Des lettres, ... des signes, ... des usages. *Simon Froger, Vouillé*

Des lettres.... Des signes.... Des usages

a)	$81 - 49 = 2 \times 16$
b)	$(1 + 5)x = 3$
c)	$AB^2 - AC^2 = BC^2$
d)	$13 + x = 9x$
e)	$f(x) = x^2 + 1$
f)	$8 + 3 = 2 \times 6$
g)	$9x^2 - y^2 = (3x - y)(3x + y)$
h)	$99^2 = 10000 + 1 - 200$
i)	$(3 + q)(2q - 1) = 12q - 6$
j)	$BA + AC = BC$
k)	$x^2 = 2x + 1$
l)	$(1 - x)(2 + x) = 2 - x(x + 1)$
m)	$y = 2x + 3$
n)	$(x - 2)^2 = 9$
o)	$(3 - 5)AB = 3\ AB - 5\ AB$
p)	$\text{Aire}(r) = \ r^2$
q)	$(\sin 40° + \cos 40°)^2 = 1 + 2\sin 40° \cos 40°$
r)	$(2\ 5 - 3a)^2 = 20 - 6a\ 5 + 9a^2$

Repérer les expressions où l'on retrouve une identité remarquable.
Qu'y a-t-il de commun à toutes ces expressions ?
Faire un tri de toutes ces expressions qui ne fasse pas référence aux identités remarquables (donc suivant d'autres critères de sélection)

Mon idée de départ est que devant une expression numérique ou littérale, les élèves sont perturbés et ne s'y reconnaissent pas ou plus .
Pourtant, on leur demande souvent de :

- démontrer une égalité,
- résoudre une équation,
- reconnaître une expression de fonction,
- etc

De plus, une expression littérale peut comporter des lettres d'usage divers (x, y, AB, pi, f(x), ...)

Mes objectifs :

Egalité ou équation. (A quoi sert le signe égale ?)
Reconnaître des modèles.
Rencontre avec des écritures fonctionnelles. (cataloguées comme telles)

Objectifs «annexes» :

Développer ou factoriser ?
Comment montrer une égalité ?
Vecteur ou distance ?
Identités remarquables (identité ?)
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Déroulement des séquences :

Question 1 (1 séquence)

a) est rapidement éliminé car «il n'y a pas de double produit».
c) est catalogué identité remarquable.
g) est tout de suite repéré.
h) crée un problème car «il n'y a qu'un carré»
q) et n): «identité remarquable à gauche mais pas à droite».
r) identité remarquable a priori.

Dans le deuxième groupe, le f) accroche tout de suite et je suis accusé d'une erreur grave après avoir précisé qu'il fallait lire «huit» et pas «B».

Beaucoup sont perturbés et utilisent la technique équation «tout dans le même membre»
Une question de recentrage est proposée après 10 minutes: Que veut dire «remarquable»? Que veut dire «identité»?
Il apparaît (assez vite) que «si c'est identique, il doit y avoir le signe égale comme dans les problèmes avec une équation». Il est moins net que la même quantité figure de part et d'autre du signe égale mais «il faut avoir les deux côtés pour que cela soit une identité remarquable».

Après cette petite «causerie» (10 minutes), les travaux de groupe repartent.
le a) est justifié.
le r) est éliminé.
pour le g), le problème est envoyé à la calculette après que certains aient cependant eu souvenir d'une «formule». (Je n'ai pas sauté sur le problème calculette.)
le f) est faux
le d): x = 13/8 (On arrive quand même à «l'égalité est vraie si 13/8 «)
on reconnaît «Pythagore», on développe, on trouve de mauvaises factorisations remarquables, on se trompe au j), on avance.
Dans la Synthèse de la première séquence, les élèves préfèrent égalité remarquable à identité remarquable.
Question 2 (2ème séquence) (2 minutes)
unique réponse : «le signe égal».

La question 3 est changée pour : *«Vous avez 5 minutes pour trouver des façons de trier toutes ces expressions».*
Exemples de propositions :
lettres x ; x et y ; chif fres,
égalités ; identités ; lettres ; sans lettre ; équations de droites (e,k,m)
ceux qui ont des racines ; ceux qui n'en n'ont pas ;
«identités selon la valeur de l'inconnue» ; équations fausses ;
les racines ; les carrés ;
On ne sait pas où mettre p).

Synthèse

La solution (a) plaît beaucoup !!! Sébastien pense que «c'est important dans un problème de savoir si c'est la même chose ou pas».
La solution (a) plaît raisonnablement. Les questions fusent. Il est choquant de dire que «c'est une égalité justement quand c'est pas tout le temps égal.»
La panique arrive.
Je reprends la main et précise que:

- on a une égalité dès que le signe égale apparaît.
- on a une identité si l'égalité est toujours vraie (pour toutes les valeurs possibles de x)
- on a une égalité fausse quand c'est jamais vrai.
- et que l'on a des égalités qui sont vraies de temps en temps (pour certaines valeurs de x)

Le tri est reproposé suivant les modalités suivantes:

- identités
- égalités vraies de temps en temps ou carrément fausses.
- autre chose (celles que l'on arrive pas à classer)

"Comment démontrer une égalité" se remet à tourner .

Bilan

Une très nette amélioration a été observée dans le calcul littéral.
Au moment des inéquations et valeurs absolues, cette classe a été beaucoup moins perturbée que les autres par les types de réponses attendues suivant le type de signe à gérer (= , > ,).

IREM de POITIERS
Vient de paraître :

Thèmes pour l'enseinement de la statistique et des probabilités (2 tomes)

60 F (+ 20 F de frais de port).