

RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU-CHARENTES 1996 Épreuve

1 Mini-Loto (5 points)

A l'occasion de la kermesse du Collège, le foyer organise un loto. Une grille telle que celle représentée ci-contre coûte 10 F et chaque joueur y coche cinq numéros.

Les gagnants sont ceux qui ont obtenu deux, trois ou les quatre numéros tirés au sort parmi les seize. En fin de journée, on a comptabilisé les numéros joués pendant la kermesse, et obtenu la répartition suivante :

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Numéros	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Total	43	57	36	34	32	40	98	30	32	38	77	48	52	33	26	44

Combien a rapporté la vente des grilles ?

2 Les quatre conférenciers (5 points)

Alice, Basile, Clément et Denise interviennent à un congrès.

Si Alice parle la première alors Clément parle le deuxième.

Si Denise intervient la troisième alors Clément prend la parole en dernier.

Si Basile parle le troisième alors Denise intervient en premier.

Si Alice ne parle pas la première alors Denise parle la troisième.

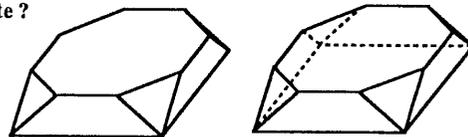
Trouvez l'ordre d'intervention de chacun.

3 Mise en boîte (15 points)

Le fond de cette boîte est un carré et son couvercle est un octogone régulier de côté 6 cm.

Les quatre faces latérales perpendiculaires au fond et au couvercle sont des trapèzes isocèles, et les quatre autres sont des triangles équilatéraux.

Quel est le volume de cette boîte ?



4 Le Prof. Ila Ransor (10 points)

Le Prof. Ila Ransor lance un défi : « Si j'augmente un nombre entier de 29, j'ai un carré. Si je le diminue de 60, j'ai un carré. »

Jacqueline Hoite déclare tout de go qu'il doit y avoir beaucoup de solutions au problème. C'est alors que Lea Broutille s'écrie : « Certainement pas ; il n'y a qu'une solution et je l'ai trouvée. » Et Vous ?

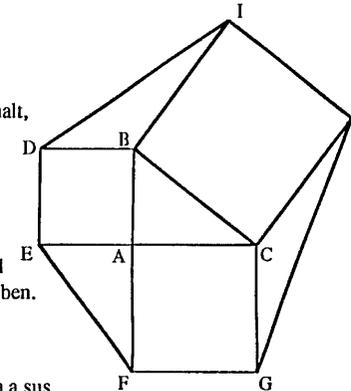
8 A la recherche de l'âge perdu (10 points)

L'an prochain, mon âge sera égal à la somme des chiffres de mon année de naissance. Quel âge ai-je aujourd'hui ?

9 (10 points)

Flächeninhalt nicht ohne !

Ein Spaßvogel, der seinen Mitschülern einen Streich spielen will, fragt nach dem Flächeninhalt, der von dem Polygon DEFGHI begrenzt wird. Bekannt ist, daß ABC ein in A rechtwinkliges Dreieck ist mit $AB = 3$ und $AC = 4$, und daß ABCD, CAFG und BCHI Quadrate sind. Wer Köpfchen hat (und nicht unbedingt den gelehrtesten Kopf), wird die Lösung finden und natürlich alle notwendigen Begründungen angeben.



¡ Area sin más !

Un alumno chistoso deseando gastar una broma a sus compañeros de clase pide el área limitada por el polígono DEFGHI sabiendo que ABC es un triángulo rectángulo en A con $AB = 3$ y $AC = 4$, y que ABDE, CAFG y BCHI son cuadrados.

El más astuto (pero no necesariamente "el mejor" hallará la solución dando naturalmente todas las justificaciones necesarias.

An innocent surface !

A facetious student who wants to play a trick on his fellow students asks them to calculate the surface limited by the polygon DEFGHI, knowing that ABC is a triangle with a right angle in A, that $AB = 3$ and $AC = 4$, and that ABDE, CAFG and BCHI are squares.

The smartest, not necessarily the best, will find the solution and will give of course all the necessary justifications;

10 L'arroseur arrosé (10 points)

4 arroseurs sont disposés aux sommets d'un carré dont les diagonales mesurent 6 m. Chaque arroseur a un rayon d'action de 3 m.

Quelle est l'aire de la plus grande surface rectangulaire ou carrée arrosée ?

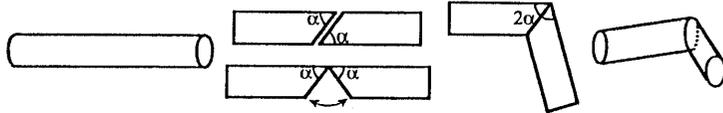
Dessin et explications accompagneront la réponse.

5 Une lettre du jeudi 29 février ! (10 points)

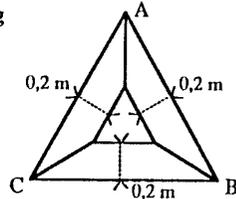
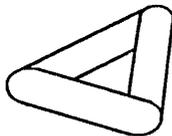
Euxkr 29 outwruw
 «Awdirzuku, Uxdrbrku, Fqciayhwu uc Gunhn shnc chxs bus lxacwu vrun dhnxxs.
 Faw dhncwu Uxkhju, Ouwzac, Yaxss, Trucu uc Puruwscwass bu shnc zhms.»
 Kudwqfcug du cujcu uc khnnug-nhxs un fbxs bus fwunhxs ku Ehwkan (1838-1922) uc ku zakazu Yuwzarn (1776-1831).

6 Pierre de Taille (15 points)

Un peu de technique : On sait qu'un tuyau cylindrique peut être coupé en deux morceaux pour faire un tuyau coudé (voir figure) suivant un angle 2α .



Le célèbre Pierre de Taille a fait une sculpture en marbre de Carrare composée de trois morceaux de cylindre de diamètre 20 cm et telle que $AB = BC = CA = 1$ m.
 «Tiens, observe-t-il, j'ai le même poids que cette sculpture !»
 Sachant que le marbre de Carrare a une masse de 2 kg par dm^3 , combien pèse Pierre de Taille au kg près ?



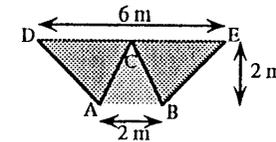
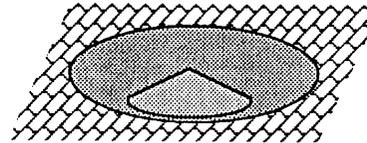
7 Chez Grand-mère (5 points)

Dans la cuisine de ma Grand-mère, il y a deux étagères superposées, et sur chacune d'elles 5 pots colorés avec le nom de leur contenu écrit en lettres anciennes.
 Le pot de *FARINE* est encadré par les pots de *SUCRE* et de *SEL*.
 Les *EPICES* sont juste à gauche des *NOUILLES* et le pot de *CAFE* n'est pas sur la même verticale que le pot de *FARINE*.
 Le *SEL* est au dessus du *RIZ* et juste à gauche des *BONBONS*.
 Le *CHOCOLAT* et le *CAFE* sont à gauche du *RIZ*.
 Où se trouve le pot contenant les *LENTILLES*? (on pourra illustrer la situation par un dessin).
 Remarque : «A gauche» ou «à droite» concerne des pots d'une même étagère.

Complément pour les classes de Seconde

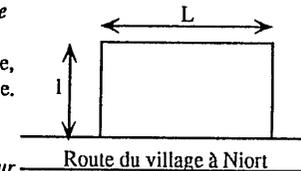
11 Dans le jardin de Bélinda (10 points)

L'excentrique danseuse Bélinda Fram-Héto a souhaité avoir dans son jardin un bassin fantaisiste. La partie extérieure du bassin est un tronc de cône (coupe ADEB) ; la partie intérieure est un cône (coupe ABC).
 Quelle est la contenance du bassin sachant qu'il est rempli à ras bord ?

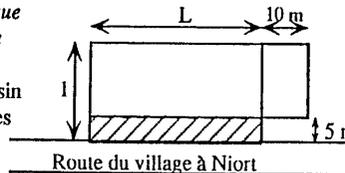


12 Problème Tout-Terrain (15 points)

Le maire d'un village de la région niortaise mit en vente des terrains constructibles situés le long de la route principale. Le bon Arthur intéressé par l'affaire rendit visite, à la mairie, au responsable de ce projet afin d'obtenir quelques précisions.
 «Je souhaite, dit-il, acquérir un terrain de forme rectangulaire dont la profondeur soit inférieure à la longueur.» Afin de bien se faire comprendre, il fit le dessin suivant à Monsieur le Responsable.
 «Vous voyez, je veux que L soit supérieur à l .»
 Le Responsable lui précisa :



«Nous avons l'intention d'élargir la route, et pour cela, on vous prendra, parallèlement à la route actuelle, une bande de 5 m de large du terrain que vous aurez acheté ; mais en compensation, on le rallongera de 10 m.»



Et le Responsable, à son tour, fit à Arthur le dessin ci-contre. De plus, il précisa à Arthur que tous les terrains, avant échange, ont un périmètre strictement compris entre 120 et 160 m.

Muni de tous ces renseignements, Arthur rentra chez lui et se mit à réfléchir :
 «Il faut que je m'arrange à récupérer plus de terrain que ne m'en prendrait la mairie...»
 Arthur prit une feuille de papier millimétré, fit quelques calculs et traça des droites dans un repère judicieusement choisi. Quand il eut terminé il se dit : «Si je veux que les dimensions de mon terrain soient des multiples de 5 je n'ai que quatre possibilités.»
 Quelles sont ces quatre possibilités et laquelle est la moins avantageuse pour la mairie ?