Enseigner l'arithmétique aujourd'hui.

Jean Souville, directeur de l'I.R.E.M. de Poitiers nous a donné le plan de la conférence qu'il a faite le 19 novembre à Saint Jean d'Angély. Nous l'en remercions vivement. Cette conférence a permis des échanges fructueux avec le nombreux «public» présent.

1. Aucun chapitre ne peut être isolé du reste du programme.

Ré-investir l'arithmétique ailleurs

Ré-investir en arithmétique les autres chapitres

Au collège :

a) dans les autres chapitres, les résultats des calculs pourront être des fractions a/b avec a et b à 3 ou 4 chiffres

b) en arithmétique intervient toute l'algèbre du collège : identités remarquables, équations...

c) beaucoup de questions d'arithmétique pourront être posées de façon géométrique comme, par exemple, les points entiers de la diagonale d'un rectangle de côtés a et b .

Au lycée :

a) rotations d'angle $2\pi/n$ et racines n -èmes de l'unité

b) fonctions périodiques (notamment à deux périodes, ou du type somme de 2 fonctions de périodes T' et T'')

c) suites type Fibonacci.

2. Importance de manipuler de grands nombres :

Formation de processus de calculs notamment.

3. Permettre l'initiative des élèves : leur faire établir diverses stratégies.

Exemples : trouver le reste modulo 97 d'un nombre à 13 chiffres (N° INSEE), reste de la division de 2^{37} par 223 (Fermat a démontré que $2^{37}-1$ n'est pas un nombre premier, car multiple de 223).

4. Magie des nombres : forte motivation, mais attention à «lutter contre l'obscurantisme»

(montrer que les maths ne servent pas à mystifier mais à démystifier...)

exemple 1 : théorème chinois : quelle présentation choisir pour que ce ne soit pas un «truc magique»

exemple 2 : périodicité de l'écriture décimale de p/q .

5. Former au raisonnement :

démonstrations par le professeur (à partir de la division euclidienne, tout peut se démontrer) et par l'élève.

a) démonstrations : par récurrence, par l'absurde, par disjonction de cas, par utilisation d'un algorithme.

b) retour sur les méthodes de résolution d'équations :

* $ax = b \pmod{n}$ * systèmes de congruences

* $x^2 = a \pmod{n}$ * trinôme...

* sur quoi s'appuient les méthodes et résultats classiques ?

* distinguer directe et réciproque...

c) intervention de nombreuses variables

d) choix large de méthodes, laissant ainsi l'initiative à l'élève.

6. Des applications :

a) critères de divisibilité et «preuve par 9».

b) recherche de solutions «évidentes» de polynômes à coefficients entiers

c) codes de contrôle (ex : code du n° INSEE : complément à 97 du reste modulo 97)

d) cryptographie (méthode RSA ou méthodes plus simples)

Conclusion :

Derrière notre enseignement, se profile une image des mathématiques.

Si nous souhaitons que les mathématiques soient perçues comme autre chose que de simples recettes à appliquer pour réussir l'examen, il est important d'avoir constamment en tête de bons objectifs (par exemple ceux ci-dessous, avec des priorités qui peuvent varier d'un enseignant à l'autre) :

.mathématiques «école de rigueur»

.mathématiques «théorie construite»

.mathématiques «outil».

.mathématiques «langage» qui permet d'appréhender le monde.