L'AGE DU CAPITAINE, VERSION PROBABILITES.

Cherchant un texte de devoir pour mes élèves de Terminale Économie, je suis tombé sur un sujet de bac donné en juin 1992 dans le groupe III.

"Yves et Claire sont dans une classe de 18 élèves qui, chaque lundi matin, a deux heures de mathématiques suivies de deux heures de français.

1- Le professeur de mathématiques interroge chaque lundi 3 élèves différents choisis au hasard parmi tous les élèves de la classe.

a) Quelle est la probabilité qu'un lundi donné Yves soit interrogé ?

b) Quelle est la probabilité qu'Yves et Claire soient interrogés un même lundi ?

(Je suppose qu'il faut comprendre "un même lundi donné".)

Et l'exercice continue avec le professeur de français...

La probabilité qu'Yves soit interrogé est, classiquement : C_{17}^2 / C_{18}^3

(nombre de cas favorables sur nombre de cas possibles). Après simplification, on trouve 3/18, soit 1/6.

Il me revient alors en mémoire qu'en classe, lorsqu'ils débutent les Probabilités, de nombreux élèves répondent spontanément 3/18 à ce genre de question. Quand on leur demande pourquoi : "Ben, disent-ils, 3 élèves interrogés sur 18, ça fait une probabilité de 3/18".

Nous avons ici une version au niveau Terminale du fameux problème de l'âge du capitaine : pour tenter de résoudre ce type de problèmes, les élèves embarrassés effectuent sur les nombres donnés dans l'énoncé des opérations arbitraires. Par exemple : "L'équipage d'un bateau est composé de 8 personnes, et 30 passagers sont transportés. Quel est l'âge du capitaine ?" La réponse est évidemment 38 ! Il faut dire que, dans ce cas, l'absurdité de la réponse n'est que l'écho de celle de la question. Pour en revenir à notre problème, quoi de plus naturel, dans un contexte de probabilité, que de fournir comme réponse le quotient de 3/8 ?

Jusqu'à présent, je m'étais contenté de renvoyer ces élèves à leur ignorance, par une réplique du genre : "Il me faut une démonstration", ou bien : "C'est par hasard que tu trouves le bon résultat". En fait, si hasard il y a, il fait bien les choses.

En effet, imaginons que les élèves de notre problème aient le choix, dans la salle de classe, entre 18 places, et que 3 d'entre

elles soient marquées d'une petite croix qui désignera un élève à interroger. Si les places sont prises au hasard, tout élève entrant dans la salle a une probabilité de 3/18 de choisir un siège marqué.

Plus généralement, si, parmi n objets, on tire p objets ($0 < p \leq n$), la probabilité de sortir l'objet a est C_{n-1}^{p-1} / C_n^p , soit après simplification p/n.

Généralisons encore : la probabilité, en tirant p objets, de sortir les objets $a_1, a_2, \dots, a_k$, ($0 < k \leq p$),

est C_{n-1}^{p-1} / C_n^p , soit après simplification, $\frac{p!}{n!} \times \frac{(n-k)!}{(n-p)!}$ et donc $\frac{p(p-1)\dots(p-k+1)}{n(n-1)\dots(n-k+1)}$.

Prenons maintenant l'autre point de vue : parmi les n objets, p sont marqués. On tire k objets au hasard. Quelle est la probabilité qu'ils soient marqués ?

La réponse est C_p^k / C_n^k , ce qui, après simplification, donne le même résultat que ci-dessus.

On est certes content d'apprendre que

$$C_{n-1}^{p-1} / C_n^p = C_p^k / C_n^k$$

Mais en plus, le résultat simplifié suggère une troisième méthode pour obtenir la réponse à la question 1.b ci-dessus. Appelons Y et C respectivement les événements : Yves et Claire choisissent un siège marqué. La probabilité qu'Yves et Claire soient interrogés un même lundi donné est

$$p(Y).p(C/Y) = \frac{3}{18} \times \frac{2}{17}.$$

Les élèves appliquant la méthode de l'âge du capitaine peuvent fournir cette réponse, mais on peut aussi trouver $\frac{3}{18} \times 2$ ou bien $(\frac{3}{18})^2$.

Moralité : en Probabilités, il n'y a pas de hasard (!), et cela vaut toujours la peine d'écouter la réponse d'un élève... surtout quand il donne le bon résultat.

Accessoirement, pour notre exercice de bac, un candidat pouvait répondre à 4 des questions par la méthode de l'âge du capitaine et obtenir ainsi 3,5 points sur 5 (à moins qu'on n'exige des justifications).

Serge GOUIN Lycée Merleau-Ponty Rochefort

Des INFORMATIONS des ÉCHANGES des MATHÉMATIQUES

COROL'AIRE - ABONNEMENT - Année civile 1996

A retourner à :

APMEP, Régionale de Poitiers
IREM Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS Cedex

Joindre un chèque de 20 F à l'ordre de :
Régionale A.P.M.E.P. de POITIERS
CCP BORDEAUX 38 52 59 D

4 numéros par an.

Nom et Prénom : _____

Adresse personnelle : _____

Adresse d'expédition : _____

Corol'aire est une publication de notre Association. Il est donc envoyé aux adhérents de la Régionale de Poitiers abonnés aux publications de l'A.P.M.E.P. Faites connaître Corol'aire à vos collègues et donnez-leur ce bulletin d'abonnement.