# Le coin du Prof. Ila ransor.

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique.
Nous nous ferons un plaisir de publier vos écrits.
A vos plumes !

*Le roman fleuve :*

**"Partager un trapèze en deux trapèzes d'aires égales par une droite paralle aux bases".**

Ce petit exercice a fait l'objet de nombreuses réponses de nos lecteurs. Merci. Voici l'étude de Jean-Yves HELY de Rennes, étude annoncée dans le numéro 14.

## A DEMONSTRATION DE LA FORMULE GENERALE

Soit la figure (1)

Calcul de la longueur JK tel que $AJKD = \frac{1}{n} ABCD$

On pose : AD = b ; BC = a ;
OH = x ; HT = h

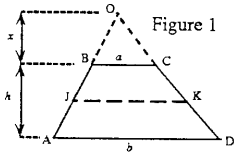


Figure 1

On montre que : $x = \frac{ah}{b-a}$

On sait que :

$\frac{OJK}{OAD} = \frac{JK^2}{AD^2}$ (a)

Comme OJK = OBC + JBCK alors $OJK = \frac{ax}{2} + \frac{n-1}{1} \times \frac{(b+a)h}{2}$

Soit $OJK = \frac{a^2h}{2(b-a)} + \frac{(n-1)\,h\,(b-a)}{2n} = \frac{h\,(nb^2 + a^2) - b^2}{2n\,(b-a)}$

D'après (a)

$JK^2 = AD^2 \times \frac{OJK}{OAD} = b^2 \times \frac{h\,(nb^2 + a^2 - b^2)}{2n\,(b-a)} \times \frac{2(b-a)}{b^2\,h}$

$JK^2 = \frac{(n-1)\,b^2 + a^2}{n}$

Soit $JK = \sqrt{\frac{(n-1)\,b^2 + a^2}{n}}$

Cas particulier : Quand on divise ABCD en deux parties équivalentes on a n = 2.

Ce qui donne $JK = \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{2}}$

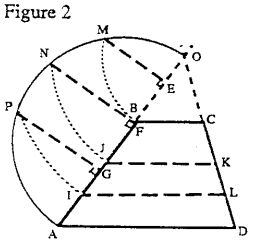
Remarque : cette méthode demande, pour chaque valeur de n, une construction particulière.

## B PARTAGE DU TRAPEZE

Partager un trapèze ABCD, par des parallèles aux bases, en parties proportionnelles à plusieurs nombres m, n, p, etc....

Cherchons, par exemple à partager ABCD en trois parties proportionnelles à m, n, p .

Figure 2




### 1• Analyse de la figure supposée construite

(voir figure 2)
Soit (IL) et (JK) les deux parallèles cherchées.

On a alors : $\frac{JBCK}{m} = \frac{IJKL}{n} = \frac{AILD}{p}$

Appelons O le point de concours des droites (AB) et (CD)

Ainsi $\frac{OJK - OBC}{m} = \frac{OIL - OJK}{n} = \frac{OAD - OIL}{p}$ (1)

Or $\frac{OBC}{OB^2} = \frac{OJK}{OJ^2} = \frac{OIL}{OI^2} = \frac{OAD}{OA^2}$

Les propriétés sur les proportions permettent d'écrire

$\frac{OJK - OBC}{OJ^2 - OB^2} = \frac{OIL - OJK}{OI^2 - OJ^2} = \frac{OAD - OIL}{OA^2 - OI^2}$ (2)

D'où d'après (1) et (2) :

$\frac{OJ^2 - OB^2}{m} = \frac{OI^2 - OJ^2}{n} = \frac{OA^2 - OI^2}{p}$ (3)

Construisons le demi-cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [OA] et les arcs de cercle de centre 0 et de rayons respectifs OB, OJ et OI. Ces arcs coupent $\mathcal{C}$ en M, N et P. Soit E, F et G les projetés de ces trois points sur [OA].

On a alors : $OM^2 = OB^2 = OE \times OA$ ;
$ON^2 = OJ^2 = OF \times OA$ ; $OP^2 = OI^2 = OG \times OA$ .

En substituant dans (3) et en simplifiant par OA on obtient : $\frac{OE - OF}{m} = \frac{OG - OF}{n} = \frac{OA - OG}{p}$

soit encore $\boxed{\frac{EF}{m} = \frac{FG}{n} = \frac{GA}{p}}$

On est donc ramené à partager [EA] en segments proportionnels à m, n et p ce que l'on sait faire.

### 2• Construction de la figure.

- (AB) et (CD) se coupent en 0
- $\mathcal{C}$ est le demi-cercle de diamètre [OA]
- On construit l'arc BM pour obtenir E
- On obtient ensuite F et G ce qui donne aussi N et P.
- On trace les arcs NJ et PI pour obtenir les points J et I.
- Les parallèles (IL) et (JK) partagent alors le trapèze ABCD en parties proportionnelles à m, n et p.

3• Cas particuliers

Partager ABCD en deux parties équivalentes : m = n = 1

(Voir figure 3)

Figure 3

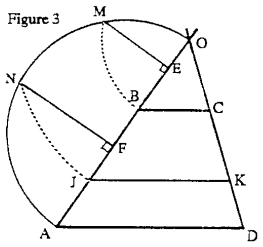
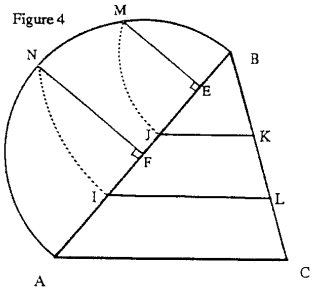



Figure 4



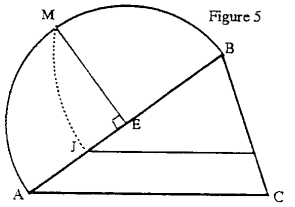

## C PARTAGE DU TRIANGLE

Partager un triangle ABC, par des parallèles aux bases, en parties proportionnelles à plusieurs nombres donnés m, n, p, etc...
Cherchons, par exemple, à partager ABC en trois parties proportionnelles à m, n, p .
On procède de même en partageant le segment [AB] en parties proportionnelles à m, n et p .

*Exemple 1* (voir figure 4)
Soit m = 1 ; n = 2 ; p = 3

*Exemple 2* (voir figure 5)
Soit m = n = 1.

Figure 5




P.S. : Je propose en complément un énoncé :

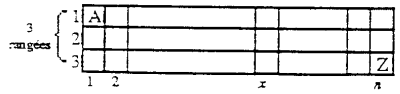
**«Partager un triangle en parties équivalentes par des droites perpendiculaires a un côté.»** Jean-Yves HELY

---

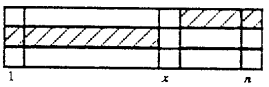
*Notre ami Daniel DAVIAUD souhaite recevoir de vos nouvelles et transmet le problème du facteur.*

## PROBLEME DU FACTEUR

Vous devez déposer quelque chose dans un casier de la salle des profs du lycée de Jonzac. Vous connaissez le nom du collègue, mais pas l'emplacement. Le classement alphabétique utilisé est : gauche à droite, haut en bas. Et il y a tant de casiers que vous ne pouvez pas tous les embrasser d'un seul regard.




Plus précisément, vous ne pouvez voir que les 3 noms inscrits sur les 3 casiers de la colonne à laquelle vous faites face (il faut bien faire des hypothèses !). Et il faut se déplacer pour voir les autres noms.
1) Si le casier cherché est dans la colonne qui est devant vous, vous avez 0 pas à faire.
2) Si ce n'est pas le cas mais que vous vous trouvez devant la colonne 1 ou la colonne n, vous déterminez aisément la rangée où se trouve le casier cherché et vous partez sans hésiter à sa rencontre : Heureux facteur !
3) Si étant devant une colonne intermédiaire x, $1 < x < n$, le casier cherché est dans la rangée du haut, avant celui qui vous fait face ou bien dans la rangée du bas, après celui qui vous fait face.
Là encore, vous partez directement vers lui : Heureux facteur !
4) Sinon, dernier cas, objet du problème : vous êtes en face d'une colonne x et le casier cherché se trouve dans l'un des 2 bouts de rangées, comme par exemple ceux qui sont hachurés ici.




Vous pouvez commencer la recherche en partant vers la droite ou vers la gauche : ANGOISSE POUR LE FACTEUR !
Est-il plus avantageux en nombre de pas de partir vers la gauche ou vers la droite ?
Si ce problème vous amuse, envoyez vos solutions à Corol'aire.
PS : 1) En dehors de la jubilation intellectuelle, aucune récompense n'est prévue.
2) Quel autre classement ou quel stratagème proposeriez vous pour éviter toute hésitation. D. Daviaud

---

**REPERES.** *par des Professionnels..... pour des professionnels ..... de l'enseignement des Mathématiques.*

Cette revue, éditée par les IREM, propose les textes les plus importants écrits dans le cadre des travaux IREM.
- Equilibre entre les différents niveaux d'enseignement;
- reflet de la richesse et de la diversité des travaux menés dans les IREM;
- lien entre la recherche, la formation et l'enseignement;
- lieu de débat où puisse se construire une réflexion commune sur les mathématiques et leur enseignement;

Voilà ce que veut être «REPERES», avec 4 numéros par an.
Le n° 1 est parvenu dans tous les établissements. Consultez-le, faites part de vos remarques à votre IREM ou directement à l'éditeur. Abonnez-vous, faites abonnez votre établissement; soyez nombreux à recevoir une information de qualité dans l'intérêt des mathématiques et .....des élèves.