal, c'est que nos dirigeants auraient trop fait de mathématiques !

Cette confusion entre mathématiques et technocratie m'a fait bondir.

Peut-être une certaine forme d'enseignement dogmatique a-t-elle pu donner des mathématiques une image autoritaire et arbitraire qui a laissé de mauvais souvenirs à l'auteur de l'article. Mais pour moi, cet outil extraordinaire (dont l'élaboration patiente a été jalonnée de crises et de débats philosophiques, comme le rappelait André Revuz à Poitiers le 5 février) n'a de raison d'être que s'il est au service de l'homme. Cela suppose entre autres que ses utilisateurs soient conscients de ses limites, et ne prétendent pas appliquer ses modèles en dehors de leur domaine de validité.

Loin de favoriser l'arrogance technocratique, l'enseignement des mathématiques doit selon moi développer ces qualités que sont le doute scientifique, l'esprit critique, l'honnêteté intellectuelle, ainsi que la curiosité et le goût de la recherche.

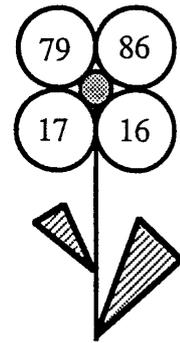
C'est en tout cas dans ce sens que nous oeuvrons à l'APMEP que ce soit à travers la réflexion pédagogique collective ou des activités ludiques comme le rallye. Il faut croire que les jeunes le ressentent puisque, selon «Le Parisien» du 8 janvier, «ce sont les math qu'ils aiment!». Accueillons cette information avec l'esprit critique nécessaire (validité des sondages ...) et continuons à enseigner des mathématiques actives, riches de couleur et de saveur !

(Suite page 4)

SOMMAIRE

Le mot du Président	p. 1-4
Vie associative	p. 2
Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 2
Conférences A. Revuz - H. Plannes - J-H Roy	p. 3
Fractales -2ème partie - Jean Jaquesson	p. 4
Histoire des symboles - Jean-Paul Guichard	p. 5
Des maths à la radio - F. Michaud	p. 6
Ru-bri-collage - Serge Parpay	p. 7
Quatre heures en mathématiques	p. 8

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



apmep
Régionale de Poitiers

Avril 1997

n° 28

COROL'AIRE

IREM, Fac. des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206

DISPENSE DU TIMBRAGE
POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 6 F.

Abonnement 1 an (4 numéros) : 20 F.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur Jean-Pierre SICRE
Rédacteur Jean FROMENTIN
Imprimerie IREM, Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur PINEAU
86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur APMEP Régionale de Poitiers
Siège social IREM, Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur PINEAU
86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal Avril 1997

17 présents, 6 excusés.

1) **Corol'aire** : le numéro 28 paraîtra mi-avril. Il faudrait trouver une ou des bonnes volontés pour accepter de remplacer Jean Fromentin en cas de besoin. Serge Parpay s'occupe de la page Rubricol(1)age et tape à la machine une partie des rubriques. Mme Colette Bloch assure la relecture et fait les corrections nécessaires avant l'impression.

2) **Equipement** : la Régionale pourrait s'équiper de fax, de modem ou de modem-fax pour faciliter les communications. Il paraît indispensable d'en attribuer un à Jean Fromentin et un autre à l'IREM. Se pose le problème de compatibilité MAC/PC ; Jean Fromentin, Jacques Germain et Jean Souville doivent y réfléchir.

3) **Assemblée générale du 11 décembre 1996** : un compte-rendu paraîtra dans le BGV. Dominique Gaud est chargé de ce travail.

4) **Adhésions** : une bonne nouvelle ! Nous comptons à ce jour 33 adhésions parmi les stagiaires IUFM.

5) **Conférence d'A. Revuz** : elle se tiendra le 5 février, dans le bâtiment Maths de la Faculté. Un «comité d'accueil» est constitué : Mme Bloch, MM. Bernat, Bonneval, Chayé, Fort et Gaud. Jacques Fort présentera le conférencier. Mme Bloch en informera l'Université inter-âges. Voir le compte rendu ci-après.

6) **Conférence d' Henri Planes** : elle se déroulera au Lycée Paul Guérin à Niort le 12 mars. Voir le compte rendu ci-après.

7) **Rallye** : le courrier (présentation et inscription) est arrivé dans les établissements, mais après «Kangourou». Les années à venir, il serait souhaitable de faire une pré-information sur le rallye, car certains collègues ayant choisi le «Kangourou» ne veulent pas, faute de temps, s'inscrire en plus au rallye. Rappelons que la participation à notre rallye est gratuite.

8) **Préparation du Comité national** : la Régionale y sera représentée par Jacques Germain ; Jean Fromentin y participe en tant qu'élus sur la liste nationale.

a) **Collèges** : pour la défense des 4 heures hebdomadaires, une pétition est à signer et à faire signer, en reformulant un peu le début si on la propose à des collègues d'autres disciplines.

b) **Lycées** : au sujet des calculatrices, le texte proposé par Jean-Pierre Richeton, notre Président national, à destination

du Directeur des lycées et collèges, nous paraît aller dans le bon sens. Quant aux nouveaux programmes, ils devraient paraître bientôt pour être appliqués en 98.

c) **IUFM** : Vive réaction de notre part sur un nouveau texte précisant les documents utilisables pour les candidats lors des épreuves (à savoir, en bref, les seuls documents d'éditeurs privés). En ce qui concerne les professeurs des écoles : certaines académies (dont celle de Poitiers) se sont regroupées dès cette année pour proposer un sujet commun ; ceci nous paraît un non-sens grave à partir du moment où une entente n'a pas eu lieu pour les formations ; un regroupement, soit, mais d'abord les programmes, ensuite les examens ; pour nous, l'avantage d'un regroupement bien conduit se trouve dans l'équité tant au niveau des acquisitions qu'à celui de l'évaluation.

d) **Représentation des lycées professionnels** : il serait bon, pour recruter des collègues de L.P., d'inviter Jean-Claude Sachet (du Bureau national) pour faire une conférence en 97-98. Jacques Germain prendra contact avec lui au prochain Comité national.

9) **EVAPM** : vont paraître en mars/avril EVAPM 1ère et un peu plus tard EVAPM L.P. La relance EVAPM 6ème est faite malgré quelques difficultés de mise en route.

10) **P.A.F.** : une lettre des I.P.R. est arrivée dans les établissements et un article de Jean Souville est paru dans le précédent Corol'aire. Il est rappelé que les demandes d'établissement n'empêchent pas les demandes individuelles.

11) **Journées nationales APMEP à Marseille** : *Mathématiques pour tous...* les 25, 26 et 27 octobre.

12) **Extraits de mémoires IUFM** : Jean-Pierre Sicre et Pierre-Jean Robin exploiteront le travail d'un certain nombre d'entre nous au sujet de ces mémoires. Des extraits très intéressants de mémoires pourraient paraître dans Corol'aire ou mieux encore dans le bulletin vert.

12) **Visite-conférence MAIF** : P.J. Robin a pris rendez-vous pour le 14 février. Si la réunion peut se faire, ce sera plus sûrement à la rentrée 97.

13) **Changement d'adresse** : Claude Robin, trésorière adjointe, 5 rue Alexandre Rivière, 86100 Châtelleraut.

Le prochain comité est fixé au mercredi 11 juin.

Rallye Mathématique POITOU-CHARENTES 1997

Faire des mathématiques autrement : voilà l'esprit du Rallye mathématique, organisé cette année pour la cinquième fois par notre Régionale, avec le soutien logistique des Inspecteurs Pédagogiques Régionaux.

Plus d'une centaine de classes de Troisième et de Seconde ont tenté l'aventure, soit près de 3 000 élèves répartis dans 61 classes de toute l'académie : 2 collèges et 4 lycées en Charente, 6 collèges et 9 lycées en Charente-Maritime, 9 collèges et 4 lycées dans les Deux-Sèvres, 4 collèges et 2 lycées dans la Vienne.

Mardi 8 avril, pendant deux heures, ils ont cherché collectivement les petits problèmes que leur a concoctés l'équipe organisatrice, composée de collègues de la Régionale APMEP de Poitiers (et qui ne demande qu'à s'étoffer ! Avis aux bonnes volontés...). Comme les années précédentes, vous trouverez l'épreuve dans le Corol'aire de juin, en guise de devoirs de vacances ! Pas besoin d'être bon en math ! Il ne s'agissait pas d'une épreuve scolaire. L'astuce, l'humour, l'originalité, la fantaisie, et surtout l'esprit d'équipe ... : voilà les qualités requises pour ce qui était avant tout un jeu. A la clé : des livres offerts par la librairie Belin et qui viendront enrichir la bibliothèque de l'établissement. Pour nous, il s'agit de faire aimer les mathématiques, et de montrer que la recherche peut être un plaisir. Souhaitons que l'année prochaine il y ait encore plus de classes inscrites.

Les collègues intéressés peuvent obtenir tous renseignements auprès d'Yvonne NOEL, tél. 05.49.24.40.02.

Mercredi 5 février à Poitiers, André REVUZ

a présenté un thème qui lui est cher : «Les mathématiques modernes, un problème de tous les temps». Beaucoup de ses anciens collègues et étudiants de Poitiers étaient présents - et ont pu à l'occasion se revoir ! Pour eux la nostalgie avait un peu sa place. Jacques Fort, professeur et président honoraire de l'Université de Poitiers a présenté A. Revuz, son parcours professionnel, son action fondamentale à l'APMEP, sa contribution à la réforme Lichnérowicz et à la création des IREM. Devant 140 personnes, il a brossé, avec une fougue que l'âge n'a pas entamée, le tableau des crises souvent douloureuses qui ont marqué l'histoire des mathématiques. Un exposé très riche, qui peut éclairer les obstacles didactiques que nous rencontrons pour enseigner certains concepts délicats. Un petit regret : beaucoup d'entre nous, qui ont vécu comme étudiants ou comme enseignants la plus récente de ces crises, celle des années 1970, période dite précisément des «math modernes», en auraient aimé une analyse plus approfondie, par celui qui en fut l'un des acteurs importants. Rappelons que de cette époque date notamment la création des IREM, pour laquelle l'APMEP a pesé fortement.

André Revuz a su, avec sa verve habituelle et avec quelques bonnes anecdotes, maintenir en haleine son public. Qu'il soit assuré ici de notre sympathie et encore merci pour cette passionnante conférence.

Mercredi 12 mars à Niort, c'est Henry PLANE,

autre retraité passionné, qui planchait sur un sujet plus pointu : «La démonstration par les aires». 80 personnes étaient venues au lycée Paul Guérin, dont les 40 jeunes professeurs-stagiaires en deuxième année d'IUFM. Henry PLANE a présenté des résultats qui furent classiques en leur temps (Antiquité, 16ème, 17ème siècle ...) mais ne s'enseignent plus guère aujourd'hui : par exemple le théorème de Commandino qui sera exposé dans le prochain numéro de Corol'aire. Il a donné ainsi l'occasion de réfléchir à la notion de démonstration, notion bien sûr fondamentale de notre discipline, mais pas toujours facile à cerner et à enseigner. L'exposé mathématique était émaillé d'informations historiques, et de considérations sur l'enseignement, dont je retiendrai la dernière : «Pour enseigner, ne restez pas tout seuls, rencontrez les autres, échangez sur vos pratiques !» L'APMEP est là pour ça ...

Quatre heures de mathématiques pour tous au collège

Mercredi 9 avril, le comité régional de l'APMEP a rencontré Guy RENAULT, doyen de la faculté des sciences de Poitiers et co-président avec Paul Atali du Groupe Technique Disciplinaire de Mathématiques au Conseil National des Programmes.

Outre des informations sur la parution imminente des ajustements de programmes en Première et Terminale S, ES et L, Guy RENAULT nous a donné son point de vue sur les nouveaux horaires au collège. Sur bien des points, son analyse rejoint celle de l'APMEP :

* La possibilité laissée aux établissements d'un horaire minimal de trois heures hebdomadaires en Sixième et Cinquième est très dangereuse pour la formation de base des jeunes, y compris pour les applications aux autres sciences.

* En instituant les «parcours diversifiés», le Ministère semble répondre à la demande de divers syndicats et associations d'un enseignement moins cloisonné, alors qu'en réalité il vise surtout des économies budgétaires (voir la réduction massive du nombre de postes au CAPES de math).

* La riposte est difficile, d'une part parce que les syndicats sont en porte-à-faux, d'autre part parce que la réaction des enseignants de mathématiques est perçue comme corporatiste par les autres disciplines. Il devrait cependant être possible d'agir avec les collègues de français, eux aussi menacés.

En conclusion, G. RENAULT estime qu'un horaire minimal de 3 h 30 serait une revendication réaliste, et invite d'autre part les collègues de collège à proposer des mathématiques au sein des parcours diversifiés, notamment en liaison avec la technologie. Vous trouverez en dernière page la pétition de l'APMEP: faites-la signer autour de vous, et renvoyez-la à l'APMEP nationale.

A.P.M.E.P.



Descartes et les mathématiciens de son temps

Mercredi 4 juin 1997 à 15 h à l'Espace Mendès France à Poitiers

Jean-Henri ROY est l'auteur de "L'imagination selon Descartes" publié aux éditions Gallimard, mais aussi auteur de nombreux articles sur l'Histoire locale. Jean-Henri ROY fait partie de l'équipe qui a réalisé le C.D. ROM "Descartes, construire la connaissance".

Espace MENDES FRANCE

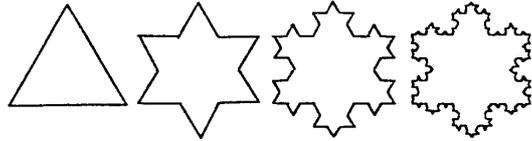
par Jean-Henri ROY

Professeur de philosophie
Président d'honneur de la
Société Cartésienne de Châtelleraut

Aux yeux de ses contemporains et sans doute aux siens, René Descartes (1596-1610) reste avant tout un mathématicien. C'est sous ce titre qu'il s'inscrit à l'Université de Leyde en 1630. Il retiendra essentiellement de ses études au collège de La Flèche celle des mathématiques : «à cause de l'évidence et de la certitude de leurs raisons». Les lecteurs de sa première œuvre publiée en 1637 retiendront bien davantage sa Géométrie que le Discours de la Méthode qui n'en est à leurs yeux que l'introduction. Lorsqu'il se fixera en Hollande en 1629, jusqu'à son départ en Suède où il mourra, il restera en relation, grâce au Père Mersenne, avec les plus grands mathématiciens de son temps dont Debeaune, Desargues, Fermat, Hardy, Morin, Mydorge, Roberval et Sainte-Croix. Ce sont ses rapports, parfois conflictuels, avec eux que l'on s'efforcera d'examiner.

Images FRACTALES.

par Jean Jacquesson. Université de Poitiers .



Dans le cadre du cycle d'exposés organisé en 1996 par la régionale APMEP de Poitiers, M. Jean Jacquesson a fait deux conférences particulièrement appréciées sur les fractales, à La Rochelle et à Châtellerauld. Il a écrit sur ce sujet deux documents. Corol'aire a publié le premier dans le numéro 27. Voici le second. Que M. Jacquesson soit encore remercié pour son aimable participation à nos activités.

Qu'est ce qu'une image fractale ? On peut en créer mathématiquement à l'ordinateur par une technique d'itération (il en existe plusieurs).

Lorsque l'on calcule une expression mathématique à partir de la valeur des deux coordonnées «r» et «i» d'un point d'un plan complexe (pris comme point de départ) on peut utiliser le résultat obtenu comme nouvelle valeur d'entrée de l'expression et recommencer indéfiniment ; on «itère» par boucles successives. Le point figuratif des résultats successifs se déplace dans le plan à partir de sa position de départ.

En général les résultats tendent vers une ou plusieurs limites (suivant la valeur d'entrée initiale). Ces points limites sont les «attracteurs» de cette expression. Mais il arrive aussi que, pour certains points de départ, il n'y ait pas de limite. C'est-à-dire que le résultat passe d'une valeur à une autre sans règle visible ; le point se déplace de manière apparemment aléatoire ; on obtient «le chaos». La région du plan où les points de départ conduisent au chaos définit un ensemble que l'on repère en noir sur le plan.

La frontière de cette région a la propriété remarquable d'être compliquée à l'infini ; c'est-à-dire que, quel que soit l'agrandissement que l'on fasse en prenant des points de départ de plus en plus voisins, la frontière garde le même aspect compliqué avec des circonvolutions similaires. Cette frontière apparaît invariante quelle que soit l'échelle d'observation. Sa longueur est infinie !

Cette propriété est caractéristique du caractère «fractal» de cette frontière .

Elle représente plus qu'une ligne de dimension 1, sans être pour autant une surface de dimension 2 ; elle se place entre les deux ! Sa «dimension» est fractionnaire.

N.D.L.R. : une bibliographie succincte suivait ce document. Corol'aire peut en envoyer la photocopie au lecteur intéressé (prière de joindre une enveloppe timbrée à votre adresse).

L'IREM de Poitiers a édité un fascicule «Fractales» : aspects mathématique et philosophique sur la question et comptes rendus d'expériences dans deux classes. Ce fascicule est à demander à l'IREM (prix : 50F)

«À trop regarder les chiffres, ils en oublient l'homme...» (Suite de la page 1)

Cela suppose bien entendu d'en avoir les moyens, car personne ne prétend que les mathématiques soient faciles. C'est pour quoi, contre les projets de réduction d'horaires au collège, nous revendiquons quatre heures hebdomadaires de mathématiques pour tous. C'est pourquoi également nous nous élevons contre les suppressions de postes au CAPES (notre discipline est la plus touchée : -40 % !). C'est pourquoi aussi nous sommes choqués que des raisons financières conduisent la MAFPEN de Poitiers à annuler la plupart des stages annoncés en 97 ! A trop regarder les chiffres, nos dirigeants auraient-ils oublié l'homme ? Tout ce travail est un effort de longue haleine, mené par l'APMEP au niveau national comme au niveau régional. Je veux à ce propos tirer un coup de chapeau à Jean-Pierre Sicre qui, pendant trois ans, a conduit la Régionale avec beaucoup de dynamisme. Je prends sa suite avec l'intention de continuer dans le même sens, au sein de l'équipe chaleureuse et efficace qui constitue notre comité régional.

Louis-Marie BONNEVAL

Au moins 4 heures de mathématiques pour tous les élèves au collège.

L'A.P.M.E.P. demande à chaque collègue enseignant de mathématiques de se mobiliser pour obtenir pour chaque niveau de la 6e à la 3e, un minimum de quatre heures de mathématiques pour les élèves. Photocopiez, signez et faites signer la pétition en dernière page de ce Corol'aire et renvoyez-la à A.P.M.E.P., Pétition «4 heures», 26 rue Duméril, 75013 PARIS.

Histoire des symboles. Le saviez-vous ? Proposée par Jean-Paul GUICHARD

(VIII) Limites

Le symbole "lim" que nous utilisons actuellement pour désigner une limite est le premier qui soit apparu, à la fin du 18^e siècle. Il s'agit en fait de l'abréviation du mot latin "limes" qui signifie limite. On le trouve pour la première fois, en 1786, chez le mathématicien français L'Huilier qui écrit "lim. q:Q". On trouve $\text{Lim. } \frac{\Delta y}{\Delta x}$ chez Garçaõ Stockler (Lisbonne 1794), Carnot (1897), Brinckley (Dublin 1818). On notera la présence d'un point après lim.

Carnot utilise aussi l'écriture " $L \frac{MZ}{RZ} = \frac{y}{a-x}$ ", pour laquelle il précise : "en désignant par L l'expression de limite ou de dernière valeur".

Cauchy, dans son Cours d'Analyse (1821), utilise "lim.". Mais il emploie un double parenthésage pour les cas où la limite n'est pas unique. Ainsi, quand x tend vers 0, il note différemment $\text{lim.}(\sin x)$ qui a une valeur unique 0, et $\text{lim.}(\frac{1}{x})$ qui a deux valeurs ou $\text{lim.}((\sin \frac{1}{x}))$ qui a une infinité de valeurs. Le point après lim dans "lim." a été progressivement abandonné.

Au 19^e siècle se fait sentir le besoin d'un symbolisme indiquant la limite de la variable. La notation la plus répandue en Europe est : $\text{Lim.}_{x=a}$. On la trouve par exemple chez Weierstrass : $\text{Lim.}_{x=\infty} p_n = \infty$ (1854).

A la fin du 19^e siècle, une tout autre notation " $\underline{\text{C}}$ ", due à J.E. Oliver, est très utilisée aux Etats Unis. Il s'agit, en fait, de la réutilisation d'un signe existant signifiant "à peu près égal".

Voici ce qu'il en dit : "Utilisant = dans le sens de «approche la valeur de, comme limite», $U \underline{\text{C}}$ voudra dire de façon naturelle «U approche de C comme limite, quand Δx approche sa limite (c.-à-d. 0)». Entre son utilisation pour dire «à peu près égal à» et «approche comme limite» le contexte sera suffisamment déterminant".

D'autres signes ont été utilisés, tels \mathfrak{L} , \sim .

Mais revenons au symbolisme $\text{lim}_{x=a}$ le plus couramment utilisé au 19^e siècle. Il est proche des deux notations au choix dans les programmes de Terminale de 1971 :

"On pourra utiliser l'une ou l'autre des notations :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l, \quad \lim_a f = l."$$

La notation avec une flèche, que nous utilisons actuellement, est due à l'anglais J.G. Leathem (1905) et a été rapidement adoptée. Le célèbre mathématicien anglais Hardy (1877-1947) note $\lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) = 0$, et dit : "J'ai suivi M. J.G. Leathem et M. T.J. l'A Brouwich en écrivant toujours $\lim_{n \rightarrow \infty}$, $\lim_{x \rightarrow \infty}$, $\lim_{x \rightarrow a}$ et non $\lim_{n=\infty}$, $\lim_{x=\infty}$, $\lim_{x=a}$ ".

Ce changement me semble d'une grande importance, en particulier quand la limite est ∞ . Je crois que d'écrire $n = \infty$, $x = \infty$ (comme si quelque chose pouvait être «égal à l'infini»), aussi commode que cela puisse être à un certain niveau, est à écarter, en début d'apprentissage, car cela favorise l'incohérence et la confusion de pensée à propos des idées fondamentales de l'analyse."

Se répand alors la notation avec une flèche pour la valeur de la fonction, comme dans $\frac{\Delta u}{\Delta x} \rightarrow u'$, le symbole "lim" disparaissant. On retrouve abondamment cette notation dans les manuels des années 60, cohabitant éventuellement avec d'autres notations. Par exemple dans le tome d'algèbre (eh ! oui, il n'y avait pas à l'époque de tome d'analyse) du Lespinard et Pernet (classe de mathématiques élémentaires 1965) on peut lire :

"Fonction : $y = x\sqrt{3-2x}$ Quand $x \rightarrow \frac{3}{2}$, $y \rightarrow 0$. Quand $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow -\infty$... $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{3-2x}}{x}$ quand $x \rightarrow -\infty$.

Or, $\sqrt{3-2x} \rightarrow +\infty$, donc il n'y a pas d'asymptote oblique...". On peut noter la présence du point à côté de lim.

Dans le même esprit que Cauchy, Peano introduit, en 1903, le signe "Lm" à la place de "lim" quand il y a plusieurs valeurs limites : Lm x signifie "les valeurs limites de x", Lm (f,u,x) signifie "les valeurs limites de la fonction f, lorsque la variable, en variant dans la classe u, tend vers x".

W.H. Young, en 1910, utilise Lt f(x) pour désigner l'ensemble de toutes les limites de f au point a, et Lt f(x) si l'on sait qu'il n'y a qu'une limite.

Pour terminer signalons que c'est à Lejeune Dirichlet (1837) que l'on doit l'idée de la notation $\lim_{x \rightarrow a+0}$ et $\lim_{x \rightarrow a-0}$ pour "limite quand x tend vers a par valeurs supérieures, respectivement par valeurs inférieures".

Quant aux notations pour les limites supérieures et inférieures, Pasch (Giessen 1887) a introduit l'écriture $\limsup y$ et $\liminf y$, et Pringsheim (Munich 1898) a

introduit $\overline{\lim}_{v \rightarrow +\infty} a_v = A$ et $\underline{\lim}_{v \rightarrow +\infty} a_v = \alpha$.

Des Maths à la radio, au Lycée Louis Armand à Poitiers. par Frédéric MICHAUD

«*Bonjour aux auditeurs de RMZ, aujourd'hui dans Planète Math, Arithmetix va évoquer les trois grands problèmes géométriques qui ont agité le monde mathématique de l'Antiquité : à savoir quadrature du cercle, duplication du cube, trisection de l'angle. Oui, des maths à la radio, c'est possible avec RMZ 88.3 FM, et vous pouvez même appeler en direct sur l'antenne au 05 49 39 33 27...*»

Ceci est l'entrée en matière de J.R. Laurence, élève de TS au Lycée L. Armand (Poitiers), qui, ce matin (20 décembre), "fait la technique" de Planète Math, alors que moi Arithmetix, alias F. Michaud, professeur de mathématiques, T.A. rattaché à l'établissement, traverse les siècles, des lunules d'Hippocrate de Chios à la transcendance de π enfin démontrée par Lindeman en 1882...

L'animation d'émissions radio par des lycéens est un des aspects du projet éducatif d'établissement que le lycée L. Armand a souhaité développer il y a maintenant 5 ans, et RMZ, forte de quelques 150 000 Fr. investis sur cette durée, s'est forgé sa petite réputation locale. Il n'y a guère qu'une vingtaine d'expériences de ce genre en France et, sur Poitiers, la journée Sida ou la journée orientation à l'occasion de la Semaine de l'Étudiant, font de l'audience ! Cette année, une soixantaine d'élèves s'implique dans le programme, avec des rendez-vous quotidiens, et je vous recommande les "infos" de 13H, où interviennent des correspondants INTERNET du monde entier.

Dans ce contexte, plutôt porteur, était-il si incongru avec le soutien de quelques collègues, en octobre dernier, de proposer "quelque chose" sur les maths ? Non, sans doute puisque l'idée a intéressé quelques élèves, ainsi que la direction du lycée. RMZ, c'était pour moi l'occasion de démythifier, voire de dédramatiser ce monde froid et abstrait que représentent encore pour beaucoup d'élèves les mathématiques. Il s'agissait d'en donner une vision autre que celle, tout à fait nécessaire, offerte dans les programmes de la discipline, en leur associant sens historique, vie, plaisir de chercher... et bonheur de trouver !

A vrai dire, le matériau que nous livre l'Histoire des Maths, comme les petites histoires des mathématiciens, les revues de vulgarisation comme les livres spécialisés, est si riche, si varié, si étonnant, si drôle parfois ou si tragique, qu'en deux mois d'antenne, il ne m'est jamais arrivé d'être sec ! (Merci les Maths!)

L'avant-projet "Des maths à la radio, oui, c'est possible (grâce à RMZ) !" s'est concrétisé par 2 émissions hebdomadaires : Planète Math, le vendredi matin, de 11H à 12H, qui traite plus de l'Histoire de la discipline, avec en prime quelques énigmes (algèbre, géométrie, logique) pour la semaine qui vient, et dont la solution est donnée à l'antenne le jeudi suivant, puis affichée le lendemain au lycée.

Sans doute, vous étonneriez-vous du créneau horaire retenu, mais une émission se fabrique à deux. La présence d'un élève à la technique est indispensable, et il nous faut trouver des trous communs à nos 2 emplois du temps ! J'ai donc le plaisir de travailler avec plusieurs passionnés de radio, Bob et Rico le jeudi soir (voir ci-dessous), Ben, Sylvain ou JR, le vendredi, chacun apportant sa musique, et bien sûr sa touche personnelle dans les échanges qui naissent parfois au détour d'une histoire ou d'une énigme.

Dans une certaine mesure, n'ayant jamais fait de radio, j'ai besoin de m'adresser à un interlocuteur bien réel, et c'est eux que j'essaie d'abord de convaincre ou d'impliquer !

A ma grande surprise, une suggestion que j'avais initialement proposée pour Planète Math s'est transformée en une 2^e émission, AUDIMATH, réalisée chaque jeudi entre 18H30 et 19H30. J'avais en effet pensé que si les auditeurs rencontraient quelques difficultés dans leurs devoirs ou exercices de mathématiques, ou dans la compréhension de leurs cours, l'anonymat radiophonique pouvait, dans certains cas, contribuer à lever partiellement ces blocages. Je ne néglige pas la difficulté que peut représenter l'absence d'intermédiaire - papier (ou tableau) dans de tels échanges. D'ailleurs, nos auditeurs ne l'ont pas, pour l'instant, surmonté car les appels ont été très peu nombreux (et plutôt à caractère informatif). Fort de cette 2^e possibilité d'exprimer toute la diversité des rapports aux mathématiques, j'ai prévu, dans l'attente du dialogue téléphonique, toute une série de petites rubriques : évocation d'un nombre "curieux" (π , e ou $2^{64} - 1$) ou d'une "curiosité géométrique" (qu'elle soit de Fermat, de Ptolémée ou de Julia), rappels (et solutions) des énigmes du vendredi précédent, revue de presse (on peut trouver des articles où il est question de maths aussi bien dans le Monde, Phosphore, Télérama que dans la Recherche, Sciences et Avenir ou le bulletin de l'APMEP !), commentaires sur des livres en relation avec notre sujet (correspondance d'Einstein, Sciences : les Français sont-ils nuls ? ou la Mystification mathématique).

Dès la 1^{ère} émission, il est apparu que l'élève-technicien pouvait et devait intervenir dès qu'il le voulait, jouant le rôle du Candide, au risque de rendre nos émissions un peu ennuyeuses ! Dans la pratique, nous alternons musique et texte (en proportions à peu près égales - un changement toutes les 4 à 5 mn, quoique je sois en train de prendre confiance et que mon temps de parole se rallonge insensiblement !)

Après une activité de deux mois et une douzaine d'émissions, je peux essayer de tirer un premier bilan.

A l'évidence, AUDIMATH doit évoluer. Vers quelle forme, là est la question ! Nous avons en effet pris soin de choisir un créneau horaire en dehors des heures de cours, mais cela n'a pas suffi. Faut-il plus d'information, un changement de jour (quid du mercredi en fin d'après-midi ?), une nouvelle formule (et si un lycéen venait réfléchir sur ses exercices en direct dans le studio ?), ou simplement 2 ou 3 appels de courageux qui encourageraient tous leurs camarades...

Je rencontre pourtant au lycée de plus en plus d'élèves qui se sont branchés sur l'audimath de RMZ, ou qui ont jeté un oeil sur la solution des énigmes de la semaine : ils me parlent nombres premiers, utilité des mathématiques ou problème de Napoléon...

En ce qui concerne Planète Math, il faut surmonter le handicap du créneau horaire, sans doute en profitant du fait que l'émission, enregistrée par nécessité légale, pourrait être rediffusée à d'autres moments de la semaine.

En somme, l'expérience mérite d'être poursuivie, d'autant plus que la matière ne manque pas. Comment, après avoir découvert que Pascal soignait ses rages de dents par l'étude de la cycloïde ou que Marx (en personne) oubliait les problèmes de santé de ses enfants en étudiant Leibniz, comment, donc, ne pas avoir envie de (ré)veiller la curiosité et le plaisir mathématiques chez les jeunes, voire les moins jeunes ?

Le mot de la fin est un appel aux lecteurs de Corol'aire : toute suggestion sur le fond et la forme de ces "maths à la radio" sera la bienvenue.

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

*** Si vous savez additionner des entiers relatifs !**

... alors résolvez vite l'exercice 1 du concours général de mathématiques (classe terminale S) de cette année :

On a placé un jeton sur chaque sommet d'un polygone régulier à 1997 côtés. Sur chacun des jetons est inscrit un entier relatif, la somme de ces entiers relatifs étant égale à 1. On choisit un sommet de départ et on parcourt le polygone dans le sens trigonométrique en ramassant les jetons au fur et à mesure tant que la somme des entiers inscrits sur les jetons ramassés est strictement positive.

Peut-on choisir le sommet de départ de façon à ramasser tous les jetons ? Si oui combien y-a-t-il de choix possibles ?

N.D.L.R. : D'accord nous ne poserons pas ce problème à notre rallye ! Je tiens à rassurer et à aider nos aimables lecteurs : le polygone peut être irrégulier ! Bon courage !

S.P.

*** Solutions de quelques exercices proposés dans le précédent Corollaire.**

1) Résoudre dans \mathbb{R} , le système (S) de quatre équations à quatre inconnues :

$$\begin{aligned} (1) \quad & x + y + z + t = 0 \\ (2) \quad & xy + xz + xt + yz + yt + zt = 0 \\ (3) \quad & xyz + xyt + xzt + yzt = 0 \\ (4) \quad & xyzt = 0 \end{aligned}$$

Solution de Jean-Yves Hély de Rennes (un fidèle lecteur !) :

La solution $x = y = z = t = 0$ est une solution évidente.

Montrons que c'est la seule solution.

D'après (4), l'un au moins des quatre nombres x, y, z, t est nul. Supposons que ce soit x . On a alors $x = 0$. L'équation (3) devient alors : $yzt = 0$. L'un au moins des trois nombres y, z, t est nul. Supposons que ce soit y . On a alors $y = 0$. L'équation (2) devient alors : $zt = 0$. L'un au moins des deux nombres z, t est nul. Supposons que ce soit z . On a alors $z = 0$. D'après (1) on obtient ainsi $t = 0$. Comme le système (S) est symétrique, le fait d'avoir choisi d'abord $x = 0$ ne change rien à la résolution.

La SEULE solution est le quadruplet $(0, 0, 0, 0)$.

Une autre solution : D'après les quatre équations de (S), x, y, z et t sont les solutions de l'équation $X^4 = 0$. (somme des racines, somme des doubles produits, somme des triples produits et produit nuls). Cette équation a évidemment une racine quadruple nulle. Donc la solution de (S) est le quadruplet $(0, 0, 0, 0)$.

Corollaire

2) Calculer $A = \int_a^b (x-a)^2 (b-x)^2 dx$.

Réponse : $A = (b-a)^5 / 30$

Deux méthodes sont proposées par Jean-Yves Hély :

a) Intégrer A par parties.

b) Faire un changement de variable $z = x - a$.

Nous laissons la suite des calculs à nos lecteurs (le changement de variable $z = x - (a+b)/2$ est également à envisager).

Notre collègue complète sa solution par une remarque très intéressante (encadré ci-contre).

Considérons la suite $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$A_n = \int_a^b (x-a)^n (b-x)^n dx.$$

On peut trouver une relation de récurrence entre A_n et A_{n-1} , et trouver ensuite une expression de A_n en fonction de n .

On trouve $A_n = \frac{n(b-a)^2}{2(2n+1)} A_{n-1}$ et $A_n = \frac{(n!)^2}{(2n+1)!} (b-a)^{2n+1}$.

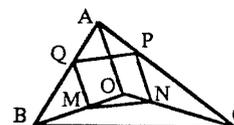
Pour $n = 2$, on trouve bien $A_2 = (b-a)^5 / 30$

3) Le dessin truqué de Belinda Fram-Heto (?). (Solution de Jean-Yves Hély)

Données : MNPQ est un parallélogramme, (MQ) // (OA) et (NP) // (OA).

On va montrer que la figure ci-contre est "fausée" car on doit avoir :

(MN) // (BC) et (QP) // (BC).



Appliquons le théorème de Thalès dans ABO et dans ACO.

On peut écrire : $\frac{BM}{BO} = \frac{MQ}{AO}$ et $\frac{CN}{CO} = \frac{NP}{AO}$ d'où $\frac{BM}{BO} = \frac{CN}{CO}$ car $MQ = NP$.

La dernière égalité nous permet de dire que : (MN) // (BC).

Comme on le lit dans le texte, "ya donc kekchozkicloche" dans la figure initiale.

Il reste maintenant à savoir si une construction avec MNPQ parallélogramme et (MN) // (BC) est possible. En partant d'un point O et d'un segment [MN] tel que MN // (BC), il est facile de montrer que le quadrilatère MNPQ obtenu est bien un parallélogramme.

