Histoire des symboles. Le saviez-vous ? Proposée par Jean-Paul GUICHARD

(VII) Rapports-Proportions-Progressions

Nous avons vu dans l'épisode VI le point de vue de Leibniz sur les proportions. Jusqu'au 17^e siècle, la plupart des auteurs rédigent comme le faisait Euclide : *"comme 5 est à 10, ainsi 10 est à 20", "AC est à CB, comme 9 est à 6", "AM est à AB, comme AN est à AC"*. Avec le développement de l'algèbre se fait sentir le besoin d'une notation. C'est l'anglais Oughtred qui en 1631 introduira la notation 5•10 :: 10•20. Avec quelques variantes, elle sera d'un usage courant jusqu'à la fin du 19^e siècle, et en Angleterre et aux Etats-Unis elle ne cédera le pas à la notation de Leibniz, vue dans l'épisode précédent, qu'au 20^e siècle. En 1651 l'astronome anglais Wing remplace le point par deux points ; il écrit donc a:b :: c:d. L'usage des deux points se répand sans supprimer celui du point.

Les rapports

On peut remarquer que cette notation a amené l'utilisation conjointe de deux symboles • et : pour désigner le rapport de deux nombres ou de deux grandeurs, symboles différents de ceux utilisés pour désigner les fractions ou la division.

A la place du point ou des deux points on trouve occasionnellement un espace, ou deux points couchés .. (cf. la notation de Jeake, épisode VI), ou même trois ..., ou deux points soulignés ::, ou surlignés ::, ou une virgule ›.

Hérigone (1634) note le rapport par π : " hg π ga " signifie $\frac{hg}{ga}$.

Les proportions

A la place de :: on trouve parfois ∺ . On trouve aussi des barres verticales éventuellement doublées. Par exemple "pla | eld-a" ou "alb || cld" que l'on trouve chez Descartes dans une œuvre de jeunesse. Hérigone utilise son signe d'égalité 2|2 (cf. épisode I) : "aπb 2|2 cπd" signifie que les grandeurs a, b, c, d, sont proportionnelles. Ceci est exceptionnel. Comme le notait Leibniz (cf. épisode précédent), l'usage était d'utiliser deux signes différents. En voici un exemple extrait de l'ouvrage de calcul différentiel, *Analyse des infiniment petits (2^e éd. 1716)*, du Marquis De l'Hospital, pourtant fervent disciple de Leibniz : *«Et en nommant les données AP, x; PM, y; (donc Pp ou MR = dx, & Rm = dy) les triangles semblables mRM et MPT donneront mR(dy)•RM(dx) :: MP(y)•PT =* $\frac{ydx}{dy}$ ». Ce que nous écririons : « $\frac{mR}{RM} = \frac{MP}{PT}$ ou $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{PT}$ donc $PT = \frac{ydx}{dy}$ ».

On peut saisir, à travers ces problèmes de notation, les difficultés liées aux différents statuts du signe = qui sont eux-mêmes liés à la nature des objets mis en relation. Par exemple Descartes n'utilise jamais dans sa *Géométrie* (1637) son signe d'égalité (cf. épisode I) pour écrire une proportion ; il reste dans le registre de la langue ordinaire qui dit l'analogie entre deux couples de grandeurs ("analogues" est le mot grec utilisé par Euclide pour désigner des grandeurs qui sont dans un même rapport) : *«Car posant a pour BD ou CD, & c pour EF, & x pour DF, on a CF∝ a-x, & comme CF ou a-x, est à FE ou c, ainsi FD ou x, est à BF, qui par conséquent est* $\frac{cx}{a-x}$.»

Remarque : pour les proportions arithmétiques on trouve parfois la même notation que pour les proportions géométriques, mais le plus souvent le symbole :: est remplacé par :, ou ∵, ou ⁝, ou ⁙ .

a | b || c | d	vers 1620 à la fin du 18^e
a • b :: c • d	de 1631 au début du 20^e
a:b::c:d	de 1651 au début du 20^e
a:b = c:d	de 1693 à nos jours
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	de 1693 à nos jours

Les progressions

Du 17^e au 19^e siècles on trouve chez la plupart des auteurs (par exemple chez Bezout) :

- pour les progressions géométriques :

∺ 2 , 6 , 18 , 54 , 162. ou ∺ 1 :q : q^2 : q^3 : q^4 : q^5 : etc

- pour les progressions arithmétiques : ÷ 1 . 3 . 5 . 7 . 9 ,

Au lieu de ÷ on trouve parfois :::, ∸.

Correction de l'erreur typographique de l'épisode VI : Division au paragraphe 5 , **La lettre D**, il faut lire :

«Ainsi trouve-t-on dans Stevin (1634) : " 5 ② D sec ① M ter ② " pour désigner $\frac{5x^2}{y} . z^2$;»

5 février 1997, 15 h, Bâtiment de mathématiques, Faculté des Sciences de POITIERS

André REVUZ :

Les Mathématiques modernes : un problème de tous les temps.