



# Histoire des symboles. Le saviez-vous ?

Proposée par Jean-Paul GUICHARD

## (VI) Division

Division, rapport, quotient, fraction, proportion appartiennent au même champ conceptuel : doit-on utiliser un seul symbole ou des symboles différents ? Les avis sur ce sujet ont été depuis longtemps fort partagés. Voici deux points de vue opposés.

### 1. Leibniz écrit en 1693 :

*"J'ai toujours désapprouvé le fait d'utiliser des signes spéciaux pour les rapports et proportions, pour la raison que pour le rapport le signe de la division suffit et de même pour la proportion le signe de l'égalité suffit. En conséquence, j'écris le rapport de a à b ainsi :  $a : b$  ou  $\frac{a}{b}$  comme on le fait pour diviser a par b. Je désigne la proportion ou l'égalité de deux rapports, par l'égalité de deux divisions ou fractions. Ainsi quand j'exprime que le rapport de a à b est le même que celui de c à d, il suffit d'écrire  $a : b = c : d$  ou  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ".*

### 2. Jeake écrit à Londres en 1696 :

*"Ainsi, pour distinguer les rapports des fractions, au lieu d'une barre horizontale, on met deux "piqûres" ; ainsi le rapport sesquialtère s'exprime par  $\frac{3}{2}$ ".*

Il écrit alors " $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{9} :: 9 \cdot 7$ " la proportion  $\frac{1}{7} : \frac{1}{9} = 9 : 7$ .

### Le trait de fraction

Il apparaît au 12<sup>e</sup> siècle chez des auteurs arabes et dans le Liber abaci (1202) de Léonard de Pise, alias Fibonacci, aussi bien pour désigner une fraction qu'une division. Auparavant les hindous écrivaient simplement l'un sous l'autre dénominateur et numérateur, ou diviseur et dividende. Le trait de fraction restera alors constamment en usage pour ces deux fonctions (cf. Viète et Descartes). Ce n'est qu'à partir du 16<sup>e</sup> siècle qu'apparaît chez certains auteurs la nécessité d'utiliser un signe spécial pour la division.

### La lettre D

La première idée, suggérée par Stifel (1545), mais qui a eu peu d'écho, a été d'utiliser la lettre D conjointement avec la lettre M pour la multiplication (voir l'épisode 5). Ainsi trouve-t-on dans Stevin (1634) : " $5 \text{ } \textcircled{D} \text{ sec } \textcircled{M} \text{ ter } \textcircled{B}$ "

pour désigner  $\frac{5x^2}{y} \cdot z^2$  ; c'est un D inversé qu'utilise

Gallimard (1751) : " $12 \text{ } \textcircled{D} 4 = 3$ ", et un d couché  $\textcircled{D}$  chez Da Cunha (1790).

### Le symbole +

Le premier symbole qui a connu une grande fortune en Angleterre, puis aux États Unis, est le symbole + dû au suisse Rahn (1659). Comme son symbole \* qui figure sur tous les claviers d'ordinateurs (voir l'épisode 5), son symbole + figure sur toutes les calculatrices. Il est souvent attribué au mathématicien anglais Pell qui l'a répandu en Angleterre.

Rappelons que ce symbole + a été utilisé de 1525 à 1921 par divers auteurs en lieu et place du signe - de la soustraction (voir l'épisode 4).

### Le symbole :

Le symbole de Rahn n'a eu aucun succès sur le continent européen. C'est Leibniz qui, après avoir proposé un C couché,  $\textcircled{C}$ , en 1668, introduit les deux points : en 1684 dans un article des Acta Eruditorum (voir le parallèle avec la multiplication dans l'épisode 5). Voici la justification qu'il donne en 1710 :

*"Selon l'usage commun, la division est parfois indiquée en écrivant le diviseur sous le dividende, avec une ligne entre eux ; ainsi a divisé par b est communément noté  $\frac{a}{b}$  ; cependant il est très souhaitable de prohiber ceci et de continuer sur la même ligne, mais en interposant deux points ; de sorte que  $a : b$  signifie a divisé par b. Mais si ensuite  $a : b$  doit être divisé par c, on peut écrire  $a : b : c$ , ou  $(a : b) : c$ . Franchement, cependant, dans ce cas la relation peut être exprimée facilement d'une autre manière, à savoir  $a : (bc)$  ou  $a : bc$ , car la division ne peut pas toujours être effectuée, mais souvent ne peut être qu'indiquée, et alors il devient nécessaire de signaler l'ordre des opérations à faire par des virgules ou des parenthèses" (voir l'épisode 2).*

Ce symbole pour désigner la division va se répandre en Europe et dans les pays latino-américains où il va également désigner le rapport.

### Les débats

Ce partage géopolitique du monde selon le type de symbole utilisé est assez rare pour être remarqué. A. Saverien, un français, déplore, en 1753, ces usages différents : "*Qu'y a-t-il de plus inutile et de mieux fait pour dégoûter un débutant et embarrasser même un géomètre que les trois expressions  $..$ ,  $:$ ,  $+$  pour noter la division*". Un autre français, D. André, en 1909, critique l'usage de  $:$  : "*Le signe : est une survivance de vieilles notations mathématiques ; il est court et simple, mais il a l'inconvénient d'être symétrique à droite et à gauche, c'est-à-dire d'être un signe symétrique pour une opération qui ne l'est pas. Il est de moins en moins utilisé... Quand il est nécessaire d'écrire le quotient de a par b dans le corps d'un texte en langage ordinaire, l'expression  $a : b$  offre en fait l'avantage typographique de ne pas requérir, comme pour  $\frac{a}{b}$ , un plus grand espacement de la ligne dans laquelle il apparaît*".

Pour finir voici les recommandations de l'Association Mathématique Américaine en 1923 : "*Puisque ni +, ni :, en tant que signes de la division, ne jouent aucun rôle dans la vie économique, il semble à propos de ne considérer que les besoins de l'algèbre, et de faire davantage usage de la forme fractionnaire et (quand il n'y a pas d'ambiguïté) du symbole /, et d'abandonner le symbole + dans l'écriture des expressions algébriques*".

## The inheritance problem

A man left the sum of £1200 to be divided between his three sons on condition that the first son received half, the second received a third and the youngest received a quarter. How much should each receive ?

The sum of the three shares is :  $1/2 + 1/3 + 1/4 = 6/12 + 4/12 + 3/12 = 13/12$ . The first son receives 6 parts, the second 4 parts and the youngest receives 3 parts. We must, therefore, divide £1200 by 13 to find the value of a single share

| £            | " | s.       | " | d                    |
|--------------|---|----------|---|----------------------|
| 92           |   | 6        |   | 1 11/13              |
| 13   1200    |   | 13   80  |   | 13   24              |
| 117          |   | 78       |   | 13                   |
| 30           |   | 2s.      |   | 11 pence or 11/13 d. |
| 26           |   | x 12     |   |                      |
| £4           |   | 24 pence |   |                      |
| x 20         |   |          |   |                      |
| 80 shillings |   |          |   |                      |

[N.B. The abbreviation of pence, in old system, was "d" representing the Latin DENARIUS. Also the S was not short for shilling but for the Latin SOLIDI, similarly £ is the letter L representing the Latin LIBRA.]

So £1200 ÷ 13 = £92 .. 6S .. 1 11/13d.

The first son receives six of these parts

| £   | " | s.        | " | d          |
|-----|---|-----------|---|------------|
| 92  |   | 6         |   | 1 11/13    |
|     |   |           |   | X 6        |
| 553 |   | 16        |   | 11 1/13    |
| 1   |   | 36+20     |   | 5 66/13    |
| 552 |   | £1 .. 16s |   | 6 5 + 1/13 |
| 553 |   |           |   | 11         |

|                       |                                   |
|-----------------------|-----------------------------------|
| So the first receives | £553 .. 16s .. 11d + 1/13d.       |
| The second receives   | £369 .. 4s .. 7d + 5/13d = 1/2d   |
| The youngest receives | £276 .. 18s .. 5d + 7/13d = 1/2d. |
| Check :               | £553 .. 16s .. 11d                |
|                       | £369 .. 4s .. 7 1/2 d             |
|                       | £276 .. 18s .. 5 1/2 d            |
| Total :               | £1200 .. 0s .. 0d                 |
|                       | 2 2 24 d                          |
|                       | 38 2 s                            |
|                       | 40s = 2£                          |

If we use the *decadent* \* metric system the operation is :

|               |        |
|---------------|--------|
|               | 92.307 |
| 13   1200.000 |        |
|               | 117    |
|               | 30     |
|               | 26     |
|               | 4.0    |
|               | 3.9    |
|               | 100    |
|               | 91     |
|               | 9      |

First share is £553.85...  
 Second share is £369.23...  
 Third share is £276.92...  
 Total £1200.00

Alan Harrison.

NDLR : \* Ce mot *decadent* fait référence à la dernière citation de l'article "Fun with furlongs" publié dans le précédent Corollaire. Pour un Français, les calculs en ancienne monnaie anglaise paraissent plutôt compliqués ; mais nos divisions sexagésimales ... ! Le problème évoqué ci-dessus est parfois donné dans les livres de "jeux et paradoxes". Les parts calculées ne sont pas la moitié, le tiers et le quart de la somme et pour cause ! mais les "proportions relatives" sont respectées. On peut présenter également ce calcul comme suit : le notaire chargé du partage retient 92,30 livres comme honoraire. Les calculs étant arrondis au 1/100, la somme à partager est donc 1200 - 92,30 = 1107,70. Les trois parts sont respectivement la moitié, le tiers et le quart de cette somme, soit 553,85 , 369,23, et 276,92. Le notaire remet alors les parts à chacun des trois frères en leur faisant remarquer qu'il a renoncé à ses honoraires, puisqu'il a bien redonné les 1200 livres !

S.P.

### PANORAMATH 96.

Ce livre, coédité par le CIJM, l'APMEP et ACL, présente en 250 pages des énoncés de rallyes et de compétitions mathématiques de tous les niveaux (primaire à supérieur). Beaucoup de ces énoncés ont leurs corrigés. Malgré quelques erreurs de mise en page et quelques fautes d'orthographe - le livre devait être présenté au Congrès International pour l'Enseignement des Mathématiques de Séville (juillet 96) et sa confection s'est faite dans l'urgence - on ne peut que le recommander vivement : c'est un document de travail remarquable. Il a d'ailleurs obtenu un très vif succès au Congrès de Séville. Ce livre sera en vente lors des différentes réunions organisées par notre régionale. Une bonne affaire à ne pas manquer ! Ci-dessous, deux problèmes extraits de ce livre.

S.P.

#### Rallye mathématique Romand.

(Niveau Primaire)

Cinq personnes jouent aux cartes, à une table ronde.  
 Madame Dufour est assise entre Monsieur Nicod et Madame Pont.  
 Franck est assis entre Jean et Madame Lebrun.  
 Monsieur Nicod est entre Franck et Maude.  
 Aline a Monsieur Raton à sa gauche et Madame Pont à sa droite.  
 C'est à Louise de jouer.

Placer les cinq personnes autour de la table et notez pour chacune son nom et son prénom.

#### Rallye mathématique d'Alsace.

(Niveau Lycée - Première)

On se donne trois réels a, b et c compris entre 0 et 1.

Montrer l'inégalité :

$$\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ac} + \frac{c}{1+ab} \leq 2$$

# RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU-CHARENTES 1996 Eléments de solutions

## 1 Mini-Loto (5 points)

Le nombre total des numéros joués est  $43 + 57 + \dots + 44 = 720$ , ce qui correspond, à raison de 5 numéros par grille, à  $720 : 5 = 144$  grilles.  
(La somme 720 était facile à calculer par association de certains termes comme 43 et 57, 32 et 98, etc).

Chaque grille étant vendue 10 F, la vente de ces grilles a rapporté 1440 F.

## 2 Les quatre confrenciers (5 points)

Notons A, B, C et D les confrenciers. Utilisons le codage Xy pour signifier que le confrencier X intervient le y-ième et Non(Xy) dans le cas contraire.

Si A1 alors C2 : si B3 alors D1 : contradiction avec A1.

si B4 alors D3 et donc C4 : contradiction avec B4.

Donc Non(A1) d'où D3, d'où C4 :

si B2 alors A1 : contradiction avec Non(A1) ;

si A2 alors B1 : sans contradiction.

En résumé : B1, A2, D3, C4.

## 3 Mise en boîte (15 points)

On peut considérer la boîte comme un parallélépipède rectangle à base carrée privé de quatre "coins", chacun de ces coins étant un trièdre tri-rectangle. Soit l'un d'entre eux ABCD (voir figures). La base BCD est un triangle équilatéral de côté 6. Les autres bases sont des triangles rectangles.

$$\text{On a } AB^2 + AC^2 = 36, AC^2 + AD^2 = 36, AD^2 + AB^2 = 36.$$

$$\text{On en déduit que } AB = AC = AD = 3\sqrt{2}.$$

En conséquence la base du parallélépipède mesure  $6 + 2 \times 3\sqrt{2}$ , la hauteur mesure  $3\sqrt{2}$ , d'où son volume :  $(6 + 2 \times 3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2} = 324\sqrt{2} + 432$

Le volume d'un trièdre (base BAD d'aire  $(3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2})/2$ ,

hauteur AC de longueur  $3\sqrt{2}$ ) est égal à :  $(3\sqrt{2})^3/(2 \times 3) = 9\sqrt{2}$ .

Le volume de la boîte (parallélépipède privé de quatre "coins") vaut :

$$432 + 324\sqrt{2} - 36\sqrt{2} = 432 + 288\sqrt{2} = 839,29... \text{ cm}^3$$

## 4 Le Prof. Ila Ransor (10 points)

Soit X le nombre entier cherché. On a :  $X + 29 = a^2$  et  $X - 60 = b^2$ .

Par suite  $a^2 - b^2 = 89$ , d'où  $(a - b) \times (a + b) = 89$ .

89 étant un nombre premier, on a nécessairement  $a - b = 1$  et  $a + b = 89$ , donc  $a = 45$  et  $b = 44$ . On en déduit :  $X = 2025 - 29$ , soit  $X = 1996$ .

## 8 A la recherche de l'âge perdu (10 points)

Il est impossible que je sois né en 18ab, a et b étant deux chiffres. En effet mon âge serait dans ce cas :  $1997 - 18ab = 197 - 10xa - b$ , d'où :  $197 - 10xa - b = 1 + 8 + a + b$ , soit  $188 = 11xa + 2xb$  ; mais  $11xa + 2xb \leq 11 \times 9 + 2 \times 9$ , ce qui conduirait à  $188 \leq 117$ . Soit donc 19ab mon année de naissance. Mon âge l'an prochain sera :

$$1997 - 19ab = 97 - 10xa - b, \text{ et donc : } 97 - 10xa - b = 1 + 9 + a + b, \text{ d'où } 87 - 2xb = 11xa.$$

En faisant successivement  $b = 1, 2, \dots, 9$  dans  $87 - 2xb$ , le seul multiple de 11 trouvé est 77.

Par suite  $a = 7, b = 5$ . Année de naissance : 1975 ; âge : 21 ans (cette année).

## 9 Flächeninhalt nicht ohne ! ; Area sin más !

### An innocent surface ! (10 points)

Le triangle ABC étant rectangle, l'hypoténuse

BC = 5. Les aires du triangle ABC, des trois

carrés adjacents et du triangle FAE sont

respectivement 6, 9, 16, 25 et 6. Si on cherche la

hauteur IM du triangle IDB relativement à la base

DB et la hauteur HP du triangle HCG

relativement à la base CG, on est amené à faire

la construction de la figure ci-contre. L'étude

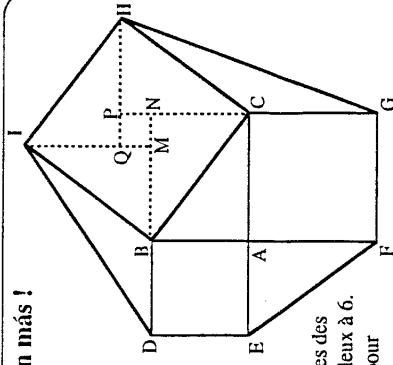
géométrique de la figure conduit à

$$IM = BN = AC = 4 \text{ et } PH = BM = CN = 3. \text{ Les aires des}$$

triangles IDB et HCG sont donc égales toutes les deux à 6.

On fait la somme des différents résultats obtenus pour

trouver l'aire totale, soit 74.



## 10 L'arroseur arrosé (10 points)

Soit le carré A'B'C'D' (voir figure).

Après avoir longtemps hésité à poser cet exercice nous

avons pensé que la construction de la figure et le calcul

de l'aire A'B'C'D' présentaient de l'intérêt pour les

élèves et qu'ils concluraient ... en faveur de A'B'C'D'.

Les quatre disques sont à l'intérieur du disque de centre

O et de rayon 12. La distance maximum entre deux

points de ce disque est 12 - pour les points A' et C' par

exemple. La diagonale d'un rectangle inclue dans la

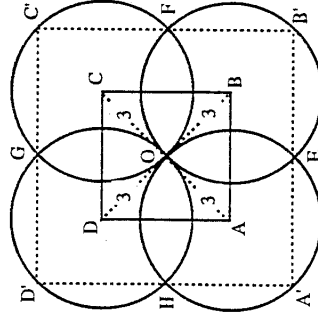
surface arrosée ne peut donc être plus grande que 12.

De tous les rectangles de diagonale 12, c'est le carré qui a la plus grande aire.

Le carré A'B'C'D' répond effectivement à la question.

Le calcul du côté A'B' ne présente aucune difficulté :  $6\sqrt{2}$ .

Aire du carré A'B'C'D' :  $72 \text{ m}^2$ .



### 5 Une lettre du jeudi 29 février (10 points)

La première phrase de la lettre est sans aucun doute la date, ce qui donne les correspondances  $E = I, U = E, X = U, K = D, R = I, O = F, T = V, W = R$ . Il semble qu'il y ait au début une énumération de noms et donc  $UC = ET$  probablement, soit  $C = T$ . Des essais successifs peuvent conduire à penser par exemple que SHNC peut être SONT, ce qui conduirait à EHWKAN = JORDAN (Camille Jordan 1838-1922 ; ce qui confirme le choix des lettres).

Puis avec AWDIRZUKU = ARCHIMEDE, on arrive pratiquement à finir le décryptage.

«Archimède, Euclide, Pythagore et Zénon sont tous les quatre bien connus.

Par contre Endoxe, Fermat, Gauss, Viète et Weierstrass le sont moins.

Décryptez ce texte et donnez-nous en plus les prénoms de Jordan (1838-1922) et de madame Germain (1776-1831).»

Camille Jordan ; Sophie Germain.

### 6 Pierre de Taille (15 points)

Cherchons le volume d'un des morceaux par exemple le morceau de base BC. En coupant ce morceau en deux et en plaçant les deux parties tête-bêche on obtient un cylindre - voir figure.

Les longueurs sont données en dm et les volumes en  $dm^3$ .

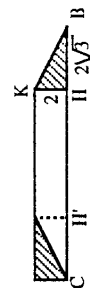
L'angle  $\widehat{HBK}$  mesure  $30^\circ$ ,  $KH = 2$  ;

donc  $BH = 2\sqrt{3}$ .  $H'C = BH$  ; d'où  $HC = 10 - 2\sqrt{3}$ .

Le rayon du cylindre est 1, sa hauteur  $10 - 2\sqrt{3}$ , son volume est égal à  $\pi(10 - 2\sqrt{3})$

Le volume de la sculpture est le triple du volume d'un morceau,

soit  $\pi(30 - 6\sqrt{3})$  et sa masse est égale à  $2\pi(30 - 6\sqrt{3}) \approx 123,198 \text{ kg}$ .



### 7 Chez Grand-mère (5 points)

Notons A, B, C, D, E les cinq phrases décrivant la situation.

D'après B et D, on a nécessairement sur l'étagère supérieure le sucre, la farine, le sel et les bonbons, et sous le sel le riz. Le chocolat, le café et le riz étant, d'après E, sur une même étagère, ce ne peut être que l'étagère inférieure, l'autre étant déjà garnie de quatre pots (A). C'est également le cas des épices et des nouilles (C). En reprenant alors toutes ces

déductions, on peut préciser la position du pot de lentilles :

|       |          |     |         |           |
|-------|----------|-----|---------|-----------|
| Sucre | Farine   | Sel | Bonbons | Lentilles |
| Café  | Chocolat | Riz | Epices  | Nouilles  |

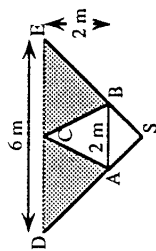
### Complément pour les classes de Seconde

#### 11 Dans le jardin de Bélinda (10 points)

Soit  $v$  le volume du tronc de cône de section ADEB et  $v'$  le volume du cône de section ACB.

La contenance du bassin sera :  $V = v - v'$ . On trouve immédiatement  $v' = 2\pi/3$ . Le cône de section SDE (voir figure) a pour hauteur 3m (calcul par utilisation du théorème de Thalès).  $v$  est égal à la différence des volumes du cône de section SDE et

du cône de section SAB, soit :  $v = 27\pi/3 - \pi/3 = 26\pi/3$ . D'où  $V = 24\pi/3 = 8\pi$ .  
Contenance :  $8\pi \approx 25,133$  (en  $m^3$ ).



#### 12 Problème Tout-Terrain (P.T.T.) (15 points)

Le terrain doit être tel que

$$\begin{aligned} l &< L \\ 60 &< l + L < 80 \end{aligned} \quad (1)$$

A noter que (1) est respectée a fortiori dans le terrain définitif.

L'aire perdue est  $5L$ ,

l'aire gagnée est  $10(l - 5)$ .

Il faut donc  $10(l - 5) > 5L$ ,

soit  $2l - L - 10 > 0$  (3).

On trace les droites d'équations

$l - L = 0$ ;  $l + L - 60 = 0$ ;  $l + L - 80 = 0$ ,

et  $2l - L - 10 = 0$ .

On hachure les régions interdites ;

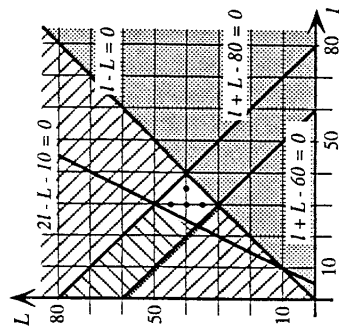
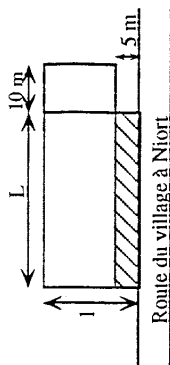
les solutions possibles sont dans la

région non hachurée : (30, 35),

(30, 40), (30, 45) et (35, 40).

Le gain pour le propriétaire est

$10(l - 5) - 5L$ . Parmi les 4 cas, le gain le plus important est obtenu pour (35, 40).



Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Rappelons le problème posé par Jean Fromentin dans le Supplément au Corollaire n° 23. Nous avons reçu pour ce problème une solution de Jean-Yves Hély de Rennes, proche de la solution de Collette Gripon, et une solution d'Alain Pichereau d'Angoulême que nous publierons dans le prochain Corollaire.

Existe-t-il un triangle ABC tel que la hauteur issue de A, la bissectrice de l'angle BAC et la médiane relative au côté [BC] partagent l'angle BAC en 4 angles de même mesure ?

### Solution de Collette Gripon (Buxerolles)

Soit le triangle ABC, O le centre du cercle circonscrit, H le pied de la hauteur issue de A sur le côté [BC], A' l'intersection de la médiatrice de [BC] avec l'arc BC. A' est le milieu de l'arc BC.

(AA') est la bissectrice de l'angle BAC, donc  $\angle BAA' = \angle A'AC$ .

(AH) // (OA') car ces deux droites sont perpendiculaires à (BC).

$\angle HAA' = \angle AA'O$  (angles alternes-internes) et  $\angle AA'O = \angle A'AO$  (angles à la base du triangle isocèle AOA').

Par transitivité :  $\angle HAA' = \angle A'AO$ , d'où (AA') est bissectrice de l'angle HAO.

Pour répondre au problème posé, il faut donc que [AO] soit la médiane relative au côté [BC], donc que O soit le milieu de [BC] tout en étant centre du cercle circonscrit au triangle. Il faut donc que le triangle ABC soit rectangle en A. C'est une condition nécessaire mais pas suffisante.

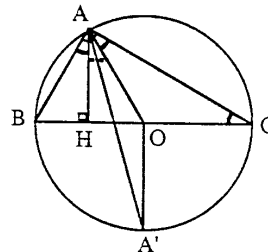
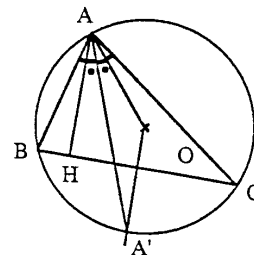
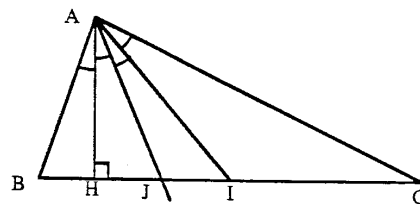
Angle HAO = angle B - angle C (dans tous les cas, triangle rectangle ou non)

Avec un triangle rectangle : angle HAO =  $45^\circ$  et angle C = angle AOC =  $22,5^\circ$ .

(Dans le cas de la figure ci-contre, ce n'est pas vrai.)

Conclusion : il existe un triangle ABC tel que la hauteur issue de A, la bissectrice de l'angle BAC et la médiane relative au côté [BC] partagent l'angle BAC en quatre angles de même mesure.

C'est un triangle rectangle en A et tel que l'angle C mesure  $22,5^\circ$



### Solution de Jean Fromentin.

La résolution de ce problème repose sur l'idée que les quatre angles égaux intercepteront quatre arcs de même mesure sur le cercle circonscrit au triangle ABC.

Partant de cette idée, considérons un cercle (C) de centre O, une corde [BC] de ce cercle et son milieu I. (Fig. 1)

Partageons l'arc BC en quatre arcs de même mesure : BM, MN, NP et PC. La bissectrice de l'angle ABC coupera le cercle au point N. La hauteur et la médiane issues de A étant de part et d'autre de la bissectrice, la médiane coupera le cercle (C) en P.

Construisons alors le point A, deuxième point d'intersection de la droite (PI) avec le cercle (C). Pour tout triangle ABC construit de la sorte à partir de la corde [BC], la médiane (AP) issue de A, la bissectrice (AN) de l'angle ABC et la droite (AM) partagent l'angle ABC en quatre angles de même mesure.

Il reste donc à construire la corde [BC] telle que (AM) soit la hauteur du triangle ABC.

(AM) est hauteur si et seulement si (AM) est parallèle à (ON). Les angles alternes-internes MAN et ANO ont donc même mesure. (Fig. 2) Par ailleurs, les angles MAN et NAO ont même mesure. Le triangle ANI doit donc être isocèle de sommet I. Or le triangle ANQ est isocèle de même angle à la base que le triangle ANI. Donc le point I est en O, et [BC] est un diamètre du cercle (C). (Fig. 3)

Le triangle ABC solution du problème est un triangle rectangle en A tel que  $\angle ACB = \pi/8$  et  $\angle ABC = 3\pi/8$ .

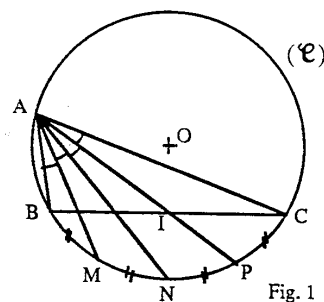


Fig. 1

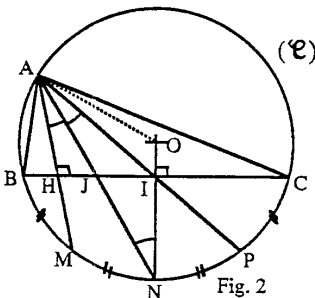


Fig. 2

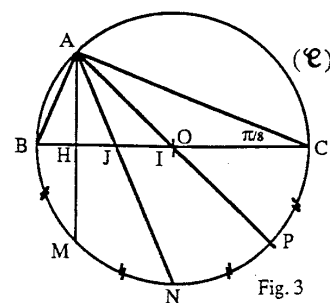


Fig. 3

Réponse à un problème posé dans le supplément au Corollaire n° 23 : "le fil en Y".

Jean -Yves Hély de Rennes.

Remarque préliminaire : Bien que l'énoncé soit écrit en anglais ... je préfère répondre en français ...

Le problème revient à chercher quel est le point M, intérieur à un triangle ABC, telle que la somme  $MA+MB+MC$  soit minimale.

**Méthode 1 :** On connaît, a priori, la position du point M.

**Propriété :** Le point M qui rend minimale la somme de ses distances à trois points donnés A, B, C est tel que :  
angle AMB = angle BMC = angle CMA.

Si on applique cette propriété au triangle isocèle ABC (figure 1), on a immédiatement angle ABM =  $30^\circ$  car ABM est isocèle.

La position du point M sur la médiatrice de [AB] est alors parfaitement déterminée. Calculons la longueur minimale du fil :

$$l_{\min} = 2 BM + MC = 2(8 \sqrt{3}/3) + 10 - (4 \sqrt{3}/3)$$

$$l_{\min} = 10 + 4 \sqrt{3} = 12.93 \text{ m (par excès)}$$

**Méthode 2 :** On ne connaît pas, a priori, la position du point M.

On peut alors chercher à calculer la mesure  $\alpha$  de l'angle géométrique ABM (figure 2).

On a  $BM = 4 / \cos \alpha$  et  $CM = 10 - 4 \tan \alpha$  ( $0 \leq \alpha < \pi/2$ ). La longueur du fil est alors égale à  $8 / \cos \alpha + 10 - 4 \tan \alpha$ .

Étudions la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; \pi/2]$  par  $f(\alpha) = 8 / \cos \alpha + 10 - 4 \tan \alpha$ . On a  $f'(\alpha) = 4(2 \sin \alpha - 1) / \cos^2 \alpha$ .

D'où  $f'(\alpha) = 0$  pour  $\alpha = \pi/6$ ,  $f'(\alpha) < 0$  pour ( $0 \leq \alpha < \pi/6$ ),  $f'(\alpha) > 0$  pour ( $\pi/6 < \alpha \leq \pi/2$ ).

Comme  $f$  est décroissante sur  $[0 ; \pi/6]$  et croissante sur  $[\pi/6 ; \pi/2]$ ,  $f$  présente un minimum pour  $\alpha = \pi/6$ .

On retrouve bien le même résultat que par la méthode 1.

A and B are two points on a horizontal beam 8 meters apart. A weight is suspended by a Y-shaped wire structure 10 m below the beam. Determine the shortest total length of wire that be used. Mathematical Association of South Australia.

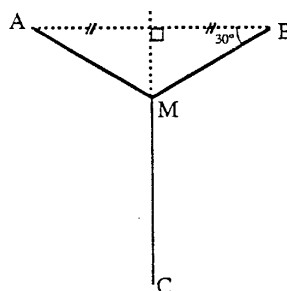
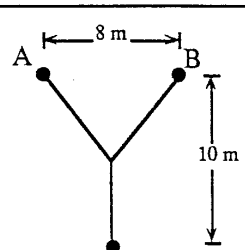


Figure 1

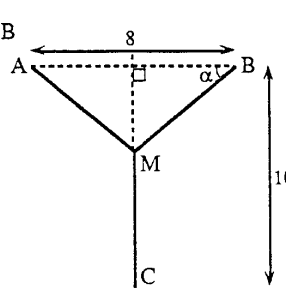


Figure 2

## Vie Associative : Comité du 25 septembre 1996

Jean-Pierre Sicre ouvre la séance en demandant confirmation du calendrier des réunions du Comité de la Régionale. Aucune objection n'étant faite, celui-ci est maintenu : 13 novembre, 29 janvier et 11 juin.

Il se félicite ensuite de la progression en nombre d'adhérents de notre Régionale (+ 19). Celle-ci compte désormais 3251 membres. Il aborde ensuite l'ordre du jour proprement dit.

### \* Mémoires IUFM.

Chacun fait part de ses lectures et de ses difficultés. Il est décidé de parquer tous les mémoires lus et de signaler par un + ceux dont on pourra sortir un sujet d'article. (activités, analyses, exercices...). Pour la publication, l'auteur sera contacté dans la mesure du possible et dans tous les cas les références seront jointes à l'article. Les premiers extraits devront être prêts pour le 13 novembre.

### \* Assemblées Générale.

Elle se déroulera à Poitiers au lycée Camille Guérin le 11 décembre. Marc Blanchard a donné son accord pour une conférence, non pas sur les Céviennes (rapidement ardues) mais sur les figures en géométrie pour les démonstrations du primaire au supérieur.

### \* Conférence H. Planes.

Le thème en sera la démonstration par les aires, et le lieu :

Jean Macé à Niort, le 5 février ou le 12 mars.

Deux dates sont prévues également pour la visite de la MAIF le 14 mai ou le 30 avril pour permettre à Pierre-Jean Robin de faire avancer les négociations. D'autres projets sont évoqués par Dominique Gaud (André Revuz à Poitiers) par Serge Parpay (Maths chinoises, M. Giraud, M. Cohen-Zardi).

Jean-Pierre Sicre passe ensuite aux questions diverses :

- Création de commissions régionales afin de permettre un meilleur fonctionnement : Corollaire, Rallye, Publications.

- Pierre-Jean Robin fait un bref compte rendu du dernier Comité national. Il signale – et insiste sur – le bon climat des séances. La lettre de protestation sur les programmes a été bien accueillie mais sera revue. Il indique ensuite les Régionales qui organiseront les futures Journées nationales : Marseille (1997), Rouen (1998), Lorraine (1999), Nice (2000), Tours (2001). Pour les prochaines, à Albi, les cartons et les affiches pour le stand IREM sont répartis dans les voitures.

La dernière partie de la réunion est consacrée à l'étude de la constitution du futur Bureau de notre Régionale.

La séance est levée à 17h15, puis les verres aussi pour fêter des anniversaires.

J. Citron

## Rallye Mathématique POITOU-CHARENTES 1996

En juin dernier, Corol'aire vous proposait les problèmes de l'édition 1996 du Rallye Mathématique Poitou-Charentes. Vous avez dû mettre à profit vos vacances d'été pour les résoudre. Vous trouverez en pages centrales de ce Corol'aire des éléments de solutions à l'ensemble des problèmes. N'hésitez pas à nous faire part de vos remarques à leur sujet, et, surtout, envoyez-nous des problèmes pour l'édition 1997. Plus nous aurons le choix, mieux nous pourrions équilibrer les difficultés.

### Pour alimenter le débat sur le "Collège unique" et le "Collège pour tous"

*Quoique les élèves de l'Ecole centrale des travaux publics aient en général une intelligence au dessus de la moyenne à cause de l'examen qui précède leur admission à l'Ecole, cependant, ils ont tous une intelligence différente et une intelligence différemment exercée et d'après cela il sera impossible qu'ils aillent tous le même pas. Si l'on règle la marche de toute une division d'après les dispositions moyennes de cette division, on arrête la course de ceux d'entre eux qui ont une intelligence plus grande et on produit deux maux : le premier de ne pas employer toutes les facultés de ceux qui les auraient les plus grandes, et de les empêcher de devenir ce qu'ils pourraient être un jour. Le second de leur procurer du dégoût en les astreignant à un travail dont ils ne font pas cas et que pour cela même ils font moins bien que les autres qui sont flattés du succès qu'ils obtiennent en ce genre.*

*Si au contraire on donne à la marche de l'instruction la rapidité qui ne convient qu'à ceux dont les facultés sont plus grandes, les autres ne pourront suivre cette marche ou ils ne sauront que peu de chose ou il ne sauront rien bien et par conséquent rien d'utile.*

*D'après cela il semble qu'après un mois de travail environ et lorsqu'on s'apercevrait de la différence des progrès des élèves, il faudrait les distribuer par salles dans lesquelles on placerait ceux qui seraient à peu près de même force. On ferait aller de front l'instruction générale dans toutes les salles mais dans les salles différentes on distribuerait les applications d'une manière proportionnée aux facultés des élèves. On exigerait des élèves plus forts des recherches plus difficiles ; on emploierait toutes leurs facultés, on leur procurerait une satisfaction en leur faisant (sic) faire un travail dont ils seraient flattés, et on obtiendrait d'eux de nouveaux efforts et de nouveaux succès.*

Déclaration du citoyen MONGE (extrait)

in Procès Verbal du Conseil d'Administration de l'Ecole Centrale des Travaux Publics  
20 Pluviôse an III

### Les maths au coin de la rue.

Envoi de Chantal Gobin :

**Le droit chemin :** "Elle a complètement changé de vie. Elle a fait un virage à 360°" (une voisine).

**Quantité négligeable :** "100% des gens étaient contents de mon travail ; il n'y en avait que quelques uns qui ne l'étaient pas" (Le facteur).

Envoi de Jean Fromentin :

**Émerveillement** devant le pin's  $\pi$  de l'APMEP :

"Le nombre  $\pi$  ? Ah, le fameux nombre dont même les mathématiciens n'ont pas trouvé tous les chiffres !" (un chef de chantier).

### La plus jeune sympathisante de notre Régionale :



"Aux âmes bien nées. ..."