

RALLYE MATHEMATIQUE POITOU - CHARENTES. 10 mai 1994. SOLUTIONS

① On brode ! (5 points)

$l_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n AB$
 $l_4 = \frac{4}{3} l_3 = 768$
 $l_3 = \frac{4}{3} l_2 = 576$
 $l_2 = \frac{4}{3} l_1 = 432$
 $l_1 = \frac{4}{3} l_0 = 324$
 $l_0 = AB = 243$

A $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ B

② On lance ... (5 points)

13 Triangles dont 6 aplatis :

$(1, 2, 3); (1, 2, 4); (1, 2, 5); (1, 2, 6); (1, 3, 4); (1, 3, 5); (1, 3, 6);$
 $(1, 4, 5); (1, 4, 6); (1, 5, 6); (2, 3, 4); (2, 3, 5); (2, 3, 6); (2, 4, 5);$
 $(2, 4, 6); (2, 5, 6); (3, 4, 5); (3, 4, 6); (3, 5, 6); (4, 5, 6).$

③ On plaint Sophie ! (5 points)

- De 0 à 200 km, consommation de 20 litres ;
- à 200 km, arrêt et perte de 5 litres (fuite, pompage...) ;
- de 200 à 250 ou 260 km, aucune consommation (remorquage ...) ;
- de 250 ou 260 à 400 km, consommation de 15 litres.

⑧ On transforme. (15 points)

$A = a^2 - b^2 + 2(a+b)(3a-b)$
 $= (a+b)(7a-3b)$
 $= (a+b)[(2+5)a + (2-5)b]$

8 machines (schéma I)

$*A = 5(a^2 - b^2) + 2(a+b)^2$: 9 machines
 $*A = (a+b)[2(a+b) + 5(a-b)]$
 7 machines (schéma II)

Qui dit mieux ?

⑨ On s'éclate ! (15 points)

$V = \frac{(ABC) \times CD}{3} = 12 \text{ cm}^3$

⑩ Shadow - Schatten - Ombra ... (15 points)

OD est le lampadaire
 $AB = A'B'$ est le piéton

$\frac{C'A'}{C'O} = \frac{A'B'}{OD}$ et $\frac{CA}{CO} = \frac{AB}{OD}$ d'où $\frac{C'A'}{C'O} = \frac{CA}{CO}$; $\frac{2,5}{OA' + 2,5} = \frac{3}{OA + 3}$
 $2,5(OA + 3) = 3(OA' + 2,5)$. Mais $OA' = OA - 30$. Donc $2,5 OA = 3(OA - 30)$. D'où $OA = 180 \text{ m}$
 Le lampadaire ferait 120 m ! Il faut remplacer 30 m par 3 m et $OA = 21 \text{ m}$ dans ce cas.

4 On achète. (10 points)

5 lots à 31,20 F.
2 lots à 32,40 F.
25 pains et 10 baguettes pour 156 F.
6 pains et 10 baguettes pour 64,80 F.
donc 19 pains pour 91,20 F.,
et 1 pain coûte 4,80 F.

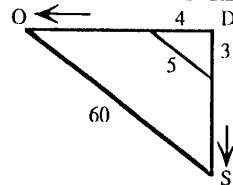
3 pains et 5 baguettes coûtent 32,40 F.
3 pains coûtent 14,40 F.
5 baguettes coûtent 18 F., et donc 1 baguette coûte 3,60 F.

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	4,80	9,60	14,40	19,20	24	28,80
1	3,60	8,40	13,20	18	22,80	27,60	32,40
2	7,20	12	16,80	21,60	26,40	31,20	36
3	10,80	15,60	20,40	25,20	30	34,80	39,60
4	14,40	19,20	24	28,80	33,60	38,40	43,20
5	18	22,80	27,60	32,40	37,20	42	46,80

5 On s'éloigne ... (10 points)

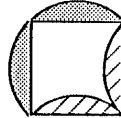
Triangle rectangle (3, 4, 5)
triangle rectangle (?, ?, 60)

Donc $3 \times 12 = 36$ km et $4 \times 12 = 48$ km.



6 On calcule rondement et carrément ! (10 points)

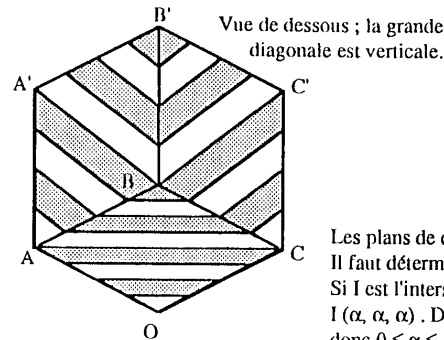
Les huit segments circulaires hachurés situés hors du carré peuvent occuper par translation les quatre branches de la rosace blanche. L'aire totale hachurée est donc égale à l'aire du carré, soit 100 m^2 .



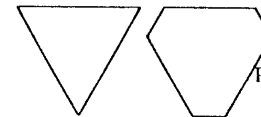
7 On se retourne ! (10 points)

1994 donnerait 1994 1994 1994 1994
 $\frac{xx}{\dots}$ sans retenue : $\frac{xx}{1 \dots 1}$ avec retenue : $\frac{xx}{2 \dots 2}$ soit 88
 impossible. impossible.
 1994 donnerait 1994 1994 1994 1994 1994
 $\frac{xyx}{\dots}$ sans retenue : $\frac{xyx}{1 \dots 1}$ avec retenue : $\frac{xyx}{2 \dots 2}$ donc 8y8 soit 8y8 soit 888
 impossible. impossible. correct
 1994 donnerait 1994 1994 1994 1994
 $\frac{xyyx}{\dots}$ sans retenue : $\frac{x00x}{(x+1)99(x+4)}$ avec retenue : $\frac{xyyx}{(x+2) \dots (x+4)}$ ou $\frac{xyyx}{(x+2) \dots (x+4-10)}$
 impossible. impossible. impossible.
 1994 1994
 $\frac{x \dots x}{\dots}$ donnerait : $\frac{x \dots x}{\alpha \dots \beta}$ avec $\alpha = x$ ou $x+1$ $\alpha = \beta$ est impossible
 $\beta = x+4$ ou $x+4-10$
 Donc une seule solution : $1994 + 888 = 2882$

11 On tranche ! (10 points)



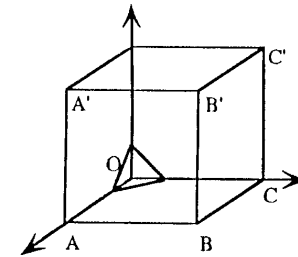
On obtient 12 tranches



Première tranche

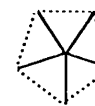


Deuxième tranche



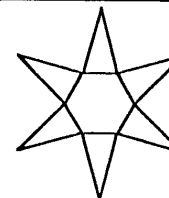
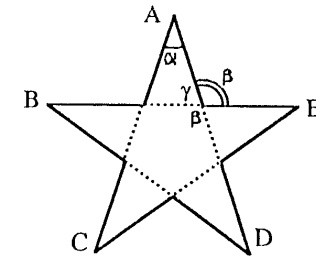
Les plans de coupe ont comme équation : $x + y + z = k$.
Il faut déterminer les valeurs possibles pour k entier.
Si I est l'intersection de $P(x + y + z = k)$ avec OB' ,
 $I(\alpha, \alpha, \alpha)$. Donc $\alpha = k/3$. I est sur OB' ;
donc $0 \leq \alpha \leq 4$ soit $0 \leq k/3 \leq 4$, et k est entier.
Donc $k \in \{0, 1, 2, \dots, 12\}$. Il y a donc 12 tranches

12 On se branche ! (15 points)



5 triangles dans le pentagone.
Donc $5 \times 180^\circ = 900^\circ$. $5\beta + 360^\circ = 900^\circ$.
D'où $\beta = 108^\circ$. $\gamma = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$;
 $\alpha = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ$.
 $\beta = 3\alpha$ et $\alpha = 180^\circ/5$

Pour une étoile à 6 branches construite sur le même principe, on a : $\alpha = 180^\circ/6 = 30^\circ$ et $\beta = 90^\circ$.



Construction de 6 triangles isocèles ayant pour bases les côtés d'un hexagone.

Tracé d'un cercle partagé en 6 arcs égaux ABCDEF.
Tracé des triangles rectangles et isocèles dans les cercles de diamètres AB, BC,
...FA.

