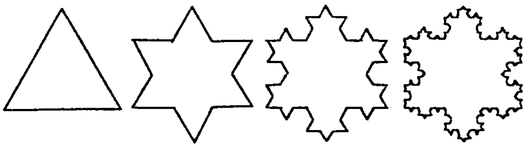
Images FRACTALES.



par Jean Jacquesson. Université de Poitiers .

Dans le cadre du cycle d'exposés organisé en 1996 par la régionale APMEP de Poitiers, M. Jean Jacquesson a fait deux confér ences particulièrement appréciées sur les fractales, à La Rochelle et à Châtellerault. Il a écrit sur ce sujet deux documents. Cor ol'aire a publié le premier dans le numéro 27. Voici le second. Que M. Jacquesson soit encor e remercié pour son aimable participation à nos activités.

Qu'est ce qu'une image fractale ? On peut en créer mathématiquement à l'ordinateur par une technique d'itération (il en existe plusieurs).

Lorsque l'on calcule une expression mathématique à partir de la valeur des deux coordonnées «r» et «i» d'un point d'un plan complexe (pris comme point de départ) on peut utiliser le résultat obtenu comme nouvelle valeur d'entrée de l'expression et recommencer indéfiniment ; on «itère» par boucles successives. Le point figuratif des résultats successifs se déplace dans le plan à partir de sa position de départ.

En général les résultats tendent vers une ou plusieurs limites (suivant la valeur d'entrée initiale). Ces **points limites** sont les **«attracteurs»** de cette expression. Mais il arrive aussi que, pour certains points de départ, il n'y ait pas de limite. C'est-à-dire que le résultat passe d'une valeur à une autre sans règle visible ; le point se déplace de manière apparemment aléatoire ; on obtient **«le chaos»**. La région du plan où les points de départ conduisent au chaos définit un **ensemble** que l'on repère en noir sur le plan.

La **frontière** de cette région a la propriété remarquable d'être compliquée à l'infini ; c'est-à-dire que, quel que soit l'agrandissement que l'on fasse en prenant des points de départ de plus en plus voisins, la frontière garde le même aspect compliqué avec des circonvolutions similaires. Cette **frontière** apparaît **invariante quelle que soit l'échelle** d'observation. **Sa longueur est infinie** !

Cette propriété est caractéristique du **caractère «fractal»** de cette frontière .

Elle représente plus qu'une ligne de dimension 1, sans être pour autant une surface de dimension 2 ; elle se place entre les deux ! Sa «dimension» est fractionnaire.

Au voisinage extérieur immédiat de cette frontière les points de départ du calcul donnent des résultats qui tendent plus ou moins vite vers leur attracteur. Deux points très voisins peuvent donner des comportements très différents (sensibilité aux conditions initiales). Si l'on colore ce point selon le nombre «n» de boucles nécessaires pour que le résultat approche l'attracteur à une distance que l'on se fixe à l'avance, on obtient des images étonnantes.

Les images les plus courantes sont issues de le frontière de **l'ensemble de Mandelbrot** (du nom du «père» de la notion de «fractale») qui correspond à la partie du plan C pour laquelle l'expression : $z^2 + c$ devient chaotique lorsque le calcul itératif $Z_{n+1} = Z_n^2 + c$ est fait :

- toujours à partir de Z = 0
- et pour les différents points du plan correspondant aux différents valeurs possibles de c qui représente un «paramètre d'ordre» (c'est-à-dire que sa valeur modifie le processus d'itération).

On dit que <u>l'ensemble de Mandelbrot est défini dans le plan «c»</u>. Pour les points de départ hors de l'ensemble, le calcul tend vers l'infini. L'attracteur est l'infini.

On peut avec la même expression obtenir un **ensemble de Julia**, les calculs se font alors :

- en partant pour Z des différents points du plan
- en gardant à c une valeur constante.

<u>L'ensemble de Julia est défini dans le plan «Z»</u>. Dans ce cas le dessin est symétrique car le signe positif ou négatif de Z est annulé quand Z est élevé au carré.

On notera qu'à chaque point de l'ensemble de Mandelbrot correspond un ensemble de Julia. *Poitiers . Mars 1996.*

N.D.L.R. : une bibliographie succincte suivait ce document. Corol'aire peut en envoyer la photocopie au lecteur intéressé (prière de joindre une enveloppe timbrée à votre adresse).

L'IREM de Poitiers a édité un fascicule «Fractales» : aspects mathématique et philosophique sur la question et comptes rendus d'expériences dans deux classes. Ce fascicule est à demander à l'IREM (prix : 50F)

«À trop regarder les chiffres, ils en oublient l'homme...» *(Suite de la page 1)*

Cela suppose bien entendu d'en avoir les moyens, car personne ne prétend que les mathématiques soient faciles. C'est pour quoi, contre les projets de réduction d'horaires au collège, nous revendiquons quatre heures hebdomadaires de mathématiques pour tous. C'est pourquoi également nous nous élevons contre les suppressions de postes au CAPES (notre discipline est la plus touchée : -40 % !). C'est pourquoi aussi nous sommes choqués que des raisons financières conduisent la MAFPEN de Poitiers à annuler la plupart des stages annoncés en 97 !A trop regarder les chiffres, nos dirigeants auraient-ils oublié l'homme ?

Tout ce travail est un effort de longue haleine, mené par l'APMEP au niveau national comme au niveau régional. Je veux à ce propos tirer un coup de chapeau à Jean-Pierre Sicre qui, pendant trois ans, a conduit la Régionale avec beaucoup de dynamisme. Je prends sa suite avec l'intention de continuer dans le même sens, au sein de l'équipe chaleureuse et eficace qui constitue notre comité régional. Louis-Marie BONNEVAL

Au moins 4 heures de mathématiques pour tous les élèves au collège.

L'A.P.M.E.P. demande à chaque collègue enseignant de mathématiques de se mobiliser pour obtenir pour chaque niveau de la 6e à la 3e, un minimum de quatre heures de mathématiques pour les élèves. Photocopiez, signez et faites signer la pétition en dernière page de ce Corol'aire et renvoyez-la à A.P.M.E.P., Pétition «4 heures», 26 rue Duméril, 75013 PARIS.