Histoire des symboles. Le saviez-vous ?

Proposée par Jean-Paul GUICHARD

(VI) Division

Division, rapport, quotient, fraction, proportion appartiennent au même champ conceptuel : doit-on utiliser un seul symbole ou des symboles différents ? Les avis sur ce sujet ont été depuis longtemps fort partagés. Voici deux points de vue opposés.

1. Leibniz écrit en 1693 :

"J'ai toujours désapprouvé le fait d'utiliser des signes spéciaux pour les rapports et proportions, pour la raison que pour le rapport le signe de la division suffit et de même pour la proportion le signe de l'égalité suffit. En conséquence, j'écris le rapport de a à b ainsi : a : b ou $\frac{a}{b}$ comme on le fait pour diviser a par b. Je désigne la proportion ou l'égalité de deux rapports, par l'égalité de deux divisions ou fractions. Ainsi quand j'exprime que le rapport de a à b est le même que celui de c à d, il suffit d'écrire a : b = c : d ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ".

2. Jeake écrit à Londres en 1696 :

"Ainsi, pour distinguer les rapports des fractions, au lieu d'une barre horizontale, on met deux "piqûres" ; ainsi le rapport sesquialtère s'exprime par $\frac{3}{2}$ ".

Il écrit alors " $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{9} :: 9 \cdot 7$ " la proportion $\frac{1}{7} : \frac{1}{9} = 9 : 7$.

Le trait de fraction

Il apparaît au 12^e siècle chez des auteurs arabes et dans le Liber abaci (1202) de Léonard de Pise, alias Fibonacci, aussi bien pour désigner une fraction qu'une division. Auparavant les hindous écrivaient simplement l'un sous l'autre dénominateur et numérateur, ou diviseur et dividende. Le trait de fraction restera alors constamment en usage pour ces deux fonctions (cf. Viète et Descartes). Ce n'est qu'à partir du 16^e siècle qu'apparaît chez certains auteurs la nécessité d'utiliser un signe spécial pour la division.

La lettre D

La première idée, suggérée par Stifel (1545), mais qui a eu peu d'écho, a été d'utiliser la lettre D conjointement avec la lettre M pour la multiplication (voir l'épisode 5). Ainsi trouve-t-on dans Stevin (1634) : " 5 © D sec ④ M ter ② " pour désigner $\frac{5x^2}{y} \cdot z^2$; c'est un D inversé qu'utilise

Gallimard (1751) : " 12 ④ 4 = 3 ", et un d couché ③ chez Da Cunha (1790).

Le symbole +

Le premier symbole qui a connu une grande fortune en Angleterre, puis aux États Unis, est le symbole + dû au suisse Rahn (1659). Comme son symbole * qui figure sur tous les claviers d'ordinateurs (voir l'épisode 5), son symbole + figure sur toutes les calculatrices. Il est souvent attribué au mathématicien anglais Pell qui l'a répandu en Angleterre.

Rappelons que ce symbole + a été utilisé de 1525 à 1921 par divers auteurs en lieu et place du signe - de la soustraction (voir l'épisode 4).

Le symbole :

Le symbole de Rahn n'a eu aucun succès sur le continent européen. C'est Leibniz qui, après avoir proposé un C couché, ③, en 1668, introduit les deux points : en 1684 dans un article des Acta Eruditorum (voir le parallèle avec la multiplication dans l'épisode 5). Voici la justification qu'il donne en 1710 :

"Selon l'usage commun, la division est parfois indiquée en écrivant le diviseur sous le dividende, avec une ligne entre eux ; ainsi a divisé par b est communément noté $\frac{a}{b}$; cependant il est très souhaitable de prohiber ceci et de continuer sur la même ligne, mais en interposant deux points ; de sorte que a : b signifie a divisé par b. Mais si ensuite a : b doit être divisé par c, on peut écrire a : b, : c, ou (a : b) : c. Franchement, cependant, dans ce cas la relation peut être exprimée facilement d'une autre manière, à savoir a : (bc) ou a : bc, car la division ne peut pas toujours être effectuée, mais souvent ne peut être qu'indiquée, et alors il devient nécessaire de signaler l'ordre des opérations à faire par des virgules ou des parenthèses" (voir l'épisode 2).

Ce symbole pour désigner la division va se répandre en Europe et dans les pays latino-américains où il va également désigner le rapport.

Les débats

Ce partage géopolitique du monde selon le type de symbole utilisé est assez rare pour être remarqué. A. Saverien, un français, déplore, en 1753, ces usages différents : "Qu'y a-t-il de plus inutile et de mieux fait pour dégoûter un débutant et embarrasser même un géomètre que les trois expressions .. :, + pour noter la division". Un autre français, D. André, en 1909, critique l'usage de :: "Le signe : est une survivance de vieilles notations mathématiques ; il est court et simple, mais il a l'inconvénient d'être symétrique à droite et à gauche, c'est-à-dire d'être un signe symétrique pour une opération qui ne l'est pas. Il est de moins en moins utilisé... Quand il est nécessaire d'écrire le quotient de a par b dans le corps d'un texte en langage ordinaire, l'expression a : b offre en fait l'avantage typographique de ne pas requérir, comme pour $\frac{a}{b}$, un plus grand espacement de la ligne dans laquelle il apparaît".

Pour finir voici les recommandations de l'Association Mathématique Américaine en 1923 : "Puisque ni +, ni :, en tant que signes de la division, ne jouent aucun rôle dans la vie économique, il semble à propos de ne considérer que les besoins de l'algèbre, et de faire davantage usage de la forme fractionnaire et (quand il n'y a pas d'ambiguïté) du symbole /, et d'abandonner le symbole + dans l'écriture des expressions algébriques".