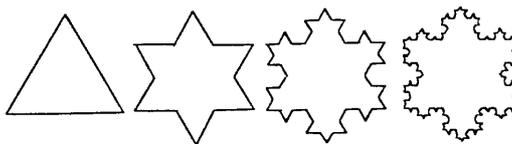


FRACTALES.

par Jean Jacquesson. Université de Poitiers .



Dans le cadre du cycle d'exposés organisé en 1996 par la régionale APMEP de Poitiers, M. Jean Jacquesson a fait deux conférences particulièrement appréciées sur les fractales, à La Rochelle et à Châtellerauld. Il a écrit sur ce sujet deux documents. Corol'aire publie ici le premier et publiera le second dans le prochain numéro. Que M. Jacquesson soit encore remercié pour son aimable participation à nos activités.

Observons la fleur d'un chou-fleur à 1 mètre de distance. Détachons une branche et regardons à 0,5 mètre. Nous voyons presque la même chose.

Divisons à nouveau cette branche et regardons encore plus près, nous voyons encore presque la même chose ! Nous pouvons continuer ainsi plusieurs fois. Malgré le changement d'échelle l'apparence ne change pas.

Le chou-fleur est un objet fractal, c'est à dire qu'un morceau, quelle que soit sa taille, ressemble à l'ensemble.

De tels objets «fractals» sont courants dans la nature : les nuages, les arbres, les éclairs d'orage, une éponge, les flocons de neige ... Les poumons aussi sont fractals et utilisent justement la propriété fractale d'avoir une surface théoriquement infinie (tout en restant dans le volume limité de la cage thoracique) pour les échanges entre l'air et le sang. Sans ces propriétés fractales la vie n'existerait probablement pas, du moins comme nous la connaissons.

On peut faire facilement une image fractale. Prenons un cercle, remplissons-le de cercles plus petits que l'on remplit à nouveau de cercles encore plus petits, etc..., indéfiniment. On obtient une image «fractale». Si on l'agrandit progressivement on retrouve périodiquement l'image du départ. On remarquera que la longueur du trait est infinie, car quel que soit l'agrandissement, on trouve toujours de nouveaux cercles.

On réalise facilement des images fractales par calcul mathématique. Diverses méthodes sont possibles faisant toujours appel à une fonction mathématique et à des approximations successives ou itérations.

N.D.L.R. : une bibliographie succincte suivait ce document. Corol'aire peut en envoyer la photocopie au lecteur intéressé (prière de joindre une enveloppe timbrée à votre adresse).

L'IREM de Poitiers a édité un fascicule «Fractales» : aspects mathématique et philosophique sur la question et comptes rendus d'expériences dans deux classes. Ce fascicule est à demander à l'IREM (prix : 50F)

Un exemple : prenons une expression mathématique quelconque faisant intervenir deux grandeurs numériques (ou un nombre complexe). Pour ces grandeurs prenons, au départ, les valeurs des coordonnées d'un point du plan où on réalise l'image. La fonction donne, comme résultats, deux nouvelles valeurs. Mettons-les dans la fonction à la place des valeurs de départ. Nous obtenons deux nouveaux résultats. Pour un point nous pouvons recommencer successivement autant de fois que nous le voulons cette «boucle» de calcul. Et ceci pour chaque point du plan.

Fixons une valeur limite pour les résultats. Pour chaque point du plan il faudra un certain nombre de boucles avant d'atteindre cette limite. On fait correspondre une couleur à chaque nombre de boucles, couleur qui sera celle du point correspondant. On opère sur tous les points du plan et l'on obtient ainsi une image colorée. Cette image se réalise facilement avec un ordinateur qui peut calculer très vite le nombre de boucles nécessaires à chacun des 300000 points (ou plus) de son écran (représentant la partie du plan explorée).

Les points de certaines zones du plan peuvent conduire à des résultats qui semblent chaotiques et n'atteignent jamais la limite que l'on s'est donnée, quel que soit le nombre de boucles que l'on fasse. On leur affecte une même couleur, noire ou bleue en général. C'est la couleur des zones du chaos !

La frontière de telles zones de chaos est à caractère fractal et donne lieu à de très belles images que ne désavoueraient pas des peintres modernes.

Poitiers, mars 1996.

IREM de POITIERS

Dernières parutions...

Des Affiches pour la classe :

- Périmètre et aire..... 15 F (port non compris)
- Aire..... 15 F (port non compris)

Publications :

Collège :

- Les nombres relatifs au collège
..... 45 F (port non compris)

Lycée :

- Mathématiques en filière Economique et Sociale..... 45 F (port non compris)

Tous niveaux :

- Enseigner les Mathématiques
..... 50 F (port non compris)